தமிழ்நாடுஅரசு

எட்டாம் வகுப்பு

முதல் பருவம்

கணக்கு

அறிவியல்

சமூக அறிவியல்

தொகுதி 2

தீண்டாமை
மனிதநேயமற்ற செயல் – பெருங்குற்றம்

பள்ளிக் கல்வித்துறை

தமிழ்நாடு அரசு
இலவசப் பாடநூல் வழங்கும்
திட்டத்தின்கீழ் வெளியிடப்பட்டது.

(விற்பனைக்கு அன்று)

முதல் பதிப்பு – 2012
(பொதுப் பாடத்திட்டத்தின்கீழ் வெளியிடப்பட்ட முப்பருவ நூல்)

பாடநூல் உருவாக்கமும் தொகுப்பும்
ஆசிரியர் கல்வி, ஆராய்ச்சி, மற்றும் பயிற்சி இயக்ககம்,
கல்லூரிச்சாலை, சென்னை – 600 006.

அட்டைப்படம், புத்தகவடிவமைப்பு
த. ரகு, மு. விஜயசாரதி

நூல் அச்சாக்கம்
தமிழ்நாட்டுப் பாடநூல் கழகம்
கல்லூரிச்சாலை, சென்னை – 600 006.

இந்நூல் 80 ஜி. எஸ். எம். மேப்லித்தோ தாளில் அச்சிடப்பட்டுள்ளது.

விலை : ரூ.

ஆப்செட் முறையில் அச்சிட்டோர் :

பொருளடக்கம்

தொகுதி 2

கணக்கு - (1-138)

அறிவியல் - (139-247)

சமூக அறிவியல் - (248-336)

கணக்கு

எட்டாம் வகுப்பு

முதல் பருவம்

தொகுதி 2

பாடநூல் குழு

முனைவர் கி. இரவி
இணைப் பேராசிரியர், கணிதத் துறை
தூய நெஞ்சக் கல்லூரி (தன்னாட்சி)
திருப்பத்தூர் (வேலூர் மாவட்டம்) - 635 601.

மேலாய்வாளர்கள்

முனைவர் கி. வாசுதேவன்
இணைப் பேராசிரியர், கணிதத் துறை
மாநிலக் கல்லூரி (தன்னாட்சி)
சென்னை - 600 005.

செ. சித்ரா
விரிவுரையாளர் (தே.நி.), கணிதத் துறை
மாநிலக் கல்லூரி (தன்னாட்சி)
சென்னை - 600 005.

நூலாசிரியர்கள்

சி. ப. கார்த்திகேயன்
முதுகலைப் பட்டதாரி ஆசிரியர்
காந்தி நினைவு மேனிலைப்பள்ளி
திருவெண்ணெய்நல்லூர்,
விழுப்புரம் மாவட்டம் - 607 203.

ந. சாந்தி
பட்டதாரி ஆசிரியர்
இரயில்வே இருபாலர் மேனிலைப்பள்ளி
பெரம்பூர்
சென்னை - 600 011.

தீ. கோ. நாராயணசாமி
பட்டதாரி ஆசிரியர்
அரசு ஆண்கள் மேனிலைப்பள்ளி
பெண்ணாடம்
கடலூர் மாவட்டம் - 606 105.

வி. மெட்டில்டா சொர்ணம் டைட்டஸ்
பட்டதாரி ஆசிரியர்
டவுட்டன் பெண்கள் மேனிலைப்பள்ளி
வேப்பேரி
சென்னை - 600 007.

மு. தணிகைமணி
பட்டதாரி ஆசிரியர்
அரசு பெண்கள் உயர்நிலைப்பள்ளி
புதுப்பேட்டை, திருப்பத்தூர்
வேலூர் மாவட்டம் - 635 651.

ஹ. லெக்ஷ்மி
பட்டதாரி ஆசிரியர்
அக்ஷயா மெட்ரிக் மேனிலைப்பள்ளி
வேளச்சேரி
சென்னை - 600 042.

ஒளி அச்சுக்கோர்வை & வடிவமைப்பு :

ஷிவ் ஆனந்த், வி.ஜேம்ஸ் ஆப்ரகாம், லஷ்மி ரமேஷ்குமார்

1 மெய் எண்களின் தொகுப்பு

பால் எர்டாஸ்
(26 மார்ச், 1913 – 20 செப்டம்பர், 1996)

இவர் புகழ் பெற்ற, முக்கியமான ஹங்கேரியக் கணித வல்லுநர் ஆவார். இவர் நூற்றுக்கணக்கான வல்லுநர்களுடன் சேர்ந்து எண்ணியலில் மற்ற எந்த கணித வல்லுநர்களையும் மிஞ்சும் வண்ணம் ஆய்வேடுகளை வெளியிட்டுள்ளார்.

இவருடைய கணித ஆர்வம் இவருடைய மூன்று வயதிலேயே தெரிந்தது. இவரால் ஒரு மனிதன் வாழ்ந்த விநாடிகளைக் கூடக் கணக்கிட முடிந்தது. இவரது வாழ்வைப் பற்றி இவர் வாழ் நாளிலேயே "N என்ற எண். பால் எர்டாஸைக் குறித்த ஒரு சித்திரம்" என்ற பெயரில் ஆவணப் படமாக்கப்பட்டது.

"எண்கள் அழகானவை. அவை அழகற்றவை எனில், மற்ற எவை அழகு?" என எர்டாஸ் கூறினார்.

1.1 அறிமுகம்

எண்ணியல் அறிவின் அடிப்படைக் கூறாய் கணித வளர்ச்சியில் முக்கியப்பங்கு வகிக்கிறது. கிரேக்க கணித வல்லுநர் பிதாகரஸ் மற்றும் அவர்தம் சீடர்கள் 'ஒவ்வொன்றும் எண்' என்றும் அண்டத்தின் விளக்கம் எண்களை மையமாகக் கொண்டு அமைந்துள்ளது என்றும் நம்பினார்கள்.

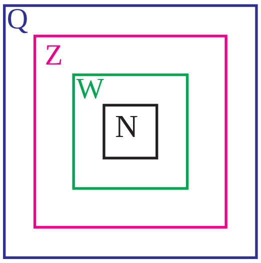
எண்கள் எழுதும் முறையானது சுமார் 10,000 வருடங்கள் முன்பே தோன்றி வளர்ச்சி அடைந்துள்ளது. இன்று நாம் பயன்படுத்தும் எண் முறை வளர இந்தியாவின் பங்கு மகத்தானது. எண் முறையினம் முழுமையான வளர்ச்சியைப் பெற சுமார் 5000 ஆண்டுகள் ஆனது.

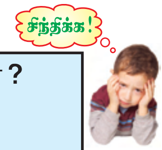
எல்லாக் கணிதத்திற்கும் ஊற்று முகப்பாய் முழு எண்கள் இருக்கின்றன. இன்றைய எண்முறையினம் இந்திய அரேபிய எண் முறை என்றழைக்கப்படுகிறது.

இம்முறையில் 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 ஆகிய எண்கள் பயன்படுத்தப் படுகிறது. இது பத்தடிமான எண்முறையினம் என்று அழைக்கப்படுகிறது. பத்து என்ற பொருளுடைய ஆங்கில மொழியின் 'டெஸிமல்' என்ற வார்த்தை லத்தீன் மொழியின் 'டெஸி' என்ற சொல்லிலிருந்து பெறப்பட்டது.

அறிவியலின் அரசி கணிதம்
கணிதத்தின் அரசி எண் முறையினம்

ஏழாம் வகுப்பில் நாம் இயல் எண்கள் N = {1, 2, ... }, முழு எண்கள் W = {0, 1, 2, ... }, முழுக்கள் Z = {..., – 2, – 1, 0, 1, 2, ... }, விகிதமுறு எண்கள் Q மற்றும் அவற்றின் நான்கு அடிப்படைச் செயல்களைக் கற்றறிந்தோம்.





கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள கூற்றுகள் சரியா, தவறா ?

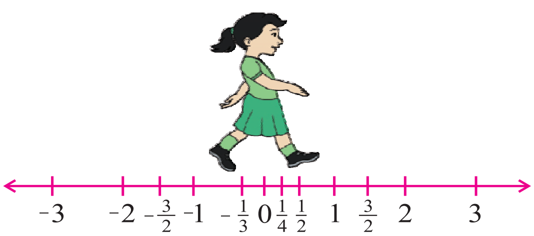
a) அனைத்து முழுக்களும் விகிதமுறு எண்களே.
b) அனைத்து இயல் எண்களும் முழுக்களாகும்.
c) அனைத்து முழுக்களும் இயல் எண்களே.
d) அனைத்து முழு எண்களும் இயல் எண்களே.
e) அனைத்து இயல் எண்களும் முழு எண்களே.
f) அனைத்து விகித முறு எண்களும் முழு எண்களே.

1.2 மீள் பார்வை – விகிதமுறு எண்களை எண்கோட்டில் குறித்தல்

விகிதமுறு எண்கள்

$\frac{p}{q}$ என்ற வடிவத்தில் அமையும் எண்கள் விகிதமுறு எண்களாகும். இவ்வடிவத்தில் p, q ஆகியன முழுக்களாகும், மேலும் $q \neq 0$ ஆகும். $\frac{p}{q}$ வடிவத்தில் அமையும், $q > 0$ எனும் எண்களின் தொகுப்பு விகிதமுறு எண்களின் தொகுப்பு எனவும் அதனை Q எனவும் குறிப்பிடலாம். விகிதமுறு எண்களானது, இயல் எண்கள், முழு எண்கள், முழுக்கள் மற்றும் மிகை, குறை பின்னங்களை உள்ளடக்கியதாகும். அருகில் உள்ள படத்தில் ஒரு சிறுமி எவ்வாறு எல்லா விகிதமுறு எண்களையும் ஒரு மூட்டையில் சேகரிக்கிறாள் என்பதைக் காணலாம்.

விகிதமுறு எண்களை எண் கோட்டிலும் குறிக்கலாம். கீழ்க்காணும் படத்தில் ஒரு சிறுமி எண் கோட்டில் நடப்பதைக் காணலாம்.



குறிப்பிட்ட எண்ணிற்கு பொருத்தமான எண் வகையை வட்டமிடுக.

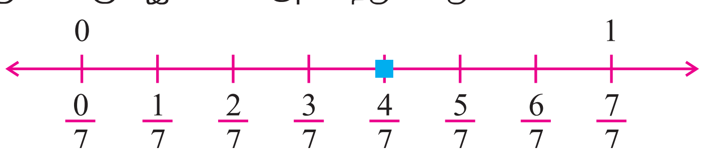
எண்கள்	எண்ணின் வகை			
4	N	W	Z	Q
-6	N	W	Z	Q
5/3	N	W	Z	Q
0	N	W	Z	Q
$\sqrt{9}$	N	W	Z	Q
$\sqrt[3]{8}$	N	W	Z	Q
34.7	N	W	Z	Q

விகிதமுறு எண்களை எண் கோட்டில் குறிக்கும் போது, ஒவ்வொரு இடைவெளியையும் அதன் பகுதிக்குச் சமமான எண்ணிக்கையில் பிரிக்கவும். பின் கொடுக்கப் பட்ட எண்ணை எண் கோட்டில் குறிக்கவும்.

உதாரணம்:

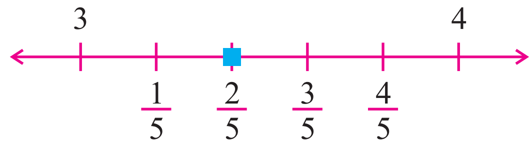
(i) $\frac{4}{7}$ என்ற எண்ணை எண் கோட்டில் குறிக்கவும்.

$\frac{4}{7}$ என்ற எண் 0 க்கும் 1 க்கும் இடையே அமைந்துள்ளது.



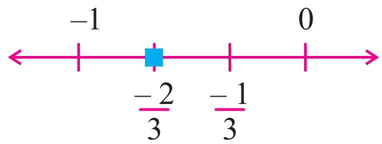
(ii) $\frac{17}{5} = 3\frac{2}{5}$

இது 3 க்கும் 4 க்கும் இடையே அமைந்துள்ளது.



(iii) $-\frac{2}{3}$

இது -1 க்கும் 0 க்கும் இடையே அமைந்துள்ளது.



ஒவ்வொரு இயல் எண்ணும் ஒரு விகிதமுறு எண் ஆகும். இதன் மறுதலை உண்மையா?

1.3 விகிதமுறு எண்களின் நான்கு பண்புகள்

1.3.1 (அ) கூட்டல்

(i) அடைவுப் பண்பு

இரண்டு விகிதமுறு எண்களைக் கூட்டினால், கிடைக்கும் எண் ஒரு விகிதமுறு எண் ஆகும். இதுவே ‘கூட்டலின் அடைவுப் பண்பு’ எனப்படும். Q ஆனது கூட்டலின் கீழ் அடைவுப் பண்பைப் பெற்றுள்ளது.

$\frac{a}{b}$ மற்றும் $\frac{c}{d}$ என்பன ஏதேனும் இரு விகிதிமுறு எண்கள் எனில் $\frac{a}{b}+\frac{c}{d}$ என்பதும் ஒரு விகிதமுறு எண் ஆகும்.

உதாரணம்: (i) $\frac{2}{9}+\frac{4}{9}=\frac{6}{9}=\frac{2}{3}$ என்பது ஒரு விகிதமுறு எண் ஆகும்.

(ii) $5+\frac{1}{3}=\frac{5}{1}+\frac{1}{3}=\frac{15+1}{3}=\frac{16}{3}=5\frac{1}{3}$ என்பது ஒரு விகிதமுறு எண் ஆகும்.

(ii) பரிமாற்றுப் பண்பு

இரு விகிதமுறு எண்களின் கூட்டல் பரிமாற்றுப் பண்பை நிறைவு செய்கிறது.

$\frac{a}{b}$ மற்றும் $\frac{c}{d}$ என்பன ஏதேனும் இரு விகிதமுறு எண்கள் எனில் $\frac{a}{b}+\frac{c}{d}=\frac{c}{d}+\frac{a}{b}$

உதாரணம்: $\frac{1}{2}, \frac{2}{5}$ என்பன ஏதேனும் இரு விகிதமுறு எண்கள் எனில்

$\frac{1}{2}+\frac{2}{5} = \frac{2}{5}+\frac{1}{2}$ ஆகும்.

இடது பக்கம் = LHS
வலது பக்கம் = RHS

LHS $= \frac{1}{2}+\frac{2}{5} = \frac{5+4}{10} = \frac{9}{10}$

RHS $= \frac{2}{5}+\frac{1}{2} = \frac{4+5}{10} = \frac{9}{10}$

$\therefore$ LHS = RHS

விகிதமுறு எண்களின் கூட்டல் பரிமாற்றுப் பண்பை நிறைவு செய்கிறது.

(iii) சேர்ப்புப் பண்பு

விகிதமுறு எண்களின் கூட்டல் சேர்ப்புப் பண்பை நிறைவு செய்கிறது.

$\frac{a}{b}$, $\frac{c}{d}$ மற்றும் $\frac{e}{f}$ என்பன ஏதேனும் மூன்று விகிதமுறு எண்கள் எனில்

$$\frac{a}{b}+\left(\frac{c}{d}+\frac{e}{f}\right)=\left(\frac{a}{b}+\frac{c}{d}\right)+\frac{e}{f} \text{ ஆகும்.}$$

உதாரணம்: $\frac{2}{3}$, $\frac{1}{2}$ மற்றும் 2 என்பன ஏதேனும் மூன்று விகிதமுறு எண்கள் எனில்

$$\frac{2}{3}+\left(\frac{1}{2}+2\right) = \left(\frac{2}{3}+\frac{1}{2}\right)+2 \text{ ஆகும்.}$$

$$\begin{aligned}\text{LHS} &= \frac{2}{3}+\left(\frac{1}{2}+2\right)\\ &= \frac{2}{3}+\left(\frac{1}{2}+\frac{2}{1}\right)\\ &= \frac{2}{3}+\left(\frac{1}{2}+\frac{4}{2}\right)=\frac{2}{3}+\frac{5}{2}\\ &= \frac{4+15}{6}=\frac{19}{6}=3\frac{1}{6}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{RHS} &= \left(\frac{2}{3}+\frac{1}{2}\right)+2\\ &= \left(\frac{4}{6}+\frac{3}{6}\right)+2\\ &= \frac{7}{6}+2=\frac{7}{6}+\frac{2}{1}\\ &= \frac{7+12}{6}=\frac{19}{6}=3\frac{1}{6}\end{aligned}$$

$$\therefore \text{LHS} = \text{RHS}$$

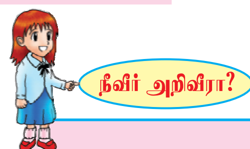
$\therefore$ விகிதமுறு எண்களின் கூட்டல் சேர்ப்புப் பண்பினை நிறைவு செய்கிறது.

(iv) கூட்டல் சமனி

ஒரு விகிதமுறு எண்ணையும் மற்றும் பூச்சியத்தையும் கூட்டினால் கிடைக்கும் கூட்டுத் தொகை அதே விகிதமுறு எண் ஆகும்.

$\frac{a}{b}$ என்பது ஒரு விகிதமுறு எண் எனில் $\frac{a}{b}+0=\frac{a}{b}=0+\frac{a}{b}$.

விகிதமுறு எண்களின் கூட்டல் சமனி பூச்சியம் ஆகும்.



பூச்சியம் ஒரு சிறப்பு விகிதமுறு எண்ணாகும். இதனை $0=\frac{0}{q}$, $q\neq 0$ என எழுதலாம்.

உதாரணம்: (i) $\frac{2}{7}+0=\frac{2}{7}=0+\frac{2}{7}$

(ii) $\left(\frac{-7}{11}\right)+0=\frac{-7}{11}=0+\left(\frac{-7}{11}\right)$

(v) கூட்டல் எதிர்மறை

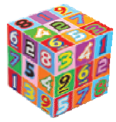
$\left(\frac{-a}{b}\right)$ என்பது $\frac{a}{b}$ இன் கூட்டல் எதிர்மறை ஆகும்.

$\frac{a}{b}$ என்பது ஒரு விகிதமுறு எண் எனில் $\left(\frac{-a}{b}\right)$ என்ற விகிதமுறு எண்ணை $\frac{a}{b}+\left(\frac{-a}{b}\right)=0$ என்றவாறு காணலாம்.

உதாரணம்: (i) $\frac{3}{5}$ இன் கூட்டல் எதிர்மறை $\frac{-3}{5}$ ஆகும்.

(ii) $\frac{-3}{5}$ இன் கூட்டல் எதிர்மறை $\frac{3}{5}$ ஆகும்.

(iii) 0 இன் கூட்டல் எதிர்மறை 0 ஆகும்.



முயற்சி செய்

எண்கள்	கூட்டல்		
	அடைவுப் பண்பு	பரிமாற்றுப் பண்பு	சேர்ப்புப் பண்பு
இயல் எண்கள்			
முழு எண்கள்			ஆம்
முழுக்கள்			
விகிதமுறு எண்கள்	ஆம்		

1.3.1 (ஆ) கழித்தல்

(i) அடைவுப் பண்பு

இரண்டு விகிதமுறு எண்களின் வேறுபாடு எப்பொழுதும் விகிதமுறு எண்ணாக இருக்கும். ஆகவே, Q ஆனது கழித்தலின் கீழ் அடைவுப் பண்பைப் பெற்றுள்ளது.

$\frac{a}{b}$ மற்றும் $\frac{c}{d}$ என்பன ஏதேனும் இரு விகிதமுறு எண்கள், எனில், $\frac{a}{b} - \frac{c}{d}$ என்பதும் ஒரு விகிதமுறு எண் ஆகும்.

உதாரணம்: (i) $\frac{4}{7} - \frac{2}{7} = \frac{2}{7}$ என்பது ஒரு விகிதமுறு எண் ஆகும்.

(ii) $1 - \frac{1}{2} = \frac{2-1}{2} = \frac{1}{2}$ என்பது ஒரு விகிதமுறு எண் ஆகும்.

(ii) பரிமாற்றுப் பண்பு

இரு விகிதமுறு எண்களின் கழித்தல் பரிமாற்றுப் பண்பை நிறைவு செய்யாது.

$\frac{a}{b}$ மற்றும் $\frac{c}{d}$ என்பன ஏதேனும் இரு விகிதமுறு எண்கள் எனில் $\frac{a}{b} - \frac{c}{d} \neq \frac{c}{d} - \frac{a}{b}$.

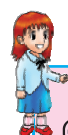
உதாரணம்: $\frac{4}{9}$ மற்றும் $\frac{2}{5}$ என்பன ஏதேனும் இரு விகிதமுறு எண்கள் எனில்

$$\frac{4}{9} - \frac{2}{5} \neq \frac{2}{5} - \frac{4}{9}$$

$$\text{LHS} = \frac{4}{9} - \frac{2}{5} = \frac{20-18}{45} = \frac{2}{45}$$

$$\text{RHS} = \frac{2}{5} - \frac{4}{9} = \frac{18-20}{45} = \frac{-2}{45}$$

$$\therefore \text{LHS} \neq \text{RHS}$$



நீவிர் அறிவீரா?

இரு விகிதமுறு எண்கள் சமம் எனில், அவை பரிமாற்றுப் பண்பை நிறைவு செய்யும்.

$\therefore$ விகிதமுறு எண்களின் கழித்தல் பரிமாற்றுப் பண்பை நிறைவு செய்யாது.

(iii) சேர்ப்புப் பண்பு

விகிதமுறு எண்களின் கழித்தல் சேர்ப்புப் பண்பை நிறைவு செய்யாது.

$\frac{a}{b}$, $\frac{c}{d}$ மற்றும் $\frac{e}{f}$ என்பன மூன்று விகிதமுறு எண்கள் எனில்

$\frac{a}{b} - \left(\frac{c}{d} - \frac{e}{f}\right) \neq \left(\frac{a}{b} - \frac{c}{d}\right) - \frac{e}{f}$ ஆகும்.

உதாரணம்: $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}$ மற்றும் $\frac{1}{4}$ என்பன மூன்று விகிதமுறு எண்கள் எனில்

$$\frac{1}{2}-\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{4}\right)\neq\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{3}\right)-\frac{1}{4} \text{ ஆகும்.}$$

$$\text{LHS} = \frac{1}{2}-\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{4}\right) = \frac{1}{2}-\left(\frac{4-3}{12}\right) = \frac{1}{2}-\left(\frac{1}{12}\right) = \frac{6-1}{12} = \frac{5}{12}$$

$$\text{RHS} = \left(\frac{1}{2}-\frac{1}{3}\right)-\frac{1}{4} = \left(\frac{3-2}{6}\right)-\frac{1}{4} = \frac{1}{6}-\frac{1}{4} = \frac{2-3}{12} = \frac{-1}{12}$$

$$\therefore \text{LHS} \neq \text{RHS}$$

$\therefore$ விகிதமுறு எண்களின் கழித்தல் சேர்ப்புப் பண்பை நிறைவு செய்யாது.

முயற்சி செய்

எண்கள்	கழித்தல்		
	அடைவுப் பண்பு	பரிமாற்றுப் பண்பு	சேர்ப்புப் பண்பு
இயல் எண்கள்	இல்லை		
முழு எண்கள்			
முழுக்கள்			
விகிதமுறு எண்கள்			இல்லை

1.3.1 (இ) பெருக்கல்

(i) அடைவுப் பண்பு

இரண்டு விகிதமுறு எண்களின் பெருக்கல் பலன் எப்பொழுதும் ஒரு விகிதமுறு எண்ணே ஆகும். எனவே Q ஆனது பெருக்கலின் கீழ் அடைவுப் பண்பைப் பெற்றுள்ளது.

$\frac{a}{b}$ மற்றும் $\frac{c}{d}$ என்பது ஏதேனும் இரு விகிதமுறு எண்கள் எனில் $\frac{a}{b}\times\frac{c}{d}=\frac{ac}{bd}$ என்பதும் விகிதமுறு எண் ஆகும்.

உதாரணம்: (i) $\frac{1}{3}\times 7=\frac{7}{3}=2\frac{1}{3}$ என்பது ஒரு விகிதமுறு எண் ஆகும்.

(ii) $\frac{4}{3}\times\frac{5}{9}=\frac{20}{27}$ என்பது ஒரு விகிதமுறு எண் ஆகும்.

(ii) பரிமாற்றுப் பண்பு

இரு விகிதமுறு எண்களின் பெருக்கல் பரிமாற்றுப் பண்பை நிறைவு செய்கிறது.

$\frac{a}{b}$ மற்றும் $\frac{c}{d}$ என்பன ஏதேனும் இரு விகிதமுறு எண்கள் எனில் $\frac{a}{b}\times\frac{c}{d}=\frac{c}{d}\times\frac{a}{b}$ ஆகும்.

உதாரணம்: $\frac{3}{5}$ மற்றும் $\frac{-8}{11}$ என்பன இரு விகிதமுறு எண்கள் எனில்

$$\frac{3}{5}\times\left(\frac{-8}{11}\right) = \left(\frac{-8}{11}\right)\times\frac{3}{5} \text{ ஆகும்.}$$

$$\text{LHS} = \frac{3}{5}\times\left(\frac{-8}{11}\right) = \frac{-24}{55} \qquad \text{RHS} = \frac{-8}{11}\times\left(\frac{3}{5}\right) = \frac{-24}{55}$$

$$\therefore \text{LHS} = \text{RHS}$$

∴ விகிதமுறு எண்களின் பெருக்கல் பரிமாற்றுப் பண்பை நிறைவு செய்கிறது.

(iii) சேர்ப்புப் பண்பு

விகிதமுறு எண்களின் பெருக்கல் சேர்ப்புப் பண்பை நிறைவு செய்கிறது.

$\frac{a}{b}$, $\frac{c}{d}$ மற்றும் $\frac{e}{f}$ என்பன ஏதேனும் மூன்று விகிதமுறு எண்கள் எனில் $\frac{a}{b}\times\left(\frac{c}{d}\times\frac{e}{f}\right) = \left(\frac{a}{b}\times\frac{c}{d}\right)\times\frac{e}{f}$ ஆகும்.

உதாரணம்: $\frac{1}{2}$, $\left(\frac{-1}{4}\right)$ மற்றும் $\frac{1}{3}$ என்பன மூன்று விகிதமுறு எண்கள் எனில்

$$\frac{1}{2}\times\left(\frac{-1}{4}\times\frac{1}{3}\right) = \left(\frac{1}{2}\times\left(\frac{-1}{4}\right)\right)\times\frac{1}{3}$$

$$\text{LHS} = \frac{1}{2}\times\left(\frac{-1}{12}\right) = \frac{-1}{24} \qquad \text{RHS} = \left(\frac{-1}{8}\right)\times\frac{1}{3} = \frac{-1}{24}$$

$$\therefore \text{LHS} = \text{RHS}$$

∴ விகிதமுறு எண்களின் பெருக்கல் சேர்ப்புப் பண்பை நிறைவு செய்கிறது.

(iv) பெருக்கல் சமனி

ஏதேனும் ஒரு விகிதமுறு எண்ணையும் 1 ஐயும் பெருக்கினால் வரும் பெருக்கல் பலன் அதே விகிதமுறு எண் ஆகும்.

'ஒன்று' என்பது விகிதமுறு எண்களின் 'பெருக்கல் சமனியாகும்'.

$\frac{a}{b}$ என்பது ஏதேனும் ஒரு விகிதமுறு எண் எனில் $\frac{a}{b}\times 1 = \frac{a}{b} = 1\times\frac{a}{b}$ ஆகும்.

உதாரணம்: (i) $\frac{5}{7}\times 1 = \frac{5}{7}$

(ii) $\left(\frac{-3}{8}\right)\times 1 = \frac{-3}{8}$.

முழுக்களுக்கு 1 என்பது பெருக்கல் சமனி ஆகுமா?

(v) பூச்சியத்தின் பெருக்கல் பலன்

ஒவ்வொரு விகிதமுறு எண்ணையும் பூச்சியத்துடன் பெருக்கினால் பூச்சியம் கிடைக்கிறது.

$\frac{a}{b}$ என்பது ஏதேனும் ஒரு விகிதமுறு எண் எனில் $\frac{a}{b}\times 0 = 0 = 0\times\frac{a}{b}$ ஆகும்.

உதாரணம்: (i) $-5\times 0 = 0$

(ii) $\left(\frac{-7}{11}\right)\times 0 = 0$.

(vi) பெருக்கல் எதிர்மறை அல்லது தலைகீழி

ஒவ்வொரு விகிதமுறு எண் $\frac{a}{b}, (b \neq 0)$, க்கும் $\frac{c}{d}$ என்ற விகிதமுறு எண், $\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = 1$ என்றவாறு இருந்தால் $\frac{c}{d}$ என்பது $\frac{a}{b}$ இன் பெருக்கல் எதிர்மறை அல்லது தலைகீழி ஆகும்.

$\frac{a}{b}$ என்பது விகிதமுறு எண் எனில், $\frac{b}{a}$ என்பது பெருக்கல் எதிர்மறை அல்லது தலைகீழி ஆகும்.

உதாரணம்: (i) 2 இன் பெருக்கல் தலைகீழி $\frac{1}{2}$ ஆகும்.

(ii) $\left(\frac{-3}{5}\right)$ இன் பெருக்கல் எதிர்மறை $\left(\frac{-5}{3}\right)$ ஆகும்.

நீவிர் அறிவீரா?

i) 0 விற்கு தலைகீழி கிடையாது.

ii) 1 மற்றும் – 1 என்ற விகிதமுறு எண்களுக்கு அவ்வெண்களே தலைகீழிகளாகும்.

சிந்திக்க!

0.3 என்பது $3\frac{1}{3}$ இன் தலைகீழியா?

முயற்சி செய்

எண்கள்	பெருக்கல்		
	அடைவுப் பண்பு	பரிமாற்றுப் பண்பு	சேர்ப்புப் பண்பு
இயல் எண்கள்			
முழு எண்கள்		ஆம்	
முழுக்கள்			ஆம்
விகிதமுறு எண்கள்			

1.3.1 (ஈ) வகுத்தல்

(i) அடைவுப் பண்பு

பூச்சியமற்ற விகிதமுறு எண்களின் தொகுப்பு வகுத்தலின் கீழ் அடைவுப் பண்பைப் பெற்றுள்ளது.

$\frac{a}{b}$ மற்றும் $\frac{c}{d}$ என்பன இரு விகிதமுறு எண்கள், மற்றும் $\frac{c}{d} \neq 0$, எனில் $\frac{a}{b} \div \frac{c}{d}$ என்பது ஒரு விகிதமுறு எண் ஆகும்.

உதாரணம்: (i) $\frac{2}{3} \div \frac{1}{3} = \frac{2}{3} \times \frac{3}{1} = \frac{2}{1} = 2$ என்பது ஒரு விகிதமுறு எண் ஆகும்.

(ii) $\frac{4}{5} \div \frac{3}{2} = \frac{4}{5} \times \frac{2}{3} = \frac{8}{15}$ என்பது ஒரு விகிதமுறு எண் ஆகும்.

(ii) பரிமாற்றுப் பண்பு

இரு விகிதமுறு எண்களின் வகுத்தல் பரிமாற்றுப் பண்பை நிறைவு செய்யாது.

$\frac{a}{b}$ மற்றும் $\frac{c}{d}$ என்பன இரு விகிதமுறு எண்கள், எனில் $\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} \neq \frac{c}{d} \div \frac{a}{b}$ ஆகும்.

உதாரணம்: $\frac{4}{5}$ மற்றும் $\frac{3}{8}$ என்பன இரு விகிதமுறு எண்கள் எனில்

$$\frac{4}{5} \div \frac{3}{8} \neq \frac{3}{8} \div \frac{4}{5}$$

$$\text{LHS} = \frac{4}{5} \times \frac{8}{3} = \frac{32}{15} \qquad \text{RHS} = \frac{3}{8} \times \frac{5}{4} = \frac{15}{32}$$

$$\therefore \text{LHS} \neq \text{RHS}$$

∴ விகிதமுறு எண்களின் வகுத்தல் பரிமாற்றுப் பண்பை நிறைவு செய்யாது.

(iii) சேர்ப்புப் பண்பு

விகிதமுறு எண்களின் வகுத்தல் சேர்ப்புப் பண்பை நிறைவு செய்யாது.

$\frac{a}{b}, \frac{c}{d}$ மற்றும் $\frac{e}{f}$ என்பன மூன்று விகிதமுறு எண்கள்

எனில் $\frac{a}{b} \div \left(\frac{c}{d} \div \frac{e}{f}\right) \neq \left(\frac{a}{b} \div \frac{c}{d}\right) \div \frac{e}{f}$ ஆகும்.

உதாரணம்: $\frac{3}{4}$, 5 மற்றும் $\frac{1}{2}$ என்பன மூன்று விகிதமுறு எண்கள் எனில்

$\frac{3}{4} \div \left(5 \div \frac{1}{2}\right) \neq \left(\frac{3}{4} \div 5\right) \div \frac{1}{2}$ ஆகும்.

$$\begin{aligned} \text{LHS} &= \frac{3}{4} \div \left(5 \div \frac{1}{2}\right) \\ &= \frac{3}{4} \div \left(\frac{5}{1} \times \frac{2}{1}\right) \\ &= \frac{3}{4} \div 10 \\ &= \frac{3}{4} \times \frac{1}{10} = \frac{3}{40} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{RHS} &= \left(\frac{3}{4} \div 5\right) \div \frac{1}{2} \\ &= \left(\frac{3}{4} \times \frac{1}{5}\right) \div \frac{1}{2} \\ &= \frac{3}{20} \times \frac{2}{1} \\ &= \frac{3}{10} \end{aligned}$$

$$\therefore \text{LHS} \neq \text{RHS}$$

∴ விகிதமுறு எண்களின் வகுத்தல் சேர்ப்புப் பண்பை நிறைவு செய்யாது.

முயற்சி செய்

எண்கள்	வகுத்தல்		
	அடைவுப் பண்பு	பரிமாற்றுப் பண்பு	சேர்ப்புப் பண்பு
இயல் எண்கள்	இல்லை		
முழு எண்கள்			
முழுக்கள்			
விகிதமுறு எண்கள்		இல்லை	

1.3.1 (உ) பங்கீட்டுப் பண்பு

(i) கூட்டலின் மீது பெருக்கலின் பங்கீட்டுப் பண்பு

விகிதமுறு எண்களின் பெருக்கல், கூட்டலின் மீதான பங்கீட்டுப் பண்பை நிறைவு செய்கிறது.

$\frac{a}{b}, \frac{c}{d}$ மற்றும் $\frac{e}{f}$ என்பன ஏதேனும் மூன்று விகிதமுறு எண்கள் எனில்

$$\frac{a}{b}\times\left(\frac{c}{d}+\frac{e}{f}\right)=\frac{a}{b}\times\frac{c}{d}+\frac{a}{b}\times\frac{e}{f}$$ ஆகும்.

உதாரணம்: $\frac{2}{3}, \frac{4}{9}$ மற்றும் $\frac{3}{5}$ என்பன மூன்று விகிதமுறு எண்கள் எனில்,

$$\frac{2}{3}\times\left(\frac{4}{9}+\frac{3}{5}\right) = \frac{2}{3}\times\frac{4}{9}+\frac{2}{3}\times\frac{3}{5}$$

$\text{LHS} = \frac{2}{3}\times\left(\frac{4}{9}+\frac{3}{5}\right)$	$\text{RHS} = \frac{2}{3}\times\frac{4}{9}+\frac{2}{3}\times\frac{3}{5}$
$= \frac{2}{3}\times\left(\frac{20+27}{45}\right)$	$= \frac{8}{27}+\frac{2}{5}$
$= \frac{2}{3}\times\frac{47}{45} = \frac{94}{135}$	$= \frac{40+54}{135} = \frac{94}{135}$

$$\therefore \text{LHS} = \text{RHS}$$

$\therefore$ விகிதமுறு எண்களின் கூட்டலின் மீது பெருக்கல் பங்கீட்டுப் பண்பை நிறைவு செய்கிறது.

(ii) கழித்தலின் மீது பெருக்கலின் பங்கீட்டுப் பண்பு

விகிதமுறு எண்களின் பெருக்கல், கழித்தலின் மீதான பங்கீட்டுப் பண்பை நிறைவு செய்கிறது.

$\frac{a}{b}, \frac{c}{d}$ மற்றும் $\frac{e}{f}$ என்பன ஏதேனும் மூன்று விகிதமுறு எண்கள் எனில்

$$\frac{a}{b}\times\left(\frac{c}{d}-\frac{e}{f}\right)=\frac{a}{b}\times\frac{c}{d}-\frac{a}{b}\times\frac{e}{f}$$ ஆகும்.

உதாரணம்: $\frac{3}{7}, \frac{4}{5}$ மற்றும் $\frac{1}{2}$, என்பன ஏதேனும் மூன்று விகிதமுறு எண்கள் எனில்,

$$\frac{3}{7}\times\left(\frac{4}{5}-\frac{1}{2}\right) = \frac{3}{7}\times\frac{4}{5}-\frac{3}{7}\times\frac{1}{2}$$

$\text{LHS} = \frac{3}{7}\times\left(\frac{4}{5}-\frac{1}{2}\right)$	$\text{RHS} = \frac{3}{7}\times\frac{4}{5}-\frac{3}{7}\times\frac{1}{2}$
$= \frac{3}{7}\times\left(\frac{8-5}{10}\right)$	$= \frac{12}{35}-\frac{3}{14}$
$= \frac{3}{7}\times\frac{3}{10} = \frac{9}{70}$	$= \frac{24-15}{70} = \frac{9}{70}$

$$\therefore \text{LHS} = \text{RHS}$$

$\therefore$ விகிதமுறு எண்களின் கழித்தலின் மீது பெருக்கல் பங்கீட்டுப் பண்பை நிறைவு செய்கிறது.

கணக்கு

பயிற்சி 1.1

1. சரியான விடையைத் தேர்ந்தெடுத்து எழுதுக.

i) விகிதமுறு எண்களின் கூட்டல் சமனி .... ஆகும்.

(A) 0 (B) 1 (C) – 1 (D) 2

ii) $\frac{-3}{5}$ என்ற எண்ணின் கூட்டல் எதிர்மறை .... ஆகும்.

(A) $\frac{-3}{5}$ (B) $\frac{5}{3}$ (C) $\frac{3}{5}$ (D) $\frac{-5}{3}$

iii) $\frac{-5}{13}$ இன் பெருக்கல் தலைகீழி .... ஆகும்.

(A) $\frac{5}{13}$ (B) $\frac{-13}{5}$ (C) $\frac{13}{5}$ (D) $\frac{-5}{13}$

iv) – 7 இன் பெருக்கல் எதிர்மறை .... ஆகும்.

(A) 7 (B) $\frac{1}{7}$ (C) – 7 (D) $\frac{-1}{7}$

v) .... என்ற எண்ணிற்கு தலைகீழியே இல்லை.

(A) 0 (B) 1 (C) – 1 (D) $\frac{1}{4}$

2. பின்வருவனவற்றில் பயன்படுத்தப்பட்டுள்ள கூட்டல் பண்புகளை எழுதுக.

(i) $\left(\frac{-3}{7}\right)+\frac{1}{9}=\frac{1}{9}+\left(\frac{-3}{7}\right)$ (ii) $\frac{4}{9}+\left(\frac{7}{8}+\frac{1}{2}\right)=\left(\frac{4}{9}+\frac{7}{8}\right)+\frac{1}{2}$

(iii) $8+\frac{7}{10}=\frac{7}{10}+8$ (iv) $\left(\frac{-7}{15}\right)+0=\frac{-7}{15}=0+\left(\frac{-7}{15}\right)$

(v) $\frac{2}{5}+\left(\frac{-2}{5}\right)=0$

3. பின்வருவனவற்றில் பயன்படுத்தப்பட்டுள்ள பெருக்கல் பண்புகளை எழுதுக.

(i) $\frac{2}{3}\times\frac{4}{5}=\frac{4}{5}\times\frac{2}{3}$ (ii) $\left(\frac{-3}{4}\right)\times 1=\frac{-3}{4}=1\times\left(\frac{-3}{4}\right)$

(iii) $\left(\frac{-17}{28}\right)\times\left(\frac{-28}{17}\right)=1$ (iv) $\frac{1}{5}\times\left(\frac{7}{8}\times\frac{4}{3}\right)=\left(\frac{1}{5}\times\frac{7}{8}\right)\times\frac{4}{3}$

(v) $\frac{2}{7}\times\left(\frac{9}{10}+\frac{2}{5}\right)=\frac{2}{7}\times\frac{9}{10}+\frac{2}{7}\times\frac{2}{5}$

4. கீழே கொடுக்கப்பட்ட எண்கள் கூட்டல், கழித்தல், பெருக்கல் மற்றும் வகுத்தல் பரிமாற்றுப் பண்பை நிறைவு செய்கிறதா எனச் சோதிக்கவும்.

(i) 4 மற்றும் $\frac{2}{5}$ (ii) $\frac{-3}{4}$ மற்றும் $\frac{-2}{7}$

5. கீழே கொடுக்கப்பட்ட எண்கள் கூட்டல், கழித்தல், பெருக்கல் மற்றும் வகுத்தல் சேர்ப்புப் பண்பை நிறைவு செய்கிறதா எனச் சோதிக்கவும்.

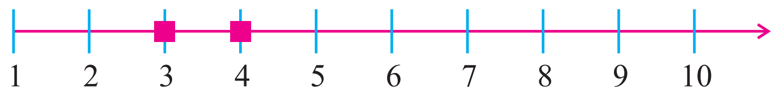
(i) $\frac{1}{3}, \frac{2}{5}$ மற்றும் $\frac{-3}{7}$ (ii) $\frac{2}{3}, \frac{-4}{5}$ மற்றும் $\frac{9}{10}$

6. பெருக்கலின் பங்கீட்டுப் பண்பைப் பயன்படுத்திச் சுருக்கவும்:

(i) $\frac{-5}{4}\times\left(\frac{8}{9}+\frac{5}{7}\right)$ (ii) $\frac{2}{7}\times\left(\frac{1}{4}-\frac{1}{2}\right)$

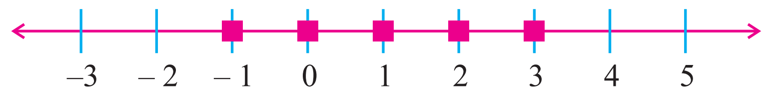
1.3.2 இரு விகிதமுறு எண்களுக்கிடையே உள்ள விகிதமுறு எண்களைக் கண்டறிதல்

2 மற்றும் 5 க்கும் இடையேயுள்ள இயல் எண்களைக் கூற முடியுமா?



அவை 3 மற்றும் 4 ஆகும்.

– 2 மற்றும் 4 க்கும் இடையேயுள்ள முழுக்களைக் கூற முடியுமா?



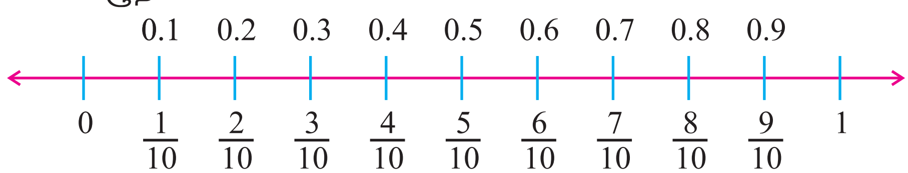
அவை – 1, 0, 1, 2, 3 ஆகும்.$\frac{1}{2}$

எனவே இரு இயல் எண்கள் மற்றும் முழுக்களுக்கு இடையே குறிப்பிடத் தகுந்த முழுக்களைக் காணலாம்.

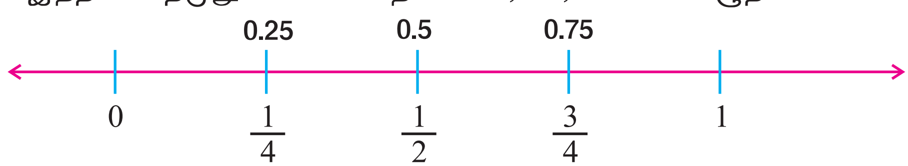
இப்பொழுது, 1 க்கும் 2 க்கும் இடையேயுள்ள முழுக்களை கூற இயலுமா?

இயலாது.

ஆனால் இரு முழுக்களுக்கு இடையே நாம் விகிதமுறு எண்களைக் காணலாம். 0 த்திற்கும் 1 க்கும் இடையே $\frac{1}{10}, \frac{2}{10}, \frac{3}{10}, \cdots$ போன்ற எண்களைக் காணலாம். இவற்றை 0.1, 0.2, 0.3 என எழுதலாம்.

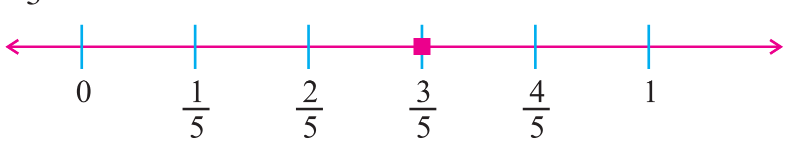


இது போலவே, $\frac{1}{4}, \frac{1}{2}, \frac{3}{4}$ போன்ற எண்கள் 0 க்கும் 1 க்கும் இடையே உள்ளதை நாம் அறியலாம். இந்த விகிதமுறு எண்களை நாம் 0.25, 0.5, 0.75 என எழுதலாம்.



இப்பொழுது $\frac{2}{5}$ மற்றும் $\frac{4}{5}$ ஐ எடுத்துக் கொள்க. இவற்றிற்கு இடையே ஏதேனும் விகிதமுறு எண்களைக் கூற இயலுமா?

இயலும். $\frac{3}{5}$ என்ற விகிதமுறு எண்ணைக் கூறலாம்.



கணக்கு

இதேபோன்று, $\frac{1}{5}, \frac{2}{5}, \frac{3}{5}$ மற்றும் $\frac{4}{5}$ போன்ற எண்கள் 0 த்திற்கும் 1 க்கும் இடையே உள்ளன.

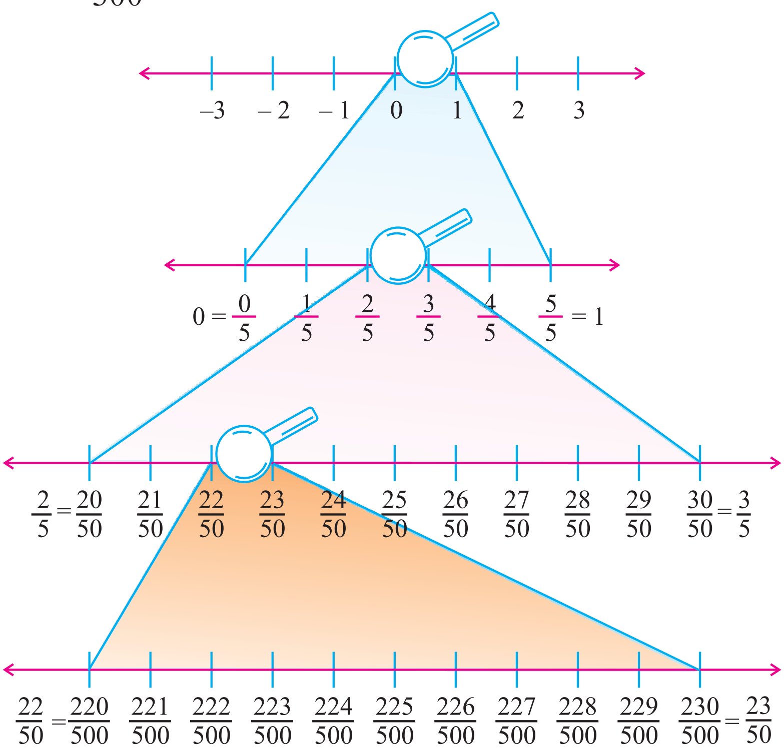
$\frac{2}{5}$ மற்றும் $\frac{3}{5}$க்கும் இடையே மேலும் பல விகிதமுறு எண்களைக் கண்டுபிடிக்க இயலுமா?

இயலும். நாம் $\frac{2}{5}$ ஐ $\frac{20}{50}$ எனவும், $\frac{3}{5}$ ஐ $\frac{30}{50}$ எனவும் எழுதினால், மேலும் பல விகிதமுறு எண்களைக் கண்டுபிடிக்கலாம்.

$$\frac{2}{5}=\frac{20}{50} \quad \frac{21}{50} \quad \frac{22}{50} \quad \frac{23}{50} \quad \frac{24}{50} \quad \frac{25}{50} \quad \frac{26}{50} \quad \frac{27}{50} \quad \frac{28}{50} \quad \frac{29}{50} \quad \frac{30}{50}=\frac{3}{5}$$

$\frac{21}{50}, \frac{22}{50}, \frac{23}{50}, \frac{24}{50}, \frac{25}{50}, \frac{26}{50}, \frac{27}{50}, \frac{28}{50}$ மற்றும் $\frac{29}{50}$ போன்ற ஒன்பது விகிதமுறு எண்களைக் கண்டுபிடிக்கலாம்.

$\frac{22}{50}$ மற்றும் $\frac{23}{50}$ க்கும் இடையே மேலும் பல விகிதமுறு எண்களைக் கண்டுபிடிக்க, நாம் $\frac{22}{50}$ ஐ $\frac{220}{500}$ எனவும், $\frac{23}{50}$ ஐ $\frac{230}{500}$ எனவும் எழுத வேண்டும். பின் நாம் $\frac{221}{500}, \frac{222}{500}, \frac{223}{500}, \frac{224}{500}, \frac{225}{500}, \frac{226}{500}, \frac{227}{500}, \frac{228}{500}$ மற்றும் $\frac{229}{500}$ போன்ற ஒன்பது விகிதமுறு எண்களைக் கண்டு பிடிக்கலாம்.



இதனை நாம் படத்தில் உள்ள எண் கோட்டின் மூலம் அறிந்து கொள்ளலாம்.

உருப்பெருக்கி மூலம் எண் கோட்டில் 0 த்திற்கும் 1 க்கும் இடையே உள்ள பகுதியை உற்று கவனிக்கவும்.

இதே போன்று நாம் பல விகிதமுறு எண்களை 1 லிருந்து 2 வரை, 2 லிருந்து 3 வரை கண்டறியலாம்.

இவ்வாறு தொடரும்போது, இரண்டு விகிதமுறு எண்களின் இடையே நாம் மென்மேலும் பல விகிதமுறு எண்களைக் கண்டறிய முடியும் என அறியலாம். இதிலிருந்து இரு விகிதமுறு எண்களுக்கு இடையே விகிதமுறு எண்களின் அடர்த்தி அதிகம் எனப் புலப்படுகிறது.

ஆகவே இயல் எண்கள் மற்றும் முழுக்களைப் போல் அல்லாமல், கொடுக்கப்பட்ட இரு விகிதமுறு எண்களுக்கு இடையே எண்ணற்ற விகிதமுறு எண்கள் உள்ளன.

இரு விகிதமுறு எண்களுக்கு இடையிலான விகிதமுறு எண்களைக் கண்டறிதல்

நாம் இரு விகிதமுறு எண்களுக்கு இடையிலான விகிதமுறு எண்களை இரு முறைகளில் கண்டறியலாம்.

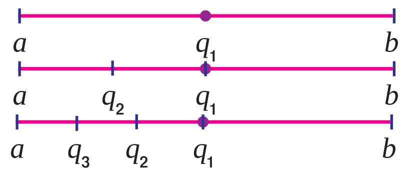
1. சூத்திர முறை

'a' மற்றும் 'b' என்பன இரு விகிதமுறு எண்கள் என்க. நாம் 'a' க்கும் 'b' க்கும் இடையே $q_1, q_2, q_3, \ldots$ போன்ற பல விகிதமுறு எண்களைப் பின்வருமாறு கண்டறியலாம்.

$$q_1 = \frac{1}{2}(a+b)$$

$$q_2 = \frac{1}{2}(a+q_1)$$

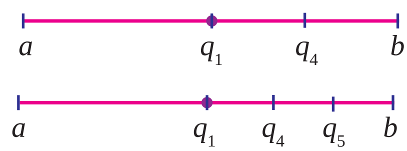
$$q_3 = \frac{1}{2}(a+q_2), \;\ldots..$$



q_2, q_3 என்ற எண்கள் q_1 க்கு இடப்பக்கம் அமைந்துள்ளன. இதேபோன்று q_4, q_5 ஆகிய விகிதமுறு எண்கள் q_1 க்கு வலப்பக்கம் அமைந்துள்ளதைப் பின்வருமாறு அறியலாம்.

$$q_4 = \frac{1}{2}(q_1+b)$$

$$q_5 = \frac{1}{2}(q_4+b), \;\ldots.$$



இரு எண்களின் சராசரி எப்பொழுதும் அந்த எண்களுக்கு இடையே அமைந்திருக்கும்.

2. மாற்று முறை

'a' மற்றும் 'b' என்பன இரு விகிதமுறு எண்கள் என்க.

(i) பின்னங்களின் பகுதிகளைச் சமமாக இருக்குமாறு மீ.சி.ம. (LCM) மூலம் மாற்றவும். தொகுதிகளுக்கிடையே எண்களைக் காண இயலுமாயின் இவை இரண்டுக்கும் இடையே விகிதமுறு எண் உள்ளது.

(ii) தொகுதிகளுக்கிடையே எண் ஏதும் இல்லையெனில், தொகுதி மற்றும் பகுதிகளை 10 ஆல் பெருக்கி அவற்றிற்கிடையேயான விகிதமுறு எண்களைப் பெறலாம். மேலும் பல விகிதமுறு எண்களைப் பெறுவதற்கு 100, 1000 ... என்ற எண்களால் பெருக்க வேண்டும்.

மேற்காணும் வெவ்வேறு முறைகளைப் பயன்படுத்தினால் வெவ்வேறு விகிதமுறு எண்களை a க்கும் b க்கும் இடையே காணலாம்.

எடுத்துக்காட்டு 1.1

$\frac{3}{4}, \frac{4}{5}$ ஆகிய எண்களுக்கிடையே உள்ள ஒரு விகிதமுறு எண்ணைக் காண்க.

கணக்கு

தீர்வு

சூத்திர முறை:

கொடுக்கப்பட்டுள்ளவை: $a = \frac{3}{4}, b = \frac{4}{5}$

q_1 என்பது $\frac{3}{4}$ க்கும் $\frac{4}{5}$ க்கும் இடையே உள்ள ஒரு விகிதமுறு எண் என்க.

$$q_1 = \frac{1}{2}(a+b)$$
$$= \frac{1}{2}\left(\frac{3}{4}+\frac{4}{5}\right) = \frac{1}{2}\left(\frac{15+16}{20}\right)$$
$$q_1 = \frac{1}{2}\times\left(\frac{31}{20}\right) = \frac{31}{40}$$

அந்த விகிதமுறு எண் $\frac{31}{40}$ ஆகும்.

மாற்று முறை:

கொடுக்கப்பட்டுள்ளவை: $a = \frac{3}{4}, b = \frac{4}{5}$

a ஐயும் b ஐயும் முறையே $\frac{3}{4}\times\frac{5}{5} = \frac{15}{20}$ மற்றும் $\frac{4}{5}\times\frac{4}{4} = \frac{16}{20}$ என எழுதலாம்.

நாம் $\frac{15}{20}$ க்கும் $\frac{16}{20}$ க்கும் இடையில் உள்ள விகிதமுறு எண்களைக் கண்டுபிடிக்க தொகுதியையும் பகுதியையும் 10ஆல் பெருக்க வேண்டும்.

$$\frac{15}{20}\times\frac{10}{10} = \frac{150}{200} \quad , \quad \frac{16}{20}\times\frac{10}{10} = \frac{160}{200}$$

$\therefore$ $\frac{150}{200}$ மற்றும் $\frac{160}{200}$ க்கும் இடையில் உள்ள விகிதமுறு எண்கள்

$\frac{151}{200}, \frac{152}{200}, \frac{153}{200}, \frac{154}{200}, \frac{155}{200}, \frac{156}{200}, \frac{157}{200}, \frac{158}{200}$ மற்றும் $\frac{159}{200}$ ஆகியனவாகும்.

எடுத்துக்காட்டு 1.2

$\frac{-3}{5}, \frac{1}{2}$ ஆகிய எண்களுக்கிடையே இரண்டு விகிதமுறு எண்களைக் காண்க.

தீர்வு

கொடுக்கப்பட்டுள்ளவை: $a = \frac{-3}{5}, b = \frac{1}{2}$

q_1 மற்றும் q_2 என்பன இரு விகிதமுறு எண்கள் என்க.

$$q_1 = \frac{1}{2}(a+b)$$
$$q_1 = \frac{1}{2}\times\left(\frac{-3}{5}+\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2}\times\left(\frac{-6+5}{10}\right) = \frac{1}{2}\times\left(\frac{-1}{10}\right) = \frac{-1}{20}$$
$$q_2 = \frac{1}{2}(a+q_1) = = \frac{1}{2}\times\left(\frac{-3}{5}+\left(\frac{-1}{20}\right)\right)$$
$$= \frac{1}{2}\times\left(\frac{-12+(-1)}{20}\right) = \frac{1}{2}\times\left(\frac{-12-1}{20}\right) = \frac{1}{2}\times\left(\frac{-13}{20}\right) = \frac{-13}{40}$$

$\frac{-1}{20}$ மற்றும் $\frac{-13}{40}$ ஆகியன இரு விகிதமுறு எண்கள் ஆகும்.

குறிப்பு: இந்த விகிதமுறு எண்களை நாம் $\frac{-3}{5} < \frac{-13}{40} < \frac{-1}{20} < \frac{1}{2}$ என எழுதலாம்.

பயிற்சி 1.2

1. கீழ்க்கண்ட விகிதமுறு எண்களுக்கு இடையே உள்ள ஒரு விகிதமுறு எண்ணைக் கண்டுபிடிக்கவும்.

   (i) $\frac{4}{3}, \frac{2}{5}$ (ii) $\frac{-2}{7}, \frac{5}{6}$ (iii) $\frac{5}{11}, \frac{7}{8}$ (iv) $\frac{7}{4}, \frac{8}{3}$

2. கீழ்க்கண்ட விகிதமுறு எண்களுக்கு இடையே உள்ள இரண்டு விகிதமுறு எண்களைக் கண்டுபிடிக்கவும்.

   (i) $\frac{2}{7}, \frac{3}{5}$ (ii) $\frac{6}{5}, \frac{9}{11}$ (iii) $\frac{1}{3}, \frac{4}{5}$ (iv) $\frac{-1}{6}, \frac{1}{3}$

3. கீழ்க்கண்ட விகிதமுறு எண்களுக்கு இடையே உள்ள மூன்று விகிதமுறு எண்களைக் கண்டுபிடிக்கவும்.

   (i) $\frac{1}{4}, \frac{1}{2}$ (ii) $\frac{7}{10}, \frac{2}{3}$ (iii) $\frac{-1}{3}, \frac{3}{2}$ (iv) $\frac{1}{8}, \frac{1}{12}$

1.4 மூவடைப்புக் கொண்ட எண்கோவைகளின் சுருக்கம்

நாம் சில உதாரணங்களைப் பார்ப்போம்.

(i) $2 + 3 = 5$ (ii) $5 - 10 = -5$

(iii) $\frac{3}{5} \times \frac{4}{7} = \frac{12}{35}$ (iv) $4 - 2 \times \frac{1}{2} = ?$

உதாரணம் (i), (ii) மற்றும் (iii) ஆகியவற்றில் ஒரே ஒரு செயலி உள்ளது. ஆனால் உதாரணம் (iv) இல் நாம் இரு செயலிகளைக் காண்கிறோம்.

உதாரணம் (iv) இல் எந்தச் செயலியை முதலில் செய்ய வேண்டும் என உங்களுக்குத் தெரியுமா?

உதாரணம் (iv) இல் சில விதிமுறைகளைப் பயன்படுத்தாவிடில் நமக்கு பல்வேறு தீர்வுகள் கிடைக்கும்.

உதாரணமாக, (i) $(4-2)\times\frac{1}{2} = 2\times\frac{1}{2} = 1,$

(ii) $4 - \left(2\times\frac{1}{2}\right) = 4 - 1 = 3$ என்ற இரு தீர்வுகள் கிடைக்கிறது.

எனவே குழப்பத்தைத் தவிர்க்க, செயலிகளைப் பயன்படுத்தும் போது சில விதிமுறைகளைப் பின்பற்ற வேண்டும். செயலிகளை இடப்புறமிருந்து வலப்புறமாக வரிசைக்கிரமமாக 'BODMAS' என்ற முறையில் பயன்படுத்தலாம்.

B – அடைப்பு, O – இன், D – வகுத்தல், M – பெருக்கல், A – கூட்டல், S – கழித்தல்

குறிப்பு: அந்த இனிய வள்ளல் பெயர் கூட கர்ணன் தானே. இந்த அமைப்பு மூலம்

அ–அடைப்பு, இ– இன், வ – வகுத்தல், பெ – பெருக்கல், கூ – கூட்டல், க– கழித்தல்

எனச் சுருக்கமாக நினைவிற் கொள்ளலாம்.

தொகுப்புக் குறியீடுகள்	பெயர்
—	மேற்கோட்டு அடைப்பு (வின்குலம்)
( )	அடைப்புக் குறியீடு
{ }	கண அடைப்பு
[ ]	சதுர அடைப்பு

‘இன்’ அல்லது ‘இல்’ அல்லது ‘மடங்கு’ (of) என்ற செயலி

சில நேரங்களில் ‘3 இன் இரு மடங்கு’, ‘20 இல் நான்கில் ஒரு பங்கு’, ‘10 இல் பாதி’ போன்ற சொற்றொடர்களைக் கொண்ட கோவைகளைக் காண நேரிடுகிறது.

இவற்றில் ‘இன்’ அல்லது ‘இல்’ அல்லது ‘மடங்கு’ என்பது ‘பெருக்குதல்’ என்ற செயலியைக் குறிக்கிறது.

உதாரணமாக, (i) 3 இன் இரு மடங்கை 2×3,

(ii) 20 இல் நான்கில் ஒரு பங்கை $\frac{1}{4} \times 20$,

(iii) 10 இல் பாதியை $\frac{1}{2} \times 10$ என எழுதலாம்.

எனவே, ஒன்றுக்கு மேற்பட்ட கணித அடைப்புகளைப் பயன்படுத்தும்பொழுது நாம் முதலில், உள் அடைப்பில் உள்ள செயலிகளை முடித்த பின் அவ்வடைப்பை நீக்க வேண்டும். தொடர்ந்து அதனையடுத்து உள்ள உள்ளடைப்பிற்கு இம்முறையைப் பயன்படுத்த வேண்டும்.

எடுத்துக்காட்டு 1.3

சுருக்குக: $\left(1\frac{1}{3}+\frac{2}{3}\right)\times\frac{8}{15}$

தீர்வு

$$\left(1\frac{1}{3}+\frac{2}{3}\right)\times\frac{8}{15} = \left(\frac{4}{3}+\frac{2}{3}\right)\times\frac{8}{15}$$

$$= \left(\frac{6}{3}\right)\times\frac{8}{15} \quad \text{(அடைப்பு முதலில் சுருக்கப்பட்டுள்ளது)}$$

$$= 2\times\frac{8}{15} = \frac{16}{15} = 1\frac{1}{15}.$$

எடுத்துக்காட்டு 1.4

சுருக்குக: $5\frac{1}{2}+\frac{3}{4}$ இன் $\frac{8}{9}$.

தீர்வு

$$5\frac{1}{2}+\frac{3}{4} \text{ இன் } \frac{8}{9} = \frac{11}{2}+\frac{3}{4}\times\frac{8}{9}$$

$$= \frac{11}{2}+\frac{24}{36} = \frac{11}{2}+\frac{2}{3} \quad \text{(‘இன்’ என்பது முதலில் சுருக்கப்பட்டுள்ளது)}$$

$$= \frac{33+4}{6} = \frac{37}{6} = 6\frac{1}{6}.$$

எடுத்துக்காட்டு 1.5

சுருக்குக: $\left(\frac{-1}{3}\times\frac{5}{4}\right)+\left[\frac{3}{5}\div\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{4}\right)\right]$

தீர்வு

$$\left(\frac{-1}{3}\times\frac{5}{4}\right)+\left[\frac{3}{5}\div\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{4}\right)\right]$$

$$=\left(\frac{-1}{3}\times\frac{5}{4}\right)+\left[\frac{3}{5}\div\left(\frac{2-1}{4}\right)\right]$$ (உள்ளேயுள்ள அடைப்பு முதலில் சுருக்கப்பட்டுள்ளது)

$$=\left(\frac{-1}{3}\times\frac{5}{4}\right)+\left[\frac{3}{5}\div\frac{1}{4}\right]=\left(\frac{-1}{3}\times\frac{5}{4}\right)+\left[\frac{3}{5}\times 4\right]=\frac{-5}{12}+\frac{12}{5}$$

$$=\frac{-25+144}{60}=\frac{119}{60}=1\frac{59}{60}.$$

எடுத்துக்காட்டு 1.6

சுருக்குக: $\frac{2}{7}-\left\{\left(\frac{1}{4}\div\frac{2}{3}\right)-\frac{5}{6}\right\}$

தீர்வு

$$\frac{2}{7}-\left\{\left(\frac{1}{4}\div\frac{2}{3}\right)-\frac{5}{6}\right\}=\frac{2}{7}-\left\{\left(\frac{1}{4}\times\frac{3}{2}\right)-\frac{5}{6}\right\}=\frac{2}{7}-\left\{\frac{3}{8}-\frac{5}{6}\right\}=\frac{2}{7}-\left\{\frac{9-20}{24}\right\}$$

$$=\frac{2}{7}-\left\{\frac{-11}{24}\right\}=\frac{2}{7}+\frac{11}{24}=\frac{48+77}{168}=\frac{125}{168}.$$

பயிற்சி 1.3

1. சரியான விடையைத் தேர்ந்தெடுத்து எழுதுக.

(i) $2\times\frac{5}{3}=$ ....

(A) $\frac{10}{3}$ (B) $2\frac{5}{6}$ (C) $\frac{10}{6}$ (D) $\frac{2}{3}$

(ii) $\frac{2}{5}\times\frac{4}{7}=$ ....

(A) $\frac{14}{20}$ (B) $\frac{8}{35}$ (C) $\frac{20}{14}$ (D) $\frac{35}{8}$

(iii) $\frac{2}{5}+\frac{4}{9}=$ ....

(A) $\frac{10}{23}$ (B) $\frac{8}{45}$ (C) $\frac{38}{45}$ (D) $\frac{6}{13}$

(iv) $\frac{1}{5}\div 2\frac{1}{2}=$ ....

(A) $\frac{2}{25}$ (B) $\frac{1}{2}$ (C) $\frac{10}{7}$ (D) $\frac{3}{10}$

(v) $\left(1-\frac{1}{2}\right)+\left(\frac{3}{4}-\frac{1}{4}\right)=$ ....

(A) 0 (B) 1 (C) $\frac{1}{2}$ (D) $\frac{3}{4}$

2. சுருக்குக:

(i) $\frac{11}{12}\div\left(\frac{5}{9}\times\frac{18}{25}\right)$ (ii) $\left(2\frac{1}{2}\times\frac{8}{10}\right)\div\left(1\frac{1}{2}+\frac{5}{8}\right)$

(iii) $\frac{15}{16}$ இல் $\left(\frac{5}{6}-\frac{1}{2}\right)\div\frac{10}{11}$ (iv) $\frac{9}{8}\div\frac{3}{5}$ இல் $\left(\frac{3}{4}+\frac{3}{5}\right)$

(v) $\frac{2}{5}\div\left\{\frac{1}{5}\right.$ இல் $\left.\left[\frac{3}{4}-\frac{1}{2}\right]-1\right\}$ (vi) $\left(1\frac{3}{4}\times 3\frac{1}{7}\right)-\left(4\frac{3}{8}\div 5\frac{3}{5}\right)$

(vii) $\left(\frac{1}{6}+2\frac{3}{4}\right.$ இல் $\left.1\frac{7}{11}\right)\div 1\frac{1}{6}$ (viii) $\left(\frac{-1}{3}\right)-\left\{1\div\left(\frac{2}{3}\times\frac{5}{7}\right)+8-\left[5-\overline{\frac{1}{2}-\frac{1}{4}}\right]\right\}$

1.5 அடுக்குகள் : எண்களை அடுக்குக் குறி வடிவில் முழுக்களின் படியாக எழுதுதல்

இப்பகுதியில், எண்களை எவ்வாறு அடுக்குக் குறி வடிவில் எழுதலாம் என்பதைப் பற்றி நாம் படிக்க இருக்கிறோம்.

$2\times2\times2\times2$ என்பதை 2^4 என எழுதலாம். $2^4 = 2\times2\times2\times2$ என்ற சமன்பாட்டில் 2 என்பது ‘அடிமானம்’ என்றும் 4 என்பதை “அடுக்கு” அல்லது “அடுக்கெண்” என்றும் கூறலாம்.

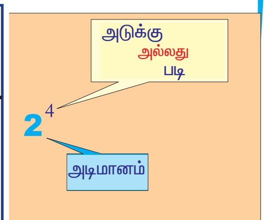
பொதுவாக a^n என்பது ‘a’ யை ‘n’ தடவை பெருக்குவதால் கிடைக்கும் பெருக்கற் பலன். இதில் ‘a’ என்பது மெய்யெண் மற்றும் ‘n’ ஆனது மிகை முழு எண் ஆகும். ‘a’ யை ‘அடிமானம்’ என்றும் ‘n’ ஐ ‘அடுக்கெண்’ அல்லது ‘அடுக்கு’ என அழைக்கிறோம்.

வரையறை

‘n’ என்பது மிகை முழுவாக இருப்பின் x^n என்பது $\underbrace{x.x.x.....x}_{n \text{ காரணிகள்}}$ ஆகும்.

அதாவது, $x^n = \underbrace{x\times x\times x\times \,.....\, \times x}_{n \text{ தடவைகள்}}$ (இங்கு $n > 1$)

குறிப்பு : $x^1 = x$.



எப்படி வாசிப்பது?

7^3 என்பதை வாசிக்கும் போது 7 இன் படி மூன்று அல்லது 7 இன் முப்படி என வாசிக்க வேண்டும்.

இங்கு 7 ஐ அடிமானம் என்றும், 3 ஐ அடுக்கு அல்லது படி அல்லது அடுக்கு எண் என்றும் அழைக்கிறோம்.

இதை மேலும் விரிவாக விளக்க கீழ்க்காணும் அட்டவணையை நோக்குக :

வ. எண்.	எண்ணின் தொடர் பெருக்கற் பலன்	அடுக்குக்குறி அமைப்பு	அடி மானம்	அடுக்கெண் அல்லது படி அல்லது அடுக்கு
1	$2\times2\times2\times2$	2^4	2	4
2	$(-4)\times(-4)\times(-4)$	$(-4)^3$	-4	3
3	$\left(\frac{2}{3}\right)\times\left(\frac{2}{3}\right)\times\left(\frac{2}{3}\right)\times\left(\frac{2}{3}\right)\times\left(\frac{2}{3}\right)\times\left(\frac{2}{3}\right)$	$\left(\frac{2}{3}\right)^6$	$\frac{2}{3}$	6
4	$a\times a\times a\times \ldots$ m தடவைகள்	a^m	a	m

எடுத்துக்காட்டு 1.7

கீழ்க்கண்ட எண்களை இரண்டின் படி ஆக எழுதுக.

(i) 2 (ii) 8 (iii) 32 (iv) 128 (v) 256

தீர்வு: (i) $2 = 2^1$

(ii) $8 = 2 \times 2 \times 2 = 2^3$

(iii) $32 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^5$

(iv) $128 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^7$

(v) $256 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^8$

1.6. அடுக்குக்குறி விதிகள்

மெய்யெண்களின் மிகை அடுக்குகளின் வரையறையைக் கொண்டு நாம், கீழ்க்காணும் “அடுக்குக் குறி விதிகளின்” பண்புகளைப் பற்றிக் காணலாம்.

(i) பெருக்கல் விதி

விதி 1	$a^m \times a^n = a^{m+n}$, இங்கு ‘a’ என்பது மெய்யெண் மற்றும் m, n என்பன மிகை முழு எண்கள்.

உதாரணம்

$\left(\frac{2}{3}\right)^3 \times \left(\frac{2}{3}\right)^4 = \left(\frac{2}{3}\right)^{3+4} = \left(\frac{2}{3}\right)^7$ (மேற்கண்ட விதிப்படி $a^m \times a^n = a^{m+n}$, இங்கு $a = \frac{2}{3}$, $m = 3$, $n = 4$)

(ii) வகுத்தல் விதி

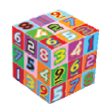
விதி 2	$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$, இங்கு $a \neq 0$ மற்றும் m, n ஆனது மிகை முழு எண்கள், இங்கு $m > n$ ஆகும்.

உதாரணம்

$\frac{6^4}{6^2} = 6^{4-2} = 6^2$ (மேற்கூறிய விதிப்படி $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$, இங்கு $a = 6$, $m = 4$, $n = 2$ ஆகும்)

(iii) அடுக்கு விதி

விதி 3	$(a^m)^n = a^{m \times n} = a^{mn}$, இங்கு m மற்றும் n என்பன மிகை முழு எண்கள் ஆகும்.


முயற்சி செய்

$a^{(x-y)z} \times a^{(y-z)x} \times a^{(z-x)y} = 1$ என நிறுவுக

உதாரணம்

$(3^2)^4 = 3^2 \times 3^2 \times 3^2 \times 3^2 = 3^{2+2+2+2} = 3^8$

இதே விடையை இரு அடுக்குகளையும் பெருக்குவதன் மூலம் பெற முடியும்.

அதாவது, $(3^2)^4 = 3^{2\times 4} = 3^8$.

(iv) பூச்சியத்தை அடுக்காகக் கொண்ட எண்

$m \neq o$, எனில்

$m^3 \div m^3 = m^{3-3} = m^0$ (2ம் விதிப்படி);

மற்றொரு முறை :

$m^3 \div m^3 = \frac{m^3}{m^3} = \frac{m \times m \times m}{m \times m \times m} = 1$

மேற்கண்ட இரண்டு முறைப்படி, $m^3 \div m^3 = m^0 = 1$.

முந்தைய உதாரணத்திலிருந்து, நான்காம் அடுக்கு விதியைப் பெறலாம்.

கணக்கு

விதி 4	'a' என்பது பூச்சியம் தவிர வேறு எந்த விகிதமுறு எண்ணாக இருப்பின், $a^0 = 1$ ஆகும்.

உதாரணம்

(i) $2^0 = 1$ (ii) $\left(\frac{3}{4}\right)^0 = 1$ (iii) $25^0 = 1$ (iv) $\left(-\frac{2}{5}\right)^0 = 1$ (v) $(-100)^0 = 1$

(v) தலைகீழ் விதி

ஓர் எண்ணின் குறை அடுக்கு எண்ணைக் காண அந்த எண்ணின் மிகை அடுக்கு எண்ணின் பெருக்கல் தலைகீழியைக் காண வேண்டும்.

உதாரணம்

(i) $4^{-4} = \frac{1}{4^4} = \frac{1}{4\times4\times4\times4} = \frac{1}{256}$

(ii) $5^{-3} = \frac{1}{5^3} = \frac{1}{5\times5\times5} = \frac{1}{125}$

(iii) $10^{-2} = \frac{1}{10^2} = \frac{1}{10\times10} = \frac{1}{100}$

3 ன் தலைகீழி $\frac{1}{3} = \frac{3^0}{3^1}$

$\therefore \frac{1}{3} = \frac{3^0}{3^1} = 3^{0-1} = 3^{-1}$.

இதே போல், 6^2 ன் தலைகீழி $= \frac{1}{6^2} = \frac{6^0}{6^2} = 6^{0-2} = 6^{-2}$

மேலும், $\left(\frac{8}{3}\right)^3$ ன் தலைகீழி $\frac{1}{\left(\frac{8}{3}\right)^3} = \left(\frac{8}{3}\right)^{-3}$ ஆகும்.

மேற்கண்ட உதாரணத்திலிருந்து நாம் ஐந்தாம் அடுக்குக்குறி விதியினை எழுத முடியும்.

விதி 5	'a' என்பது ஓர் மெய் எண்ணாகவும், 'm' ஆனது முழு எண் ஆகவும் இருப்பின் $a^{-m} = \frac{1}{a^m}$ ஆகும்.

(vi) ஒரே அடுக்கு எண்களைக் கொண்ட எண்களின் பெருக்கல்

கீழ்க்கண்ட சுருக்கு முறைகளைக் காண்க:

(i) $4^3\times7^3 = (4\times4\times4)\times(7\times7\times7) = (4\times7)\times(4\times7)\times(4\times7)$

$= (4\times7)^3$

(ii) $5^{-3}\times4^{-3} = \frac{1}{5^3}\times\frac{1}{4^3} = \left(\frac{1}{5}\right)^3\times\left(\frac{1}{4}\right)^3$

$= \frac{1}{5}\times\frac{1}{5}\times\frac{1}{5}\times\frac{1}{4}\times\frac{1}{4}\times\frac{1}{4}$

$= \left(\frac{1}{5}\times\frac{1}{4}\right)\times\left(\frac{1}{5}\times\frac{1}{4}\right)\times\left(\frac{1}{5}\times\frac{1}{4}\right) = \left(\frac{1}{20}\right)^3$

$= 20^{-3} = (5\times4)^{-3}$

(iii) $\left(\frac{3}{5}\right)^2 \times \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \left(\frac{3}{5}\times\frac{3}{5}\right)\times\left(\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\right) = \left(\frac{3}{5}\times\frac{1}{2}\right)\times\left(\frac{3}{5}\times\frac{1}{2}\right)$

$= \left(\frac{3}{5}\times\frac{1}{2}\right)^2$

பொதுவாக, a, b என்பவை ஏதேனும் இரு முழு எண்கள் எனில்

$$a^2 \times b^2 = (a\times b)^2 = (ab)^2$$

இதன் மூலம் நமக்குக் கிடைப்பது அடுக்குகளின் பெருக்கல் விதி ஆகும்.

$(a\times a\times a\times \ldots.\text{m}$ முறை$)\times(b\times b\times b\times \ldots.m$ முறை$) = (ab\times ab\times ab\times \ldots\ldots m$ முறை$) = (ab)^m$

அதாவது, $a^m\times b^m = (ab)^m$

விதி 6	$a^m\times b^m = (a\times b)^m = (ab)^m$, இங்கு a, b என்பன மெய்யெண்கள் மற்றும் m என்பது முழு எண் ஆகும்.

உதாரணம்

(i) $3^x\times 4^x = (3\times 4)^x = 12^x$

(ii) $7^2\times 2^2 = (7\times 2)^2 = 14^2 = 196$

(vii) அடுக்குகளின் ஈவு விதி

கீழ்க்கண்ட உதாரணங்களின் சுருக்கு முறைகளைக் காண்போம் :

(i) $\left(\frac{4}{3}\right)^2 = \frac{4}{3}\times\frac{4}{3} = \frac{16}{9} = \frac{4^2}{3^2}$

(ii) $\left(\frac{3}{5}\right)^{-2} = \frac{1}{\left(\frac{3}{5}\right)^2} = \frac{1}{\left(\frac{3^2}{5^2}\right)} = \frac{5^2}{3^2} = \left(\frac{5}{3}\right)^2 \quad \left(\because a^{-m} = \frac{1}{a^m}\right)$

$= \frac{5}{3}\times\frac{5}{3} = \frac{5\times 5}{3\times 3} = \frac{5^2}{3^2} = 5^2 \times \frac{1}{3^2} = 5^2 \text{ x } 3^{-2} = \frac{1}{5^{-2}}\times 3^{-2}$

$= \frac{3^{-2}}{5^{-2}}.$

எனவே $\left(\frac{a}{b}\right)^2$ ஐ எழுதும் போது $\frac{a^2}{b^2}$ என எழுதலாம்.

$\left(\frac{a}{b}\right)^m = \left(\frac{a}{b}\times\frac{a}{b}\times\frac{a}{b}\times \ldots.m \text{ முறைகள்}\right) = \frac{a\times a\times a\ldots.m \text{ முறைகள்}}{b\times b\times b\times \ldots.m \text{ முறைகள்}}$

$\therefore \left(\frac{a}{b}\right)^m = \frac{a^m}{b^m}$

விதி 7	$\left(\frac{a}{b}\right)^m = \frac{a^m}{b^m}$, இங்கு $b\neq 0$, மற்றும் a , b என்பன மெய்யெண்கள், m ஆனது முழு எண் ஆகும்.

உதாரணம்

(i) $\left(\frac{a}{b}\right)^7 = \frac{a^7}{b^7}$ (ii) $\left(\frac{5}{3}\right)^3 = \frac{5^3}{3^3} = \frac{125}{27}$ (iii) $\left(\frac{1}{4}\right)^4 = \frac{1^4}{4^4} = \frac{1}{256}$

கணக்கு

எடுத்துக்காட்டு 1.8

சுருக்குக :

(i) $2^5 \times 2^3$ (ii) $10^9 \div 10^6$ (iii) $(x^0)^4$ (iv) $(2^3)^0$

(v) $\left(\frac{3}{2}\right)^5$ (vi) $(2^5)^2$ (vii) $(2 \times 3)^4$

(viii) $2^p = 32$ எனில், p ன் மதிப்பு காண்க.

தீர்வு

(i) $2^5 \times 2^3 = 2^{5+3} = 2^8$

(ii) $10^9 \div 10^6 = 10^{9-6} = 10^3$

(iii) $(x^0)^4 = (1)^4 = 1$ $[\because a^0 = 1]$

(iv) $(2^3)^0 = 8^0 = 1$ $[\because a^0 = 1]$

(v) $\left(\frac{3}{2}\right)^5 = \frac{3^5}{2^5} = \frac{243}{32}$

(vi) $(2^5)^2 = 2^{5\times 2} = 2^{10} = 1024$

(vii) $(2 \times 3)^4 = 6^4 = 1296$

(அல்லது) $(2 \times 3)^4 = 2^4 \times 3^4 = 16 \times 81 = 1296$

(viii) $2^p = 32$ எனக் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.

இதனை $2^p = 2^5$ என எழுதலாம்

எனவே $p = 5$ (இங்கு அடிமானங்கள் சமமானதால் அடுக்குகளும் சமமாகும்)

பகாக்காரணிப் படுத்தல்

$$\begin{array}{r|l} 2 & 32 \\ \hline 2 & 16 \\ \hline 2 & 8 \\ \hline 2 & 4 \\ \hline 2 & 2 \\ \hline & 1 \end{array}$$

எடுத்துக்காட்டு 1.9

கீழ்க்கண்டவற்றின் மதிப்பைக் காண்க :

(i) $3^4 \times 3^{-3}$ (ii) $\frac{1}{3^{-4}}$ (iii) $\left(\frac{4}{5}\right)^2$ (iv) 10^{-3} (v) $\left(\frac{-1}{2}\right)^5$

(vi) $\left(\frac{7}{4}\right)^0 \times 3$ (vii) $\left[\left(\frac{2}{3}\right)^2\right]^2$ (viii) $\left(\frac{3}{8}\right)^5 \times \left(\frac{3}{8}\right)^4 \div \left(\frac{3}{8}\right)^9$

தீர்வு

(i) $3^4 \times 3^{-3} = 3^{4+(-3)} = 3^{4-3} = 3^1 = 3$

(ii) $\frac{1}{3^{-4}} = 3^4 = 81$

(iii) $\left(\frac{4}{5}\right)^2 = \frac{4^2}{5^2} = \frac{16}{25}$

(iv) $10^{-3} = \frac{1}{10^3} = \frac{1}{1000}$

(v) $\left(\frac{-1}{2}\right)^5 = \frac{-1^5}{2^5} = \frac{-1}{32}$

(vi) $\left(\frac{7}{4}\right)^0 \times 3 = 1 \times 3 = 3$ $\left[\because \left(\frac{7}{4}\right)^0 = 1\right]$

(vii) $\left[\left(\frac{2}{3}\right)^2\right]^2 = \left(\frac{2}{3}\right)^{2\times 2} = \left(\frac{2}{3}\right)^4 = \frac{2^4}{3^4} = \frac{16}{81}$

(viii) $\left(\frac{3}{8}\right)^5 \times \left(\frac{3}{8}\right)^4 \div \left(\frac{3}{8}\right)^9 = \dfrac{\left(\frac{3}{8}\right)^{5+4}}{\left(\frac{3}{8}\right)^9} = \dfrac{\left(\frac{3}{8}\right)^9}{\left(\frac{3}{8}\right)^9} = 1$

(அல்லது) $\left(\frac{3}{8}\right)^{9-9} = \left(\frac{3}{8}\right)^0 = 1$

எடுத்துக்காட்டு 1.10

16^{-2} ஐ அடிமானம் 4 ஆகக் கொண்ட அடுக்காக எழுதுக.

தீர்வு

$16 = 4^2$ என்பது நாம் அறிந்ததே

எனவே, $16^{-2} = (4^2)^{-2}$

$= 4^{2\times -2}$

$= 4^{-4}$

எடுத்துக்காட்டு 1.11

சுருக்குக :

(i) $(2^3)^{-2} \times (3^2)^2$ (ii) $\dfrac{(2^2)^3}{(3^2)^2}$

தீர்வு

(i) $(2^3)^{-2} \times (3^2)^2 = 2^{(3\times -2)} \times 3^{(2\times 2)}$

$= 2^{-6} \times 3^4 = \frac{1}{2^6} \times 3^4 = \frac{3^4}{2^6} = \frac{81}{64}$

(ii) $\dfrac{(2^2)^3}{(3^2)^2} = \dfrac{2^{2\times 3}}{3^{2\times 2}} = \dfrac{2^6}{3^4} = \dfrac{64}{81}$.

எடுத்துக்காட்டு 1.12

தீர்க்க :

(i) $12^x = 144$ (ii) $\left(\frac{2}{8}\right)^{2x} \times \left(\frac{2}{8}\right)^x = \left(\frac{2}{8}\right)^6$

தீர்வு

(i) $12^x = 144$ என கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.

$12^x = 12^2$

$\therefore x = 2$ ($\because$ அடிமானம் சமம் எனில் அடுக்குகள் சமம்)

(ii) $\left(\frac{2}{8}\right)^{2x} \times \left(\frac{2}{8}\right)^x = \left(\frac{2}{8}\right)^6$

$\left(\frac{2}{8}\right)^{2x+x} = \left(\frac{2}{8}\right)^6$ ($\because$ இங்கு அடிமானம் இரண்டும் சம எண்கள்)

$2x + x = 6$

$3x = 6$

$x = \frac{6}{3} = 2.$

எடுத்துக்காட்டு 1.13

சுருக்குக: $\dfrac{(3^3)^{-2}\times(2^2)^{-3}}{(2^4)^{-2}\times 3^{-4}\times 4^{-2}}$

தீர்வு

$$\frac{(3^3)^{-2}\times(2^2)^{-3}}{(2^4)^{-2}\times 3^{-4}\times 4^{-2}} = \frac{3^{-6}\times 2^{-6}}{2^{-8}\times 3^{-4}\times 4^{-2}}$$

$$= 3^{-6+4}\times 2^{-6+8}\times 4^{2}$$

$$= 3^{-2}\times 2^{2}\times 4^{2}$$

$$= \frac{1}{3^2}\times 4\times 16 = \frac{4\times 16}{9}$$

$$= \frac{64}{9} = 7\frac{1}{9}.$$

பயிற்சி 1.4

1. கீழ்க்கண்டவற்றில் சரியான விடையைத் தேர்ந்தெடுத்து எழுதுக

(i) $a^m\times a^n$

(A) $a^m + a^n$ (B) a^{m-n} (C) a^{m+n} (D) a^{mn}

(ii) $p^0 =$

(A) 0 (B) 1 (C) -1 (D) p

(iii) 10^2 இல் அடுக்கு

(A) 2 (B) 1 (C) 10 (D) 100

(iv) $6^{-1} =$

(A) 6 (B) -1 (C) $-\frac{1}{6}$ (D) $\frac{1}{6}$

(v) 2^{-4} ன் பெருக்கல் தலைகீழி

(A) 2 (B) 4 (C) 2^4 (D) -4

(vi) $(-2)^{-5}\times(-2)^6 =$

(A) -2 (B) 2 (C) -5 (D) 6

(vii) $(-2)^{-2} =$

(A) $\frac{1}{2}$ (B) $\frac{1}{4}$ (C) $\frac{-1}{2}$ (D) $\frac{-1}{4}$

(viii) $(2^0 + 4^{-1})\times 2^2 =$

(A) 2 (B) 5 (C) 4 (D) 3

(ix) $\left(\frac{1}{3}\right)^{-4} =$

(A) 3 (B) 3^4 (C) 1 (D) 3^{-4}

(x) $(-1)^{50} =$

(A) -1 (B) 50 (C) -50 (D) 1

2. சுருக்குக:

(i) $(-4)^5 \div (-4)^8$ (ii) $\left(\frac{1}{2^3}\right)^2$ (iii) $(-3)^4 \times \left(\frac{5}{3}\right)^4$

(iv) $\left(\frac{2}{3}\right)^5 \times \left(\frac{3}{4}\right)^2 \times \left(\frac{1}{5}\right)^2$ (v) $(3^{-7} \div 3^{10}) \times 3^{-5}$ (vi) $\frac{2^6 \times 3^2 \times 2^3 \times 3^7}{2^8 \times 3^6}$

(vii) $y^{a-b} \times y^{b-c} \times y^{c-a}$ (viii) $(4p)^3 \times (2p)^2 \times p^4$ (ix) $9^{5/2} - 3 \times 5^0 - \left(\frac{1}{81}\right)^{-1/2}$

(x) $\left(\frac{1}{4}\right)^{-2} - 3 \times 8^{2/3} \times 4^0 + \left(\frac{9}{16}\right)^{-1/2}$

3. மதிப்பு காண்க:

(i) $(3^0 + 4^{-1}) \times 2^2$ (ii) $(2^{-1} \times 4^{-1}) \div 2^{-2}$ (iii) $\left(\frac{1}{2}\right)^{-2} + \left(\frac{1}{3}\right)^{-2} + \left(\frac{1}{4}\right)^{-2}$

(iv) $(3^{-1} + 4^{-1} + 5^{-1})^0$ (v) $\left[\left(\frac{-2}{3}\right)^{-2}\right]^2$ (vi) $7^{-20} - 7^{-21}$.

4. கீழ்க்கண்டவற்றில் m இன் மதிப்பு காண்க:

(i) $5^m \div 5^{-3} = 5^5$ (ii) $4^m = 64$ (iii) $8^{m-3} = 1$

(iv) $(a^3)^m = a^9$ (v) $(5^m)^2 \times (25)^3 \times 125^2 = 1$ (vi) $2m = (8)^{\frac{1}{3}} \div (2^3)^{2/3}$

5. (a) $2^x = 16$ எனில், கீழ்க்கண்டவற்றின் மதிப்பு காண்க:

(i) x (ii) $2^{\frac{x}{2}}$ (iii) 2^{2x} (iv) 2^{x+2} (v) $\sqrt{2^{-x}}$

(b) $3^x = 81$ எனில், கீழ்க்கண்டவற்றின் மதிப்பு காண்க:

(i) x (ii) 3^{x+3} (iii) $3^{x/2}$ (iv) 3^{2x} (v) 3^{x-6}

6. நிறுவுக : (i) $\frac{3^{x+1}}{3^{x(x+1)}} \times \left(\frac{3^x}{3}\right)^{x+1} = 1$, (ii) $\left(\frac{x^m}{x^n}\right)^{m+n} \cdot \left(\frac{x^n}{x^l}\right)^{n+l} \cdot \left(\frac{x^l}{x^m}\right)^{l+m} = 1$

1.7 வர்க்கங்கள், வர்க்க மூலங்கள், கனங்கள் மற்றும் கன மூலங்கள்

1.7.1 வர்க்கங்கள்

ஓர் எண்ணை அதே எண்ணால் பெருக்கும்போது கிடைக்கும் எண் அவ்வெண்ணின் **வர்க்கம்** எனப்படும். இதனை அவ்வெண்ணின் அடுக்கை அல்லது படியை '2' ஆக உயர்த்தி எழுதலாம்.

எடுத்துக்காட்டு : (i) $3 \times 3 = 3^2 = 9$

(ii) $5 \times 5 = 5^2 = 25$.

எடுத்துக்காட்டு (ii) ல், 5^2 என்பதை 5இன் அடுக்கு (அல்லது) படி 2 அல்லது 5ன் இருபடி எனவும் அழைக்கலாம். 25 ஆனது 5இன் வர்க்கம் ஆகும்.

இதேபோல் 49 மற்றும் 81 ஆனது முறையே 7 மற்றும் 9 இன் வர்க்கங்கள் ஆகும். இப்பாடப் பிரிவில், வர்க்கங்களைக் கண்டுபிடிக்கும் சில முறைகளைப் பற்றி அறிய உள்ளோம்.

முழு வர்க்கம்

1, 4, 9, 16, 25, ⋯ ஆகிய எண்களை முழு வர்க்கங்கள் அல்லது வர்க்கங்கள் என கூறலாம். ஏனெனில் $1 = 1^2, 4 = 2^2, 9 = 3^2, 16 = 4^2$.

ஓர் எண் முழு வர்க்கம் எனில் அவ்வெண் ஒரு எண்ணின் வர்க்கமாக இருக்க வேண்டும்.

வர்க்க எண்களின் பண்புகள்

கீழ்க்காணும் வர்க்க எண்களின் பண்புகளை அவற்றின் அமைப்புகளைக் கொண்டு கவனிப்போம்.

1. வர்க்க எண்களின் 1ஆம் இலக்கங்கள் 0, 1, 4, 5, 6 மற்றும் 9 ஆக இருக்கும். மாறாக 2, 3, 7 அல்லது 8 போன்ற எண்கள் இருந்தால் அவை வர்க்க எண்கள் ஆக இருக்க முடியாது.

2. i)

எண்	வர்க்கம்
1	1
9	81
11	121

ஓர் எண்ணின் 1 ஆம் இலக்கம் 1 அல்லது 9ஆக இருப்பின் அதன் வர்க்கமானது 1 இல் முடியும்.

ii)

எண்	வர்க்கம்
2	4
8	64
12	144

ஓர் எண்ணின் 1 ஆம் இலக்கம் 2 அல்லது 8ஆக இருப்பின் அதன் வர்க்கமானது 4 இல் முடியும்.

iii)

எண்	வர்க்கம்
3	9
7	49
13	169

ஓர் எண்ணின் 1 ஆம் இலக்கம் 3 அல்லது 7ஆக இருப்பின் அதன் வர்க்கமானது 9 இல் முடியும்.

iv)

எண்	வர்க்கம்
4	16
6	36
14	196

ஓர் எண்ணின் 1 ஆம் இலக்கம் 4 அல்லது 6ஆக இருப்பின் அதன் வர்க்கமானது 6 இல் முடியும்.

v)

எண்	வர்க்கம்
5	25
15	225
25	625

ஓர் எண்ணின் 1 ஆம் இலக்கம் 5 ஆக இருப்பின் அதன் வர்க்கமானது 5 இல் முடியும்.

3. கீழ்க்கண்ட வர்க்க எண்களைக் கவனிக்க :

எங்களிடம் ஒரே பூச்சியம் உள்ளது

$$\left.\begin{cases} 10^2 = 100 \\ 20^2 = 400 \\ 30^2 = 900 \end{cases}\right\}$$

ஆனால் எங்களிடம் இரண்டு பூச்சியங்கள் உள்ளன

எங்களிடம் இரண்டு பூச்சியங்கள் உள்ளன

$$\left.\begin{cases} 100^2 = 10000 \\ 200^2 = 40000 \\ 700^2 = 490000 \end{cases}\right\}$$

ஆனால் எங்களிடம் நான்கு பூச்சியங்கள் உள்ளன

முடிவு

(i) ஓர் எண்ணானது ஒற்றைப் பூச்சியத்தைக் கொண்டு முடிந்தால் அதன் வர்க்கமானது இரட்டை பூச்சியத்தைக் கொண்டு முடியும்.

(ii) ஒற்றைப் படை எண்ணிக்கையில் பூச்சியம் இருந்தால் அவ்வெண்ணானது முழு வர்க்கம் அல்ல.

4. கீழ்க்கண்டவற்றைக் கவனிக்க:

(i) $100 = 10^2$

இரண்டு பூச்சியங்கள் உள்ளன

$\therefore$ 100 ஆனது முழுவர்க்கம் ஆகும்.

(ii) $81{,}000 = 81 \times 100 \times 10$

$= 9^2 \times 10^2 \times 10$ $\quad\therefore$ 81,000 என்பது முழுவர்க்கம் அல்ல.

மூன்று பூச்சியங்கள் உள்ளன

5. கீழ்க்கண்ட அட்டவணையைக் கவனிக்க:

இரட்டைப் படை எண்களின் வர்க்கங்கள்

எண்	வர்க்கம்
2	4
4	16
6	36
8	64
10	100
⋮	⋮

ஒற்றைப் படை எண்களின் வர்க்கங்கள்

எண்	வர்க்கம்
1	1
3	9
5	25
7	49
9	81
⋮	⋮

மேற்கண்ட அட்டவணையிலிருந்து பின்வருவனவற்றை அறியலாம்.

முடிவு

(i) இரட்டை எண்களின் வர்க்கங்கள் இரட்டை எண்கள்.

(ii) ஒற்றை எண்களின் வர்க்கங்கள் ஒற்றை எண்கள்.

எடுத்துக்காட்டு 1.14

கீழ்க்கண்ட எண்களுக்கு இடைப்பட்ட முழு வர்க்க எண்களைக் காண்க.

(i) 10, 20 (ii) 50, 60 (iii) 80, 90

தீர்வு

(i) 10க்கும் 20க்கும் இடையேயுள்ள முழு வர்க்க எண் 16.

(ii) 50க்கும் 60க்கும் இடையே முழு வர்க்க எண் கிடையாது.

(iii) 80க்கும் 90க்கும் இடையேயுள்ள முழு வர்க்க எண் 81.

எடுத்துக்காட்டு 1.15

3136, 867 மற்றும் 4413 என்ற எண்களின் 1 ஆம் இலக்கத்தை கவனித்து எவை முழு வர்க்க எண்கள் அல்ல எனக் காண்க?

தீர்வு

எண் 3136ல் 1ஆம் இலக்கத்தில் ‘6’ உள்ளதால் அவ்வெண் வர்க்க எண்ணாக இருக்க முடியும். ஆனால் 867 மற்றும் 4413ல் 1ஆம் இலக்கங்களில் 7 மற்றும் 3 வருவதால் இவ்வெண்கள் கண்டிப்பாக முழு வர்க்க எண்களாக இருக்க முடியாது.

எடுத்துக்காட்டு 1.16

கீழ்க்கண்ட எண்களின் வர்க்கங்களின் 1 ஆம் இலக்கங்களைக் கண்டுபிடி.

(i) 24 (ii) 78 (iii) 35

தீர்வு

(i) 24 இன் வர்க்கம் = 24×24. இங்கு 1 ஆம் இலக்கத்தில் 4 உள்ளது.

எனவே, $4 \times 4 = 16$.

$\therefore$ 24 இன் வர்க்கத்தின் 1 ஆம் இலக்கமானது 6 இல் முடியும்.

(ii) 78 ன் வர்க்கம் = 78×78. இங்கு 1 ஆம் இலக்கத்தில் 8 உள்ளது

எனவே, $8 \times 8 = 64$.

$\therefore$ 78 இன் வர்க்க எண்ணின் 1 ஆம் இலக்கம் 4 இல் முடியும்.

(iii) 35 ன் வர்க்கம் = 35×35. இங்கு 1 ஆம் இலக்கத்தில் 5 உள்ளது.

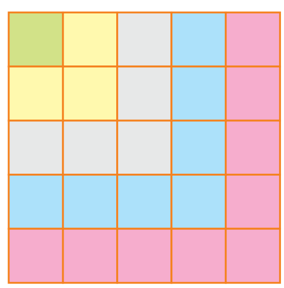
எனவே, $5 \times 5 = 25$.

$\therefore$ 35 இன் வர்க்க எண்ணின் 1 ஆம் இலக்கம் 5 இல் முடியும்.

வர்க்க எண்களின் அழகிய வடிவமைப்பு

(i) தொடர்ச்சியான ஒற்றை இயல் எண்களின் கூடுதல்

$$1 = 1 = 1^2$$
$$1 + 3 = 4 = 2^2$$
$$1 + 3 + 5 = 9 = 3^2$$
$$1 + 3 + 5 + 7 = 16 = 4^2$$
$$1 + 3 + 5 + 7 + 9 = 25 = 5^2$$



$1 + 3 + 5 + 7 + \cdots$ n உறுப்புகள் $= n^2$ (1 முதல் 'n' வரை உள்ள ஒற்றை இயல் எண்களின் கூடுதல்)

(அல்லது) $1 + 3 + 5 + 7 + \cdots + l = \left(\frac{l+1}{2}\right)^2$

மேற்கண்ட படம் நமக்கு இதை விளக்குகிறது.

$\frac{a}{b}$ என்ற விகிதமுறு எண்ணின் வர்க்கங்களைக் காணுதல்

$$\frac{a}{b} \times \frac{a}{b} = \frac{a^2}{b^2} = \frac{\text{தொகுதியின் வர்க்கம்}}{\text{பகுதியின் வர்க்கம்}}$$

(i) $45^2 = 2025 = (20 + 25)^2$

(ii) $55^2 = 3025 = (30 + 25)^2$

$\therefore$ 45, 55 என்பன 'கேப்ரிகார்' எண்கள் ஆகும்.

உதாரணம்

(i) $\left(\frac{-3}{7}\right) \times \left(\frac{-3}{7}\right) = \left(\frac{-3}{7}\right)^2$

$$= \frac{(-3)\times(-3)}{7\times 7} = \frac{9}{49}$$

(ii) $\frac{5}{8} \times \frac{5}{8} = \left(\frac{5}{8}\right)^2 = \frac{25}{64}$.

பயிற்சி 1.5

1. கீழ்க்கண்ட எண்களின் 1 ஆம் இலக்கத்தைக் கவனித்து எந்த எண் முழு வர்க்கம் அல்ல எனக் கூறுக.

   (i) 3136 (ii) 3722 (iii) 9348

   (iv) 2304 (v) 8343

2. கீழ்க்கண்ட எண்களின் வர்க்கங்களின் 1 ஆம் இலக்கத்தைக் காண்க.

   (i) 78^2 (ii) 27^2 (iii) 41^2

   (iv) 35^2 (v) 42^2

3. நேரடியாகக் கூட்டாமல் கீழ்க்கண்ட எண்களின் கூட்டுத் தொகையைக் காண்க.

   (i) $1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 + 13 + 15$ (ii) $1 + 3 + 5 + 7$

   (iii) $1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 + 13 + 15 + 17$

4. கீழ்க்கண்ட எண்களை ஒன்று முதல் தொடங்கி தொடர் ஒற்றை எண்களின் கூடுதலாக எழுதுக.

   (i) 7^2 (ii) 9^2 (iii) 5^2 (iv) 11^2

5. கீழ்க்கண்ட எண்களின் வர்க்கங்களைக் காண்க.

   (i) $\frac{3}{8}$ (ii) $\frac{7}{10}$ (iii) $\frac{1}{5}$

   (iv) $\frac{2}{3}$ (v) $\frac{31}{40}$

6. கீழ்க்கண்டவற்றின் மதிப்பைக் காண்க.

   (i) $(-3)^2$ (ii) $(-7)^2$ (iii) $(-0.3)^2$ (iv) $\left(-\frac{2}{3}\right)^2$ (v) $\left(-\frac{3}{4}\right)^2$ (vi) $(-0.6)^2$

7. கொடுக்கப்பட்டவற்றின் வடிவமைப்பைப் பயன்படுத்தி விடுபட்ட எண்களைக் காண்க.

a) $1^2 + 2^2 + 2^2 = 3^2,$

$2^2 + 3^2 + 6^2 = 7^2$

$3^2 + 4^2 + 12^2 = 13^2$

$4^2 + 5^2 + \_\_\_ = 21^2$

$5^2 + \_\_\_ + 30^2 = 31^2$

$6^2 + 7^2 + \_\_\_ = \_\_\_$

b) $11^2 = 121$

$101^2 = 10201$

$1001^2 = 1002001$

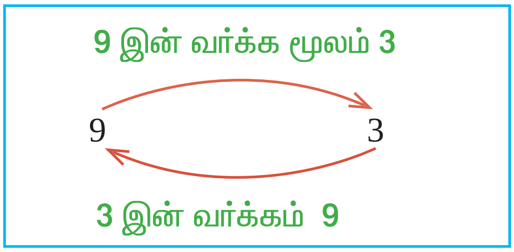
$100001^2 = 1\_\_\_\_\_\_2\_\_\_\_\_\_1$

$10000001^2 = \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_$

1.7.2 வர்க்க மூலங்கள்

வரையறை

ஓர் எண்ணை அதே எண்ணால் பெருக்கும்போது கிடைக்கும் பெருக்கற்பலன் அவ்வெண்ணின் வர்க்கம் எனப்படும். அந்த எண்ணை அப்பெருக்கற்பலனின் **வர்க்க மூலம்** எனக் கூறலாம்.



உதாரணமாக,

(i) $3 \times 3 = 3^2 = 9$

(ii) $(-3) \times (-3) = (-3)^2 = 9$

இங்கு 9 இன் வர்க்க மூலங்கள் 3 மற்றும் (– 3) ஆகும்.

ஓர் எண்ணின் வர்க்க மூலத்திற்கு $\sqrt{\;}$ என்ற குறியீடு பயன்படுத்தப்படுகிறது.

எனவே, $\sqrt{9} = \pm 3$ (இதை மிகை அல்லது குறை 3 என படிக்கலாம்)

இருப்பினும் மிகை வர்க்க மூலங்களை மட்டுமே எடுத்துக் கொண்டால், $\sqrt{9} = 3$.

குறிப்பு: x ன் வர்க்க மூலத்தை $\sqrt{x}$ அல்லது $x^{\frac{1}{2}}$ என எழுதலாம்.
எனவே, $\sqrt{4} = (4)^{\frac{1}{2}}$ மற்றும் $\sqrt{100} = (100)^{\frac{1}{2}}$ ஆகும்.

இப்பிரிவில், நாம் மிகை வர்க்க மூலங்களை மட்டுமே எடுத்துக் கொள்வோம். பின்வரும் அட்டவணையைக் கவனிக்க.

அட்டவணை 1

முழுவர்க்கம்	வர்க்க மூலம்
1	1
16	4
36	6
81	9
100	10
225	15
2025	45
7396	86
9801	99
10,000	100
14,641	121
2,97,025	545
9,98,001	999
10,00,000	1000
15,00,625	1225
7,89,96,544	8888
999,80,001	9999

ஒன்று அல்லது இரண்டு இலக்கமுள்ள எண்ணின் வர்க்கமூலம் ஓர் இலக்க எண்ணாகும்.

மூன்று அல்லது நான்கு இலக்கமுள்ள எண்ணின் வர்க்க மூலம் இரண்டு இலக்க எண்ணாகும்.

ஐந்து அல்லது ஆறு இலக்கமுள்ள எண்ணின் வர்க்க மூலம் மூன்று இலக்க எண்ணாகும்.

ஏழு அல்லது எட்டு இலக்கமுள்ள எண்ணின் வர்க்க மூலம் நான்கு இலக்க எண்ணாகும்.

மேலே உள்ள அட்டவணையிலிருந்து நாம் சிலவற்றைத் தீர்மானிக்கலாம்.

(i) முழு வர்க்கத்தில் 'n' இலக்கங்கள் இருந்து n-ஆனது இரட்டை எண் எனில் அதன் வர்க்க மூலத்தில் $\frac{n}{2}$ இலக்கங்கள் இருக்கும்.

(ii) முழு வர்க்கத்தில் n இலக்கங்கள் இருந்து n-ஆனது ஒற்றை எண் எனில் அதன் வர்க்க மூலத்தில் $\frac{n+1}{2}$ இலக்கங்கள் இருக்கும்.

ஓர் எண்ணின் வர்க்க மூலத்தைக் கீழ்க்கண்ட இரண்டு வழிமுறைகளில் காணலாம்.

(i) காரணி முறை

(ii) நீள் வகுத்தல் முறை

(i) காரணி முறை

முழுவர்க்க எண்ணின் வர்க்க மூலத்தை அவ்வெண்ணின் பகாக் காரணிகளின் பெருக்கற் பலனாகப் பிரித்துக் காணலாம். மேலும் அப்பகாக்காரணிகளை முதலில் சோடியாகச் சேர்க்க வேண்டும்.

எடுத்துக்காட்டு 1.17

64 இன் வர்க்க மூலம் காண்க.

தீர்வு

பகாக் காரணிப்படுத்தல்

$$\begin{array}{r|l} 2 & 64 \\ \hline 2 & 32 \\ \hline 2 & 16 \\ \hline 2 & 8 \\ \hline 2 & 4 \\ \hline 2 & 2 \\ \hline & 1 \end{array}$$

$$64 = \underbrace{2\times2}\times\underbrace{2\times2}\times\underbrace{2\times2} = 2^2\times2^2\times2^2$$

$$\sqrt{64} = \sqrt{2^2\times2^2\times2^2} = 2\times2\times2 = 8$$

$$\sqrt{64} = 8$$

கணக்கு

எடுத்துக்காட்டு 1.18

169 இன் வர்க்க மூலம் காண்க.

தீர்வு

$$169 = \underbrace{13 \times 13} = 13^2$$

$$\sqrt{169} = \sqrt{13^2} = 13$$

பகாக் காரணிப்படுத்தல்

$$\begin{array}{r|l} 13 & 169 \\ \hline 13 & 13 \\ \hline & 1 \end{array}$$

எடுத்துக்காட்டு 1.19

12.25 இன் வர்க்க மூலம் காண்க.

தீர்வு

$$\sqrt{12.25} = \sqrt{\frac{12.25 \times 100}{100}}$$

$$= \frac{\sqrt{1225}}{\sqrt{100}} = \frac{\sqrt{5^2 \times 7^2}}{\sqrt{10^2}} = \frac{5 \times 7}{10}$$

$$\sqrt{12.25} = \frac{35}{10} = 3.5$$

பகாக் காரணிப்படுத்தல்

$$\begin{array}{r|l} 5 & 1225 \\ \hline 5 & 225 \\ \hline 7 & 49 \\ \hline 7 & 7 \\ \hline & 1 \end{array}$$

எடுத்துக்காட்டு 1.20

5929 இன் வர்க்க மூலம் காண்க.

தீர்வு

$$5929 = \underbrace{7 \times 7} \times \underbrace{11 \times 11} = 7^2 \times 11^2$$

$$\sqrt{5929} = \sqrt{7^2 \times 11^2} = 7 \times 11$$

$$\therefore \sqrt{5929} = 77$$

பகாக் காரணிப்படுத்தல்

$$\begin{array}{r|l} 7 & 5929 \\ \hline 7 & 847 \\ \hline 11 & 121 \\ \hline 11 & 11 \\ \hline & 1 \end{array}$$

எடுத்துக்காட்டு 1.21

200 ஐ உடன் எந்த எண்ணைப் பெருக்கினால் அவ்வெண் முழு வர்க்கம் ஆகும்?

தீர்வு

$$200 = 2 \times \underbrace{2 \times 2} \times \underbrace{5 \times 5}$$

'2' ஆனது சோடியாக அமையாமல் தனித்து உள்ளது.

எனவே 200 ஐ '2' ஆல் பெருக்கினால் அவ்வெண் முழுவர்க்கம் ஆகும்.

பகாக் காரணிப்படுத்தல்

$$\begin{array}{r|l} 2 & 200 \\ \hline 2 & 100 \\ \hline 2 & 50 \\ \hline 5 & 25 \\ \hline 5 & 5 \\ \hline & 1 \end{array}$$

எடுத்துக்காட்டு 1.22

384ஐ எந்த எண்ணால் வகுத்தால் அவ்வெண் முழு வர்க்கம் ஆகும்?

தீர்வு

$$384 = 3 \times 2 \times \underbrace{2 \times 2} \times \underbrace{2 \times 2} \times \underbrace{2 \times 2}$$

'3' ம் '2' ம் சோடியற்றுத் தனித்துள்ளன.

எனவே, 384ஐ 3 × 2 = 6 ஆல் வகுக்க, அவ்வெண் முழுவர்க்கம் ஆகும்.

பகாக் காரணிப்படுத்தல்

$$\begin{array}{r|l} 3 & 384 \\ \hline 2 & 128 \\ \hline 2 & 64 \\ \hline 2 & 32 \\ \hline 2 & 16 \\ \hline 2 & 8 \\ \hline 2 & 4 \\ \hline 2 & 2 \\ \hline & 1 \end{array}$$

(ii) நீள் வகுத்தல் முறை

ஓர் எண்ணின் வர்க்க மூலத்தைக் காரணி முறையில் கண்டுபிடிப்பதை நாம் கற்றுள்ளோம். எனினும் ஒரு எண் பெரிய எண்ணாக இருப்பின் அதன் காரணிகளைக் கண்டுபிடிப்பது எளிதானது அல்ல. எனவே வேறொரு முறையைப் பயன்படுத்துவோம். அது நீள் வகுத்தல் முறையாகும்.

இம்முறையைப் பயன்படுத்தி, தசம எண்களின் வர்க்க மூலத்தையும் காண முடியும். இம்முறையானது கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள எடுத்துக்காட்டுகளின் மூலம் விளக்கப்பட்டுள்ளது.

எடுத்துக்காட்டு 1.23

529 இன் வர்க்க மூலத்தை நீள் வகுத்தல் முறையில் காண்க.

தீர்வு

படி 1 : நாம் 529 ஐ $5\ \overline{29}$ என இரண்டு பிரிவாக, ஒன்றாம் இலக்கத்திலிருந்து ஆரம்பித்து இரண்டு இரண்டு இலக்கங்களாகப் பிரித்துக் கொள்ள வேண்டும். ஒவ்வொரு பிரிவின் மீதும் சிறிய கோடிடுதல் வேண்டும்.

படி 2 : முதல் பிரிவான 5 க்கு சமமான அல்லது குறைவான மிகப்பெரிய வர்க்கம் கொண்ட எண்ணைக் காண வேண்டும். இங்கு அது 2 ஆகும்.

$$2\,\big|\ 5\ \overline{29}$$

படி 3 : எனவே '2' ஐ ஈவாகவும், வகுத்தியாகவும் எழுத வேண்டும்.

$$\begin{array}{r|l} & 2 \\ \hline 2 & 5\ \overline{29} \\ & 4 \\ \hline & 1 \end{array}$$

படி 4 : வகுத்தி '2'ஐ மேலே உள்ள '2'ஆல் பெருக்கி, பெருக்கற்பலன் '4'ஐ 5இன் கீழ் எழுதிக் கழிக்க வேண்டும். இதன் மீதி 1 ஆகும்.

படி 5 : இரண்டாம் பிரிவான '29' ஐ கீழே கொண்டு வந்து மீதி 1ன் வலப்புறம் எழுதக் கிடைப்பது 129 ஆகும்.

$$\begin{array}{r|l} & 2 \\ \hline 2 & 5\ \overline{29} \\ & 4\ \ \downarrow \\ \hline & 1\ 29 \end{array}$$

படி 6 : ஈவான 2 ஐ இரண்டு மடங்காக்கி ($2 \times 2 = 4$ஐ) அடுத்த பிரிவினை எழுதியதற்கு அருகில் இடம் விட்டு வகுத்தியாக எழுதிக் கொள்ளுதல் வேண்டும். $4n \times n$ ஆனது 129ஐ விட குறைவாக அல்லது சமமாக இருக்குமாறு 'n' என்ற எண்ணைக் கண்டுபிடிக்க வேண்டும்.

$$\begin{array}{r|l} & 2\ \ 3 \\ \hline 2 & 5\ \overline{29} \\ & 4\ \ \downarrow \\ \hline 43 & 1\ 29 \\ & 1\ 29 \\ \hline & \quad 0 \end{array}$$

உதாரணமாக : $42 \times 2 = 84$; மற்றும் $43 \times 3 = 129$. எனவே, $n = 3$ ஆகும்.

படி 7 : 3 ஐ அடுத்த வகுத்தியாகவும், ஈவின் இடத்தில் 2 இன் அருகிலும் எழுத வேண்டும். பெருக்குத் தொகை $43 \times 3 = 129$ஐ 129 இன் கீழ் எழுதிக் கழிக்க வேண்டும். மீதி '0' ஆனதால் நீள் வகுத்தல் முடிவு பெற்று விட்டது.

எனவே, $\sqrt{529} = 23$.

எடுத்துக்காட்டு 1.24

நீள் வகுத்தல் முறையில் $\sqrt{3969}$ காண்க.

தீர்வு

படி 1 : எண் 3969 ஐ $\overline{39}\ \overline{69}$ என இரண்டு பிரிவாக, ஒன்றாம் இலக்கத்திலிருந்து ஆரம்பித்து இரண்டு இரண்டு இலக்கங்களாகப் பிரித்துக் கொள்ள வேண்டும். ஒவ்வொரு பிரிவின் மீதும் சிறிய கோடிடுதல் வேண்டும்.

படி 2 : முதல் பிரிவான 39 க்குச் சமமான அல்லது குறைவான மிகப்பெரிய வர்க்கம் கொண்ட எண்ணைக் காண வேண்டும், அது 6 ஆகும்.

படி 3 : 6 ஐ ஈவாகவும், வகுத்தியாகவும் எழுத வேண்டும்.

$$\begin{array}{r|l} & 6 \\ \hline 6 & \overline{39}\ \overline{69} \end{array}$$

படி 4 : வகுத்தி 6 ஐ 6 ஆல் பெருக்கி, பெருக்கற் பலன் 36 ஐ 39 இன் கீழ் எழுதிக் கழிக்க வேண்டும். இதன் மீதி 3 ஆகும்.

$$\begin{array}{r|l} & 6 \\ \hline 6 & \overline{39}\ \overline{69} \\ & 36 \\ \hline & \ \ 3 \end{array}$$

படி 5 : இரண்டாம் பிரிவான 69 ஐ கீழே கொண்டு வந்து மீதியான 3 இன் வலப்புறம் எழுத வேண்டும். கிடைப்பது 369 ஆகும்.

$$\begin{array}{r|l} & 6 \\ \hline 6 & \overline{39}\ \overline{69} \\ & 36\ \downarrow \\ \hline & \ \ 3\ 69 \end{array}$$

படி 6 : ஈவான 6 ஐ இரு மடங்காக்கி ($2 \times 6 = 12$ஐ) அடுத்த பிரிவின் அருகில் இடம் விட்டு வகுத்தியாக எழுதிக் கொள்ளுதல் வேண்டும். $12n \times n$ ஆனது 369ஐ விடக் குறைவாக அல்லது சமமாக இருக்குமாறு 'n' என்ற எண்ணைக் கண்டுபிடிக்க வேண்டும்.

உதாரணமாக $122 \times 2 = 244$; $123 \times 3 = 369$.

எனவே $n = 3$ ஆகும்.

$$\begin{array}{r|l} & 6\ \ \ 3 \\ \hline 6 & \overline{39}\ \overline{69} \\ & 36\ \downarrow \\ \hline 123 & \ \ 3\ 69 \\ & \ \ 3\ 69 \\ \hline & \ \ \ \ 0 \end{array}$$

படி 7 : 3 ஐ அடுத்த வகுத்தியாகவும், ஈவின் இடத்தில் 6 இன் அருகில் எழுத வேண்டும். பெருக்கற் பலன் $123 \times 3 = 369$ ஐ 369 இன் கீழ் எழுதிக் கழிக்க வேண்டும். மீதி '0' ஆனதால் வகுத்தல் முடிவு பெற்று விட்டது. எனவே $\sqrt{3969} = 63$.

1.7.2 (அ) தசம எண்களின் வர்க்க மூலம்

நீள் வகுத்தல் முறையைக் கையாளும்போது, கொடுக்கப்பட்ட எண்ணின் முழு எண் பகுதியில் ஆரம்பித்து இரண்டு இரண்டு இலக்கங்களாகப் பிரித்து அதன் மீது கோடிட்டுக் கொள்ள வேண்டும். பின்னர் தசமப் புள்ளிக்கு வலப்புறமுள்ள தசமப் பகுதியிலும் மேற் சொன்னபடி இரண்டு இரண்டு இலக்கங்களாகப் பிரித்து அதன் மேல் கோடிட்டுக் கொள்ள வேண்டும்.

உதாரணமாக, நாம் 322.48 என்ற எண்ணை எழுதும் போது

322 • 48

முழுஎண் பகுதி　　தசமப் புள்ளி　　தசமப் பகுதி

என எழுதுவோம்.

வர்க்க மூலம் காணும்போது தசமப் புள்ளியை எப்படி குறிப்பது என்பதை அறிந்திருக்க வேண்டும். ஏற்கெனவே அறிந்த தீர்மானத்தின்படி ஒன்று அல்லது இரண்டு இலக்கமுள்ள எண்ணின் வர்க்க மூலம் ஓர் இலக்க எண்ணாகும் (அட்டவணை 1 இன் படி). கீழ்க்கண்ட உதாரணங்கள் இம்முறையை நன்கு விளக்குகின்றன.

எடுத்துக்காட்டு 1.25

6.0516-ன் வர்க்க மூலம் காண்க.

தீர்வு

கொடுக்கப்பட்ட எண்ணை $6.\overline{05}\,\overline{16}$ என எழுத வேண்டும். முழு எண் பகுதியில் உள்ள இலக்கம் ஒன்று (6), எனவே அதன் வர்க்க மூலமானது ஒரே இலக்கத்தைக் கொண்டிருக்கும். முன்பு போலவே, வகுத்தல் முறையில் 60516 என்ற எண்ணுக்கு வர்க்க மூலம் காண வேண்டும்.

$$\begin{array}{r|l}
 & 2.\,4\;\;6 \\
\hline
2 & 6.\overline{05}\;\overline{16} \\
 & 4 \\
\hline
44 & 2\;05 \\
 & 1\;76 \\
\hline
486 & \;\;29\;16 \\
 & \;\;29\;16 \\
\hline
 & \quad\;\; 0
\end{array}$$

எனவே $\sqrt{6.0516} = 2.46$.

எடுத்துக்காட்டு 1.26

3250 என்ற எண்ணிலிருந்து எந்தச் சிறிய எண்ணைக் கழிக்க முழு வர்க்கம் ஆகும்?

தீர்வு

$$\begin{array}{r|l}
 & 5\;\;7 \\
\hline
5 & \overline{32}\;\overline{50} \\
 & 25 \\
\hline
107 & \;7\;50 \\
 & \;7\;49 \\
\hline
 & \quad\;1
\end{array}$$

மேற்கண்ட முறையில் 57^2 ஆனது 3250 ஐ விட 1 குறைவானது. எனவே 3250லிருந்து 1 ஐக் கழித்தால் அவ்வெண் ஓர் முழு வர்க்கமாகும்.

எடுத்துக்காட்டு 1.27

1825 உடன் எந்தச் சிறிய எண்ணைக் கூட்ட முழு வர்க்கமாகும்.

தீர்வு

$$\begin{array}{r|l} & \;\;4\;\;\;2 \\ \hline 4 & \overline{18}\;\overline{25} \\ & 16 \downarrow \\ \hline 82 & \;\;2\;25 \\ & \;\;1\;64 \\ \hline & \;\;\;\;\;61 \end{array}$$

மேற்கண்ட வகுத்தல் முறையில் $42^2 < 1825$.

42 இன் அடுத்த முழு வர்க்க எண்ணான 43 இன் வர்க்கமானது,

$43^2 = 43 \times 43 = 1849$ ஆகும்.

எனவே, $1849 - 1825 = 24$

எனவே, கூட்ட வேண்டிய எண் 24 ஆகும்.

எடுத்துக்காட்டு 1.28

$\sqrt{0.182329}$ இன் மதிப்புக் காண்க.

தீர்வு

$$\begin{array}{r|l} & 0.4\;\;\;2\;\;\;7 \\ \hline 4 & 0.\overline{18}\;\overline{23}\;\overline{29} \\ & \;\;\;16 \downarrow \\ \hline 82 & \;\;\;\;\;2\;23 \\ & \;\;\;\;\;1\;64 \downarrow \\ \hline 847 & \;\;\;\;\;\;\;59\;29 \\ & \;\;\;\;\;\;\;59\;29 \\ \hline & \;\;\;\;\;\;\;\;\;\;\;\;0 \end{array}$$

0.182329 ஐ $0.\overline{18}\,\overline{23}\,\overline{29}$ என எழுத வேண்டும். இங்கு முழு எண் பகுதி இல்லை. எனவே வர்க்க மூலத்திலும் முழு எண் பகுதி இல்லை. எனவே முன்பு சொன்ன படி முறைகளைக் கையாண்டு 182329 என்ற எண்ணின் வர்க்க மூலம் காண வேண்டும்.

எனவே $\sqrt{0.182329} = 0.427$ ஆகும்.

குறிப்பு : வர்க்க மூலம் காணும் எண்ணின் முழு எண் பகுதி பூச்சியம் எனில், அதன் வர்க்க மூலத்தின் முழு எண் பகுதியும் பூச்சியம் ஆகும்.

எடுத்துக்காட்டு 1.29

121.4404 இன் வர்க்க மூலம் காண்க.

தீர்வு

$$\begin{array}{r|l} & 1\;\;1\;.\;\;0\;\;\;2 \\ \hline 1 & 1\,\overline{21}.\;\overline{44}\;\overline{04} \\ & 1 \downarrow \\ \hline 21 & 0\,21 \\ & \;\;\;21 \;\;\downarrow\;\;\downarrow \\ \hline 2202 & \;\;\;\;\;0\;\;44\;04 \\ & \;\;\;\;\;\;\;\;44\;04 \\ \hline & \;\;\;\;\;\;\;\;\;\;\;\;\;0 \end{array}$$

எனவே, $\sqrt{121.4404} = 11.02$

எடுத்துக்காட்டு 1.30

0.005184 இன் வர்க்க மூலம் காண்க.

தீர்வு

$\sqrt{0.005184} = 0.072$

$$
\begin{array}{r|l}
 & 0.\ 0\ \ 7\ \ 2 \\
\hline
7 & 0.\ \overline{00}\ \overline{51}\ \overline{84} \\
 & \quad\ \ 49 \\
\hline
142 & \quad\ \ 2\ 84 \\
 & \quad\ \ 2\ 84 \\
\hline
 & \qquad\ 0
\end{array}
$$

குறிப்பு : எ.கா 1.30 இல் தசமப் புள்ளிக்கு முன்பு முழு எண் பகுதி இல்லை. எனவே ஈவிலும் தசமப் புள்ளிக்கு முன்பு ஒரு பூச்சியம் எழுத வேண்டும். தசமப் புள்ளியை அடுத்து உடனே இரண்டு பூச்சியங்கள் இருப்பதால் வர்க்க மூலத்தில் புள்ளியை அடுத்து ஒரு பூச்சியம் எழுத வேண்டும்.

1.7.2 (ஆ) முழுமையற்ற வர்க்க எண்களின் வர்க்க மூலங்கள்

ஒரு எண் முழு வர்க்கம் இல்லையெனில் அது முழுமையற்ற வர்க்க எண் ஆகும்.

சில எண்கள் 2, 3, 5, 17.... போன்றவை முழு வர்க்க எண்கள் அல்ல. இவற்றை முழுமையற்ற வர்க்க எண்கள் என அழைக்கிறோம். இவ்வெண்களின் வர்க்க மூலங்களைக் காண நீள் வகுத்தல் முறையைப் பயன்படுத்துவோம்.

நாம் n தசம இடத் திருத்தமாக வர்க்க மூலத்தைக்காண $n + 1$ தசம இடங்களுக்கு வர்க்க மூலத்தைக் கண்டு n தசம இடங்களுக்குத் திருத்தி எழுத வேண்டும். இம்முறையில் தசம புள்ளிக்குப் பிறகு அமைந்த எண்களின் வலது புறத்தில் தேவையான பூச்சியங்களைச் சேர்த்துக் கணக்கீடு செய்யலாம்.

எடுத்துக்காட்டு 1.31

3 இன் வர்க்க மூலத்தை இரண்டு தசம இடத்திருத்தமாகக் கண்டுபிடிக்கவும்.

தீர்வு

$$
\begin{array}{r|l}
 & 1.\ \ 7\ \ \ 3\ \ \ 2 \\
\hline
1 & 3.\ \overline{00}\ \overline{00}\ \overline{00} \\
 & 1 \\
\hline
27 & 2\ 00 \\
 & 1\ 89 \\
\hline
343 & \quad 11\ 00 \\
 & \quad 10\ 29 \\
\hline
3462 & \qquad 71\ 00 \\
 & \qquad 69\ 24 \\
\hline
 & \qquad\ \ 1\ 76
\end{array}
$$

நாம் இரண்டு தசம இடத்திருத்தமாக விடையைக் காண வேண்டியுள்ளதால், வர்க்க மூலத்தை மூன்று தசம இடங்களுக்கு கண்டுபிடிக்க வேண்டும். இதற்காக நாம் 6 (மூன்று சோடி) பூச்சியங்களைத் தசமப் புள்ளிக்கு வலதுபுறம் எழுதிக் கொள்ள வேண்டும்.

$\therefore \sqrt{3}$ = 1.732 (மூன்று தசம இடங்களின் மதிப்பு)

$\sqrt{3}$ = 1.73 (இரண்டு தசம இடத் திருத்தமாக)

எடுத்துக்காட்டு 1.32

$10\frac{2}{3}$ இன் வர்க்க மூலத்தை இரண்டு தசம இடத்திருத்தமாகக் கண்டு பிடிக்கவும்.

தீர்வு

$10\frac{2}{3} = \frac{32}{3} = 10.66\ 66\ 66$ ....

வர்க்க மூலத்தை இரண்டு தசம இடத்திருத்தமாகக் கண்டு பிடிக்க வேண்டும் என்பதால் மூன்று தசம இடங்களுக்கு வர்க்க மூலம் கண்டுபிடிக்க வேண்டும். எனவே $\frac{2}{3}$ யை ஆறு தசம இடங்களுக்கு மாற்றி எழுதிக் கொள்ளுதல் வேண்டும்.

	3. 2 6 5
3	10. $\overline{66}$ $\overline{66}$ $\overline{67}$
	9
62	1 66
	1 24
646	42 66
	38 76
6525	3 90 67
	3 26 25
	64 42

$\sqrt{10\frac{2}{3}}$ = 3.265 (தோராயமாக)

= 3.27 (இரண்டு தசம இடத்திருத்தமாக)

பயிற்சி 1.6

1. பின்வருவனவற்றின் வர்க்க மூலங்களைக் காண்க:

   (i) $3 \times 3 \times 4 \times 4$ (ii) $2 \times 2 \times 5 \times 5$

   (iii) $3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3$ (iv) $5 \times 5 \times 11 \times 11 \times 7 \times 7$

2. கீழ்க்கண்டவற்றின் வர்க்க மூலங்களைக் காண்க :

   (i) $\frac{9}{64}$ (ii) $\frac{1}{16}$ (iii) 49 (iv) 16

3. நீள் வகுத்தல் முறையைப் பயன்படுத்தி கீழ்கண்டவற்றின் வர்க்க மூலங்களைக் காண்க :

   (i) 2304 (ii) 4489 (iii) 3481 (iv) 529 (v) 3249

   (vi) 1369 (vii) 5776 (viii) 7921 (ix) 576 (x) 3136

4. பகாக் காரணி முறையைப் பயன்படுத்தி கீழ்கண்டவற்றின் வர்க்க மூலங்களைக் காண்க :

   (i) 729 (ii) 400 (iii) 1764 (iv) 4096 (v) 7744

   (vi) 9604 (vii) 5929 (viii) 9216 (ix) 529 (x) 8100

5. கீழ்க்கண்ட தசம எண்களின் வர்க்க மூலம் காண்க :

   (i) 2.56 (ii) 7.29 (iii) 51.84 (iv) 42.25 (v) 31.36

   (vi) 0.2916 (vii) 11.56 (viii) 0.001849

6. கீழ்க்கண்ட எண்களிலிருந்து எந்த மிகச்சிறிய எண்ணைக் கழிக்க அவ்வெண்கள் முழுவர்க்கம் ஆகும்.

   (i) 402 (ii) 1989 (iii) 3250 (iv) 825 (v) 4000

7. கீழ்க்கண்ட எண்களுடன் எந்த மிகச்சிறிய எண்ணைக் கூட்ட அவ்வெண்கள் முழு வர்க்கம் ஆகும்.

   (i) 525 (ii) 1750 (iii) 252 (iv) 1825 (v) 6412

8. கீழ்க்கண்டவற்றின் வர்க்க மூலத்தை இரண்டு தசம இடத்திருத்தமாகக் காண்க :

(i) 2 (ii) 5 (iii) 0.016 (iv) $\frac{7}{8}$ (v) $1\frac{1}{12}$

9. ஒரு சதுரத்தின் பரப்பளவு 441 சதுர மீட்டர்கள் எனில் அச்சதுரத்தின் பக்கத்தின் அளவைக் கண்டுபிடிக்கவும்

10. கீழ்க்கண்டவற்றின் வர்க்க மூலத்தைக் காண்க :

(i) $\frac{225}{3136}$ (ii) $\frac{2116}{3481}$ (iii) $\frac{529}{1764}$ (iv) $\frac{7921}{5776}$

1.7.3 கனங்கள்

அறிமுகம்

சீனிவாச இராமானுஜன்
(1887 -1920)

புகழ்பெற்ற கணிதமேதை இராமனுஜன் அவர்களின் வாழ்வில் நடைபெற்ற ஒரு முக்கிய நிகழ்வைப் பற்றிக் காணலாம்.

ஒரு முறை கணித வல்லுநர் பேராசிரியர் G.H. ஹார்டி அவர்கள் திரு. இராமானுஜன் அவர்களைப் பார்க்க வாடகை மகிழ்வுந்தில் வந்தார். அவர் வந்த வாடகை மகிழ்வுந்தின் எண் 1729. இருவரும் பேசிக் கொள்ளும்போது ஹார்டி அவர்கள் தான் வந்த வாடகை மகிழ்வுந்தின் எண் 1729 என்றும், அது ஒரு ‘‘மந்தமான எண்’’ என்றும் கூறினார். உடனே இராமானுஜன் அவர்கள் 1729 என்பது மிகவும் அற்புதமான எண் என்றும், அவ்வெண்ணானது இரு கன எண்களின் கூடுதலாக இரு வெவ்வேறு முறைகளில் எழுதக்கூடிய மிகச்சிறிய எண் எனவும் விளக்கினார்.

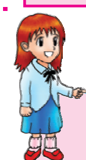
ஈரோட்டில் பிறந்த இந்தியக் கணித மேதையான இராமானுஜத்தின் “எண்ணியல் கோட்பாடுகள்” குறித்த அவரது பங்களிப்பு அவருக்கு மிகப்பெரும் உலகப் புகழைப் பெற்றுத் தந்தது. மிகக் குறுகிய அவரது வாழ்நாட்களுக்குள்ளேயே சுமார் **3900** ஆராய்ச்சி முடிவுகளைத் தனியாகவே தொகுத்து வெளியிட்டுச் சாதனை படைத்துள்ளார்.

அதாவது, $1729 = 1728 + 1 = 12^3 + 1^3$

மற்றும் $1729 = 1000 + 729 = 10^3 + 9^3$

1729 ஐ இராமானுஜன் எண் என்று அழைக்கிறோம்.

இப்பிரிவில் கனங்கள், கன மூலங்கள் மற்றும் அதனுடன் தொடர்புடைய உண்மைகளைப் பற்றிப் பார்ப்போம்.

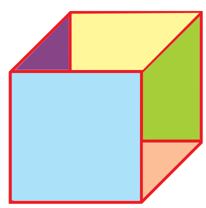


நீவிர் அறிவீரா?

1729 என்ற எண்ணானது மிகச் சிறிய இராமானுஜன் எண்ணாகும். இதேபோன்ற வேறு சில எண்கள் 4104 (2, 16 : 9, 15), 13832 (18, 20 : 2, 24).

கன சதுரம்

நாம் வடிவியலில் கனம் என்ற வார்த்தையைப் பற்றிப் படித்துள்ளோம். நீளம், அகலம், உயரம் ஆகிய அனைத்தும் சமமாக உள்ள ஓர் கன உருவம் கன சதுரம் ஆகும். ஒரு கன சதுரத்தின் ஒவ்வொரு பக்கமும் ‘a’ அலகுகள் எனில் அதன் கன அளவு $a \times a \times a = a^3$ கன அலகுகள்.



a^3 என்பதை a இன் "முப்படி" அல்லது "a இன் கனம்" என அழைக்கலாம்.

இப்பொழுது, 1, 8, 27, 64, 125, $\cdots$ என்ற எண்களைக் கவனிக்கவும்.

இவை ‘‘கன எண்கள்’’ அல்லது ‘‘முழு கன எண்கள்’’ என அழைக்கப்படுகின்றன.

இவை ஓர் எண்ணை அதே எண்ணால் மும்முறை பெருக்கக் கிடைக்கின்றன.

உதாரணமாக,

$1\times1\times1 = 1^3,\ 2\times2\times2 = 2^3,\ 3\times3\times3 = 3^3,\ 5\times5\times5 = 5^3$

எடுத்துக்காட்டு 1.33

பின்வருவனவற்றின் மதிப்பைக் காண்க

(i) 15^3 (ii) $(-4)^3$ (iii) $(1.2)^3$ (iv) $\left(\frac{-3}{4}\right)^3$

தீர்வு

(i) $15^3 = 15\times15\times15 = 3375$

(ii) $(-4)^3 = (-4)\times(-4)\times(-4) = -64$

(iii) $(1.2)^3 = 1.2\times1.2\times1.2 = 1.728$

(iv) $\left(\frac{-3}{4}\right)^3 = \frac{(-3)\times(-3)\times(-3)}{4\times4\times4} = \frac{-27}{64}$

(ii) ஆம் கணக்கில் $(-4)^3 = -64$ என்பதைக் கவனிக்க.

குறிப்பு : ஓர் குறை எண்ணின் அடுக்கு ஓர் இரட்டை எண் எனில் அது ஒரு மிகை எண்ணாகும். அதன் அடுக்கு ஓர் ஒற்றை எனில், அது ஒரு குறை எண்ணாகவும் இருக்கும். அதாவது,

$$(-1)^n = \begin{cases} -1, & n \text{ ஒரு ஒற்றை எண்} \\ +1, & n \text{ ஒரு இரட்டை எண்} \end{cases}$$

கீழே உள்ளவை 1 முதல் 20 வரையிலான எண்களும் அவற்றின் கனங்களும் ஆகும்.

எண்கள்	கனம்
1	1
2	8
3	27
4	64
5	125
6	216
7	343
8	512
9	729
10	1000

நாங்களும், எங்கள் கனங்களும் இரட்டை எண்கள்

நாங்களும், எங்கள் கனங்களும் ஒற்றை எண்கள்

எண்கள்	கனம்
11	1331
12	1728
13	2197
14	2744
15	3375
16	4096
17	4913
18	5832
19	6859
20	8000

அட்டவணை 2

கன எண்களின் பண்புகள்

மேற்கண்ட அட்டவணையிலிருந்து கீழ்க்கண்ட கன எண்களின் பண்புகளைப் பற்றி அறிந்து கொள்ளலாம்.

1. ஓர் எண்ணின் ஒன்றாம் இலக்கம் 1 ஆக இருப்பின், அவ்வெண்ணின் கனத்தின் ஒன்றாம் இலக்கமும் 1 ஆக இருக்கும்.
   உதாரணமாக, $1^3 = 1;\ 11^3 = 1331;\ 21^3 = 9261;\ 31^3 = 29791.$

2. $1, 4, 5, 6, 9$ மற்றும் 0 ஆகிய இலக்கங்களை 1 ஆம் இலக்கத்தில் கொண்ட எண்களின் கன எண்களும் அதே இலக்கங்களை 1 ஆம் இலக்கத்தில் கொண்டிருக்கும்.

   உதாரணமாக: $14^3 = 2744; 15^3 = 3375; 16^3 = 4096; 20^3 = 8000.$

3. 2ஐ 1 ஆம் இலக்கத்தில் கொண்ட எண்ணின் கனமானது 8 ஆகவும், 8ஐ 1ஆம் இலக்கத்தில் கொண்ட எண்ணின் கனமானது 2ஐ 1ஆம் இலக்கத்திலும் கொண்டிருக்கும்..

   உதாரணமாக: $(12)^3 = 1728; (18)^3 = 5832.$

4. 3ஐ 1ஆம் இலக்கத்தில் கொண்ட எண்களின் முப்படி (கனம்) ஆனது 7ஐயும், 7ஐ 1ஆம் இலக்கத்தில் கொண்ட எண்களின் முப்படி 3ஐயும் 1ஆம் இலக்கத்தில் பெற்றிருக்கும்.

   உதாரணமாக : $(13)^3 = 2197; (27)^3 = 19683.$

5. இரட்டை எண்களின் கனமானது இரட்டை எண்ணாகவும், ஒற்றை எண்களின் கனமானது ஒற்றை எண்ணாகவும் இருக்கும்.

தொடர் ஒற்றை எண்களின் கூடுதல்

கீழ்க்காணும் ஒற்றை எண்களின் கூடுதல் காணும் அமைப்பினைக் கவனிக்க:

	1	$= 1 = 1^3$
அடுத்த இரு ஒற்றை எண்கள்,	$3 + 5$	$= 8 = 2^3$
அடுத்த மூன்று ஒற்றை எண்கள்,	$7 + 9 + 11$	$= 27 = 3^3$
அடுத்த நான்கு ஒற்றை எண்கள்,	$13 + 15 + 17 + 19$	$= 64 = 4^3$
அடுத்த ஐந்து ஒற்றை எண்கள்,	$21 + 23 + 25 + 27 + 29$	$= 125 = 5^3$

இந்த அமைப்பு வியப்பளிக்கிறதா?

எடுத்துக்காட்டு 1.34

64 என்பது முழுகன எண் ஆகுமா?

தீர்வு

$$64 = \underbrace{2\times2\times2}\times\underbrace{2\times2\times2}$$
$$= 2^3\times2^3 = (2\times2)^3 = 4^3$$

எனவே 64 ஓர் முழுகன எண் ஆகும்.

பகாக் காரணிப்படுத்தல்

$$\begin{array}{r|l} 2 & 64 \\ 2 & 32 \\ 2 & 16 \\ 2 & 8 \\ 2 & 4 \\ 2 & 2 \\ & 1 \end{array}$$

எடுத்துக்காட்டு 1.35

500 என்ற எண் முழு கன எண் ஆகுமா?

தீர்வு

$$500 = 2\times2\times\underbrace{5\times5\times5}$$

இங்கு 3 ஐந்துகள் உள்ளன. ஆனால் 2 இரண்டுகள் உள்ளன.

எனவே 500 ஆனது முழு கன எண் அல்ல.

பகாக் காரணிப்படுத்தல்

$$\begin{array}{r|l} 2 & 500 \\ 2 & 250 \\ 5 & 125 \\ 5 & 25 \\ 5 & 5 \\ & 1 \end{array}$$

கணக்கு

எடுத்துக்காட்டு 1.36

243 என்பது முழு கன எண்ணாகுமா? இல்லையெனில் எந்த எண்ணால் பெருக்கினால் அது முழு கன எண்ணாகும்?

தீர்வு

$$243 = \underbrace{3 \times 3 \times 3} \times 3 \times 3$$

மேற்குறிப்பிட்ட காரணிப்படுத்தலில், $3^3 \times 3^2$. (3×3) ஆனது மும்மூன்றாக எழுத முடியாததால் 243 ஓர் முழு கன எண் அல்ல.

இதனை ஓர் முழு கனமாக்க 3 ஆல் பெருக்க வேண்டும்.

அதாவது $243 \times 3 = \underbrace{3 \times 3 \times 3} \times \underbrace{3 \times 3 \times 3}$

$$729 = 3^3 \times 3^3 = (3 \times 3)^3$$

$729 = 9^3$ இது ஓர் முழு கனமாகும்.

எனவே, 243 ஐ 3 ஆல் பெருக்க அது ஒரு முழு கன எண்ணாகும்.

பகாக் காரணிப்படுத்தல்

3	243
3	81
3	27
3	9
3	3
	1

பகாக் காரணிப்படுத்தல்

3	729
3	243
3	81
3	27
3	9
3	3
	1

1.7.4 கன மூலங்கள்

ஓர் கன சதுரத்தின் கன அளவு 125 செமீ^{3} எனில் அதன் பக்கத்தின் நீளம் எவ்வளவாக இருக்கும். அப்பக்கத்தின் நீளம் காண எந்த எண்ணின் முப்படி அல்லது கனமானது 125 என காண வேண்டியுள்ளது. எனவே முப்படி மூலம் அல்லது கன மூலம் என்பது, கனம் காண்பதின் தலைகீழ் முறை ஆகும்.

குறியீடு

$\sqrt[3]{\ }$ என்ற குறியீடு "கன மூலம்' என்பதைக் குறிக்கும்

உதாரணமாக :

$2^3 = 8$ என்பது நாமறிந்ததே. இதிலிருந்து 8 இன் கன மூலம் 2 என அறியலாம்.

இதைக் குறியீட்டில் $\sqrt[3]{8} = (8)^{1/3} = (2^3)^{1/3} = 2^{3/3} = 2$ என எழுதலாம்.

மேலும் சில உதாரணங்கள் :

(i) $\sqrt[3]{125} = \sqrt[3]{5^3} = (5^3)^{1/3} = 5^{3/3} = 5^1 = 5$

(ii) $\sqrt[3]{64} = \sqrt[3]{4^3} = (4^3)^{1/3} = 4^{3/3} = 4^1 = 4$

(iii) $\sqrt[3]{1000} = \sqrt[3]{10^3} = (10^3)^{1/3}$

$= 10^{3/3} = 10^1 = 10.$

பகாக் காரணி முறையில் கனமூலம் காணுதல்

எண்ணின் கன மூலத்தைக் கண்டுபிடிக்கும் வழிகள்

படி 1 : கொடுக்கப்பட்ட எண்ணை பகாக் காரணிகளாகப் பிரித்துக் கொள்ள வேண்டும்.

படி 2 : ஒரே எண் காரணிகள் மூன்று மூன்றாக வருமாறு எழுதிக் கொள்ளுதல் வேண்டும்.

படி 3 : ஒவ்வொரு மூன்று எண் தொகுப்பிலிருந்தும் ஒரு எண் என எடுத்து அவற்றின் பெருக்கற் பலனே கொடுக்கப்பட்ட எண்ணின் கன மூலமாகும்.

எடுத்துக்காட்டு 1.37

512 இன் கனமூலம் காண்க.

தீர்வு

பகாக் காரணிப்படுத்தல்

$$\begin{array}{r|l} 2 & 512 \\ \hline 2 & 256 \\ \hline 2 & 128 \\ \hline 2 & 64 \\ \hline 2 & 32 \\ \hline 2 & 16 \\ \hline 2 & 8 \\ \hline 2 & 4 \\ \hline 2 & 2 \\ \hline & 1 \end{array}$$

$$\begin{aligned} \sqrt[3]{512} &= (512)^{\frac{1}{3}} \\ &= ((2\times2\times2)\times(2\times2\times2)\times(2\times2\times2))^{\frac{1}{3}} \\ &= (2^3\times2^3\times2^3)^{\frac{1}{3}} \\ &= (2^9)^{\frac{1}{3}} \\ &= 2^3 \\ \sqrt[3]{512} &= 8. \end{aligned}$$

எடுத்துக்காட்டு 1.38

27×64 இன் கனமூலம் காண்க.

தீர்வு

27 மற்றும் 64ஐ பகாக் காரணிகளாகப் பிரிக்க நமக்குக் கிடைப்பது.

பகாக் காரணிப்படுத்தல்

$$\begin{array}{r|l} 3 & 27 \\ \hline 3 & 9 \\ \hline 3 & 3 \\ \hline & 1 \end{array}$$

$$\begin{aligned} \sqrt[3]{27} &= (3\times3\times3)^{\frac{1}{3}} = (3^3)^{\frac{1}{3}} \\ \sqrt[3]{27} &= 3 \\ \sqrt[3]{64} &= (2\times2\times2\times2\times2\times2)^{\frac{1}{3}} \\ &= (2^6)^{\frac{1}{3}} = 2^2 = 4 \\ \sqrt[3]{64} &= 4 \\ \sqrt[3]{27\times64} &= \sqrt[3]{27}\times\sqrt[3]{64} \\ &= 3\times4 \\ \sqrt[3]{27\times64} &= 12 \end{aligned}$$

பகாக் காரணிப்படுத்தல்

$$\begin{array}{r|l} 2 & 64 \\ \hline 2 & 32 \\ \hline 2 & 16 \\ \hline 2 & 8 \\ \hline 2 & 4 \\ \hline 2 & 2 \\ \hline & 1 \end{array}$$

எடுத்துக்காட்டு 1.39

250 ஆனது ஒரு முழு கனமா? இல்லையெனில் எந்தச் சிறிய இயல் எண்ணால் வகுக்க அவ்வெண் முழு கனமாகும்?

தீர்வு

பகாக் காரணிப்படுத்தல்

$$\begin{array}{r|l} 2 & 250 \\ \hline 5 & 125 \\ \hline 5 & 25 \\ \hline 5 & 5 \\ \hline & 1 \end{array}$$

$$250 = 2\times\underbrace{5\times5\times5}$$

பகாக் காரணியில் 2 ஆனது மும்முறை இல்லாததால் 250 ஓர் முழு கனம் ஆகாது.

'2' ஆனது பகாக் காரணிப்படுத்தும் போது ஒரே முறை வந்துள்ளதால், 250 ஐ 2 ஆல் வகுத்தால் ஈவில் '2' வராது. மீதமுள்ள காரணிகளை மும்மூன்றாக பெருக்கி எழுத முடியும்.

$$\therefore\ 250\div2 = 125 = 5\times5\times5 = 5^3.$$

எனவே 250 ஐ 2 என்ற சிறிய இயல் எண்ணால் வகுக்கக் கிடைக்கும் எண் முழுக் கனம் ஆகும்.

பின்னத்தின் கனமூலம்

$$\text{பின்னத்தின் கன மூலம்} = \frac{\text{தொகுதியின் கன மூலம்}}{\text{பகுதியின் கன மூலம்}}$$

அதாவது, $$\sqrt[3]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[3]{a}}{\sqrt[3]{b}} = \left(\frac{a}{b}\right)^{\frac{1}{3}} = \frac{(a)^{\frac{1}{3}}}{(b)^{\frac{1}{3}}}$$

எடுத்துக்காட்டு 1.40

$\dfrac{125}{216}$ இன் கனமூலம் காண்க.

தீர்வு

125 மற்றும் 216 ஆகியவற்றைப் பகாக் காரணிகளாகப் பிரிக்க நமக்குக் கிடைப்பது.

$$125 = \underbrace{5\times5\times5}$$

$$\sqrt[3]{125} = 5$$

$$216 = \underbrace{2\times2\times2}\times\underbrace{3\times3\times3}$$

$$\therefore \sqrt[3]{216} = 2\times3$$

$$\therefore \sqrt[3]{216} = 6$$

$$\therefore \sqrt[3]{\frac{125}{216}} = \frac{5}{6}.$$

பகாக் காரணிப்படுத்தல்

5	125
5	25
5	5
	1

பகாக் காரணிப்படுத்தல்

2	216
2	108
2	54
3	27
3	9
3	3
	1

எடுத்துக்காட்டு 1.41

$\dfrac{-512}{1000}$ இன் கன மூலம் காண்க.

தீர்வு

$$-512 = \underbrace{-8\times-8\times-8}$$

$$\sqrt[3]{-512} = -8$$

$$1000 = 5\times5\times5\times2\times2\times2$$

$$\sqrt[3]{1000} = 5\times2 = 10$$

$$\sqrt[3]{\frac{-512}{1000}} = \frac{-8}{10}$$

$$\sqrt[3]{\frac{-512}{1000}} = \frac{-4}{5}$$

பகாக் காரணிப்படுத்தல்

2	512
2	256
2	128
2	64
2	32
2	16
2	8
2	4
2	2
	1

பகாக் காரணிப்படுத்தல்

5	1000
5	200
5	40
2	8
2	4
2	2
	1

$$\sqrt[3]{-x^3} = \sqrt[3]{(-x)\times(-x)\times(-x)}$$

$$= -x.$$

குறை எண்ணின் கனமூலம் குறை எண்ணாகும்.

எடுத்துக்காட்டு 1.42

0.027 இன் கனமூலம் காண்க.

தீர்வு

$$\sqrt[3]{0.027} = \sqrt[3]{\frac{27}{1000}}$$

$$= \sqrt[3]{\frac{3\times3\times3}{10\times10\times10}}$$

$$= \frac{\sqrt[3]{3^3}}{\sqrt[3]{10^3}} = \frac{3}{10}$$

$$\sqrt[3]{0.027} = 0.3$$

எடுத்துக்காட்டு 1.43

$\dfrac{\sqrt[3]{729} - \sqrt[3]{27}}{\sqrt[3]{512} + \sqrt[3]{343}}$ இன்மதிப்பைக் காண்க.

தீர்வு

$$\sqrt[3]{729} = \sqrt[3]{9^3} = 9$$

$$\sqrt[3]{27} = \sqrt[3]{3^3} = 3$$

$$\sqrt[3]{512} = \sqrt[3]{8^3} = 8$$

$$\sqrt[3]{343} = \sqrt[3]{7^3} = 7$$

$$\therefore \frac{\sqrt[3]{729} - \sqrt[3]{27}}{\sqrt[3]{512} + \sqrt[3]{343}} = \frac{9-3}{8+7}$$

$$= \frac{6}{15} = \frac{2}{5}$$

பகாக் காரணிப்படுத்தல்

$$\begin{array}{r|l} 3 & 27 \\ \hline 3 & 9 \\ \hline 3 & 3 \\ \hline & 1 \end{array}$$

பகாக் காரணிப்படுத்தல்

$$\begin{array}{r|l} 7 & 343 \\ \hline 7 & 49 \\ \hline 7 & 7 \\ \hline & 1 \end{array}$$

பகாக் காரணிப்படுத்தல்

$$\begin{array}{r|l} 3 & 729 \\ \hline 3 & 243 \\ \hline 3 & 81 \\ \hline 3 & 27 \\ \hline 3 & 9 \\ \hline 3 & 3 \\ \hline & 1 \end{array}$$

பகாக் காரணிப்படுத்தல்

$$\begin{array}{r|l} 2 & 512 \\ \hline 2 & 256 \\ \hline 2 & 128 \\ \hline 2 & 64 \\ \hline 2 & 32 \\ \hline 2 & 16 \\ \hline 2 & 8 \\ \hline 2 & 4 \\ \hline 2 & 2 \\ \hline & 1 \end{array}$$

பயிற்சி 1.7

1. சரியான விடையைத் தேர்ந்தெடுத்து எழுதுக :

(i) கீழ்க்கண்ட எண்களில் முழு கன எண் எது?

(A) 125 (B) 36 (C) 75 (D) 100

(ii) கீழ்க்கண்ட எண்களில் முழு கனம் அற்ற எண் எது ?

(A) 1331 (B) 512 (C) 343 (D) 100

(iii) ஒற்றை இயல் எண்ணின் கனம் ஆனது

(A) இரட்டை எண் (B) ஒற்றை எண்

(C) இரட்டை அல்லது ஒற்றை எண் (D) பகா எண்

(iv) 1000 என்ற முழு கன எண்ணின் கன மூலத்தில் உள்ள பூச்சியங்களின் எண்ணிக்கை

(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4

(v) 50 என்ற எண்ணின் கனத்தின் ஒன்றாம் இலக்கத்தில் உள்ள எண்

(A) 1 (B) 0 (C) 5 (D) 4

(vi) 100 என்ற எண்ணின் கனத்தில் உள்ள பூச்சியங்களின் எண்ணிக்கை

(A) 1 (B) 2 (C) 4 (D) 6

(vii) 108 ஐ எந்தச் சிறிய எண்ணால் பெருக்க முழுக் கனம் ஆகும் ?

(A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5

(viii) 88 என்ற எண்ணை எந்தச் சிறிய எண்ணால் வகுத்தால் அவ்வெண் முழுக்கன எண்ணாகும் ?

(A) 11 (B) 5 (C) 7 (D) 9

(ix) ஒரு கன சரத்தின் கன அளவு 64 கன செமீ, எனில் அதன் பக்க அளவு

(A) 4 செமீ (B) 8 செமீ (C) 16 செமீ (D) 6 செமீ

(x) கீழ்க்கண்டவற்றில் எது தவறான கூற்று ?

(A) ஒற்றை எண்ணின் கனமும் ஒற்றை எண்ணே.

(B) ஒர் முழு கன எண் இரண்டு பூச்சியங்களைக் கொண்டு இருக்காது.

(C) ஒரு இலக்க எண்ணின் கனமானது ஒர் இலக்க எண்ணாக இருக்கலாம்.

(D) 8ஐ ஒன்றாம் இலக்கத்தில் கொண்ட முழு கன எண் கிடையாது.

2. கீழ்க்கண்டவற்றில் முழு கன எண்கள் எவை ?

(i) 400 (ii) 216 (iii) 729 (iv) 250

(v) 1000 (vi) 900

3. கீழ்க்கண்டவற்றில் எவை முழுகன எண்கள் அல்ல ?

(i) 128 (ii) 100 (iii) 64 (iv) 125

(v) 72 (vi) 625

4. கீழ்க்கண்ட எண்களை எந்தச் சிறிய எண்ணால் வகுக்க அவை முழுகன எண்கள் ஆகும் என காண்க.

(i) 81 (ii) 128 (iii) 135 (iv) 192

(v) 704 (vi) 625

5. கீழ்க்கண்ட எண்களை எந்த எண்ணால் பெருக்க அவை முழுகன எண்கள் ஆகும் என காண்க.

(i) 243 (ii) 256 (iii) 72 (iv) 675 (v) 100

6. கீழ்க்கண்ட எண்களின் கன மூலத்தை பகாக்காரணி முறையில் காண்க:

(i) 729 (ii) 343 (iii) 512 (iv) 0.064

(v) 0.216 (vi) $5\frac{23}{64}$ (vii) – 1.331 (viii) – 27000

7. ஒரு கன சதுரத்தின் கன அளவு 19.683 கன செ.மீ எனில் கன சதுரத்தின் பக்க அளவுகளைக் காண்க.

1.8 எண்களின் தோராய மதிப்பு

நாம் அன்றாட வாழ்விற்குத் தோராயமான மதிப்புகள் அல்லது தோராயமான அளவுகள் தேவைப்படுகின்றன.

பெஞ்சமின் ₹ 59,896 க்கு மடிக் கணினி (Laptop) வாங்குகிறார். அதை மற்றவர்களுக்குச் சொல்ல முற்படும் போது ₹ 60,000 க்கு வாங்கியிருப்பதாகச் சொல்கிறார். இது ஒரு தோராயமான மதிப்பாகும். இம்மதிப்பு ஆயிரங்களில் மட்டுமே சொல்லப்பட்டிருக்கிறது.

வசந்த் ஒரு சோடி காலணிகளை ₹ 599.95க்கு வாங்குகிறார். எளிதில் சொல்வதற்காக தோராயமாக இம்மதிப்பை ₹ 600 என்கிறார்.

ஒரு படத்தின் அளவுகள் 35.23 செ.மீ நீளமும் 25.91 செ.மீ அகலமும் ஆகும். இதைத் சரிபார்க்க சாதாரண அளவுகோலால் அளக்க முற்படுவோமேயானால் நம்மால் மிகத் துல்லியமாக அளக்க முடியாது. ஏனெனில் சாதாரண அளவுகோலில் ஒரு சென்டி மீட்டரில் 10 பிரிவுகள் மட்டுமே குறிக்கப்பட்டுள்ளன.

இதைவிடச் சிறிய அளவுகள் குறிக்கப்படவில்லை. இவ்வாறான சமயங்களில் அப்படத்தின் நீள அளவுகளை சரி பார்க்க, பத்தில் ஒன்றிற்குத் திருத்தமாக 35.2 செமீ என்றோ, முழுக்களுக்குத் திருத்தமாக 35 செமீ என்றோ எடுத்துக் கொள்ளலாம்.

மேற்கண்ட சூழ்நிலைகளில் நாம் நமது வசதிக்காக தோராயமான மதிப்புகளை எடுத்திருக்கின்றோம். இவ்வாறாக கொடுக்கப்பட்ட எண்களின் மிக அருகிலுள்ள மதிப்புகளைக் கருத்தில் கொள்வதை "எண்களின் முழுதாக்கல்" என்கிறோம். ஆகவே நமக்குத் தேவையான எண்ணிக்கையுடைய இலக்கங்களுக்குத் திருத்தப்பட்டு எழுதப்படும் தோராய மதிப்பு "இலக்கங்களை முழுதாக்கல்" எனப்படுகிறது.

சில நேரங்களில் தோராய மதிப்புகளை மட்டுமே கவனத்தில் கொள்ள முடியும். ஏனெனில்

(அ) ஓர் ஊரின் மக்கள் தொகையைப் பற்றிச் சொல்ல வேண்டும் எனில் அதை தோராயமாக 30 இலட்சம் அல்லது 25 இலட்சம் என்று தான் குறிப்பிடுகிறோம்.

(ஆ) இரு நகரங்களுக்கு இடையேயான தொலைவைக் கூறும்போது, 350 கி.மீ என்று எண்களை முழுதாக்கிக் கூறுகிறோமேயன்றி 352.15 கிமீ என கூறுவதில்லை.

எண்களை முழுதாக்கும் போது பின்வரும் விதிகளை நாம் பின்பற்றுகிறோம்.

(i) திருத்தப்பட வேண்டிய இடத்தின் அடுத்த இலக்கம் 5 ஐ விட குறைவாக இருப்பின் அந்த இடத்திலுள்ள இலக்கம் வரை அப்படியே எழுதுக.

(ii) திருத்தப்பட வேண்டிய இடத்தின் அடுத்த இலக்கம் 5 அல்லது 5 ஐ விட அதிகமாக இருப்பின் திருத்தப்பட வேண்டிய இடத்திலுள்ள இலக்கத்துடன் 1ஐக் கூட்டி விடை எழுதுக.

தோராயத்தினைக் குறிக்கும் குறியீடு $\simeq$ ஆகும்.

செய்து பார்

A4 தாள் ஒன்றினை எடுத்துக் கொள். அதன் நீளம், அகலம் காண்க. இதை செ.மீ. அளவுகளில் எப்படி தோராயமாக எழுதுவாய்

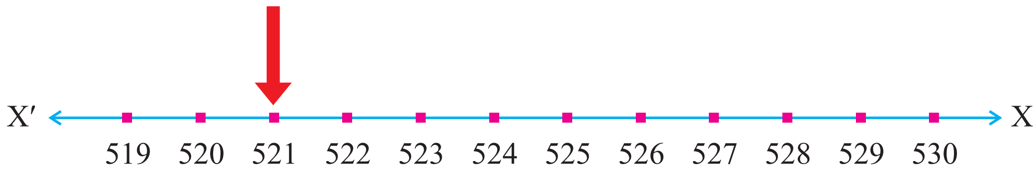
கீழே உள்ள சில உதாரணங்களைக் கொண்டு எண்களின் தோராய மதிப்பைக் காணும் முறையை அறிவோம். 521 என்ற எண்ணைக் கருதுக.

பத்தாம் இடத்திற்குத் திருத்தமாக தோராய மதிப்பிடல்.

எடுத்துக்காட்டு 1.44

521 என்ற எண்ணை எடுத்துக் கொண்டு, அதை 10ஆம் இடத்திற்குத் திருத்தமாக தோராய மதிப்பிடுக.

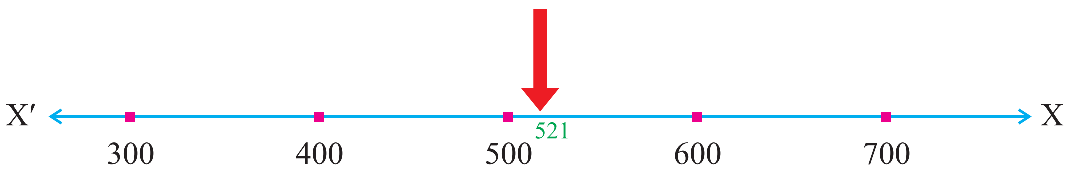
தீர்வு 521 ஆனது 520 மற்றும் 530 க்கும் இடையே உள்ளது.



ஆனால் 530ஐ விட 520க்கு மிக அருகில் உள்ளதால் எண் கோட்டினைப் பார்க்கும் போது 521 இன் தோராய மதிப்பு 520 ஆகும்.

நூறாம் இடத்திற்குத் திருத்தமாக தோராய மதிப்பிடல்

521 என்ற எண் 500க்கும் 600 க்கும் இடையே அமைந்துள்ளது.



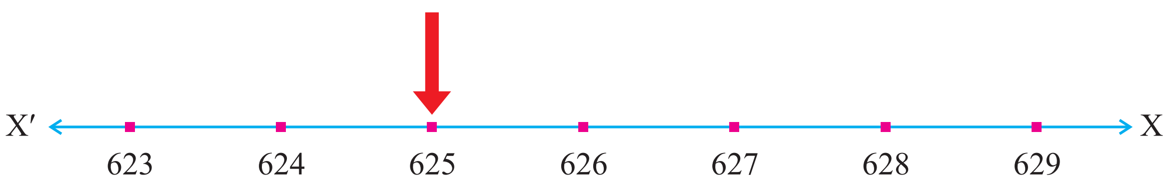
521 ஆனது 600 ஐ விட 500 க்கு அருகில் உள்ளது. எனவே 521 ன் நூறாம் இடத்தின் தோராய மதிப்பு 500 ஆகும்.

மற்றுமொரு உதாரணத்தைப் பார்ப்போம்.

எடுத்துக்காட்டு 1.45

625 என்ற எண்ணை 100 ஆம் இடத்திற்குத் திருத்தமாக மதிப்பிடுக.

தீர்வு கீழே உள்ள எண் கோட்டை எடுத்துக் கொள்வோம்.



இங்கு 625 ஆனது 624 அல்லது 626க்கு அருகில் உள்ளது எனக் கூற முடியாது. ஏனெனில் அது இரு எண்களுக்கும் சரியாக நடுவில் அமைந்துள்ளது. இங்கு 625 ஆனது 626க்கு அருகில் உள்ளது எனக் கூறுவதே மரபாகும். எனவே 625 ன் தோராய மதிப்பு 626 என எடுத்துக் கொள்வோம்.

மாறாக நூறாம் இடத்திருத்தமாகக் கூறும்போது 625 ஐ தோராயமாக 600 எனக் கூறலாமே அல்லாமல் 700 எனக் கூற இயலாது.

மேலும் சில உதாரணங்கள்

47,618 என்ற எண்ணைக் கருதுக.

(அ) பத்தாம் இடத் திருத்தமாக தோராய மதிப்பு = 47,620

(ஆ) நூறாம் இடத் திருத்தமாக தோராய மதிப்பு = 47,600

(இ) ஆயிரமாவது இடத் திருத்தமாக தோராய மதிப்பு = 48,000

(ஈ) பத்தாயிரமாவது இடத் திருத்தமாக தோரய மதிப்பு = 50,000

தசமங்களின் தோராய மதிப்பீடு

எடுத்துக்காட்டு 1.46

36.729 என்ற தசம எண்ணை இரு மற்றும் ஒரு தசம இடத் திருத்தமாக எழுதுக.

தீர்வு (அ) இதை இரு தசம இடத் திருத்தமாக 36.73 என எழுதலாம்.

(ஏனெனில், ஒன்றாம் இட இலக்கமான $9 > 5$. எனவே 2 உடன் 1 ஐக் கூட்டி 3 என மாற்றி எழுதலாம்)

$\therefore 36.729 \simeq 36.73$ (இரு தசம இடத் திருத்தமாக)

(ஆ) 36.729ன் இரண்டாம் தசமத்தில் உள்ள 2 ஐ எடுத்துக் கொள்வோம். 2 ஆனது 5 ஐ விடக் குறைவானதால், 7 ஐ அப்படியே விட்டு விட வேண்டும்.

$\therefore 36.729 \simeq 36.7$ (ஒரு தசம இடத் திருத்தமாக)

எடுத்துக்காட்டு 1.47

36.745 என்ற தசம எண்ணை இரு மற்றும் ஒரு தசம இடத் திருத்தமாக எழுதுக.

தீர்வு

அ) இதைத் தோராயமாக 36.75 என இரு தசம இடத் திருத்தமாக எழுதலாம். ஏனெனில், கடைசி இலக்கம் 5 ஆனதால், முந்தைய இலக்கமான 4 உடன் 1 ஐக் கூட்டி 5 என மாற்றி எழுதலாம்.

ஆ) இதைத் தோராயமாக 36.7 என ஒரு தசம இடத் திருத்தமாக எழுதலாம். ஏனெனில் இரண்டாம் இலக்க எண் 4 ஆனது 5 ஐ விடக் குறைவாக இருப்பதால் 7 ஐ அப்படியே விட்டு விட வேண்டும்.

$\therefore 36.745 \simeq 36.7$ (ஒரு தசம இடத் திருத்தமாக)

எடுத்துக்காட்டு 1.48

2.14829 என்ற தசம எண்ணை 1, 2, 3 மற்றும் 4 தசம இடத் திருத்தமாக எழுதுக.

தீர்வு

(i) 1 தசம இடத் திருத்தமாக 2.1

(ii) 2 தசம இடத் திருத்தமாக 2.15

(iii) 3 தசம இடத் திருத்தமாக 2.148

(iv) 4 தசம இடத் திருத்தமாக 2.1483

எடுத்துக்காட்டு 1.49

பின்வரும் எண்களை முழுக்களுக்குத் திருத்தமாக முழுதாக்குக.

(அ) 288.29 (ஆ) 3998.37 (இ) 4856.795 (ஈ) 4999.96

தீர்வு

(அ) $288.29 \simeq 288$ (ஆ) $3998.37 \simeq 3998$

(மேலே உள்ள எண்களில் பத்திலொன்றின் இட மதிப்பிலுள்ள எண்கள் 5ஐ விடக் குறைவானவை. எனவே எல்லா முழுக்களின் மதிப்புகள் அப்படியே எழுதப்பட்டுள்ளன)

(இ) $4856.795 \simeq 4857$ (ஈ) $4999.96 \simeq 5000$

(இங்கு பத்திலொன்றின் இட மதிப்பிலுள்ள எண்கள் 5ஐ விட அதிகமானவை. எனவே முழுக்களின் மதிப்பில் 1 அதிகரிக்கப்பட்டுள்ளது)

ரவியிடம் சில எண் அட்டைகள் உள்ளன.

2	3	1	5	9

அவற்றிலிருந்து எண் **20,000** த்தை மிக அருகிலுள்ள (தோராய) எண்ணை கண்டு பிடிக்க ரவிக்கு உதவுங்கள்.

எது பெரியது என கணக்கிடாமல் தோராயமாக கண்டுபிடிக்கவும்

a. $201120112011 + \frac{7}{18}$

b. $201120112011 - \frac{7}{18}$

c. $201120112011 \times \frac{7}{18}$

d. $201120112011 \div \frac{7}{18}$

பயிற்சி 1.8

1. பின்வரும் எண்களை இரு தசம இடத்திற்குத் திருத்தமாக எழுதுக :

   (i) 12.568 (ii) 25.416 கிகி (iii) 39.927 மீ

   (iv) 56.596 மீ (v) 41.056 மீ (vi) 729.943 கிமீ

2. பின்வரும் எண்களை மூன்று தசம இடத்திற்குத் திருத்தமாக எழுதுக :

   (i) 0.0518 மீ (ii) 3.5327 கிமீ (iii) 58.2936 லி

   (iv) 0.1327 கி (v) 365.3006 (vi) 100.1234

3. பின்வரும் எண்களை கொடுக்கப்பட்ட இலக்கங்களுக்குத் தோராயமாக்குக :

   (i) 247 ஐ பத்து இடத் திருத்தமாக (ii) 152 ஐ பத்து இடத் திருத்தமாக

   (iii) 6848 நூறு இடத் திருத்தமாக (iv) 14276 ஐ பத்தாயிரம் இடத் திருத்தமாக

   (v) 3576274 ஐ இலட்சம் இடத் திருத்தமாக

   (vi) 104, 3567809 ஐ கோடி இடத் திருத்தமாக.

4. கீழ்க்கண்ட எண்களை முழுக்குகளுக்குத் திருத்தமாக எழுதுக.

   (i) 22.266 (ii) 777.43 (iii) 402.06

   (iv) 305.85 (v) 299.77 (vi) 9999.9567

1.9 எண்களுடன் விளையாடுதல்

கணிதம் என்பது ஆச்சரியம் மிகுந்த, மகிழ்ச்சியூட்டும், வினோதமான பாடம் ஆகும். இப்பகுதியில் கணிதத்தின் அதிசயமான, மகிழ்ச்சியூட்டும் கணக்குகளைக் கற்க உள்ளோம்.

(அ) எண்களின் பொதுவான அமைப்பு முறை

42 என்ற எண்ணை எடுத்துக் கொள்வோம், அதை எழுதும் போது

$$42 = 40 + 2$$
$$= 10 \times 4 + 2$$

அதே போல், 27 என்ற எண்ணை எழுதும் போது

$$27 = 20 + 7$$
$$= 10 \times 2 + 7$$

இங்கு ab என்பது வெறும் இலக்கங்கள் மட்டுமேயொழிய $a \times b$ ஆகாது.

பொதுவாக, 'a' மற்றும் 'b' என்ற இரு இலக்கங்களைக் கொண்டு எழுதப்படும் இரு இலக்க எண் ab யை எழுதும் போது

$$ab = 10 \times a + b$$
$$= 10a + b$$
$$ba = 10 \times b + a$$
$$= 10b + a$$

என எழுதப்படுகிறது.

நாம் 351 என்ற எண்ணைக் கருதுவோம்.

இது 3 இலக்கங்கள் கொண்ட ஒரு எண்ணாகும். இதை எழுதும் போது

$$351 = 300 + 50 + 1$$
$$= 100 \times 3 + 10 \times 5 + 1 \times 1$$ என எழுதலாம்.

பொதுவாக, abc ஆகிய மூன்று இலக்கங்களைக் கொண்டு எழுதப்படும் எந்தவொரு மூன்றிலக்க எண்ணையுமே முறையாக

$$abc = 100 \times a + 10 \times b + 1 \times c$$
$$= 100a + 10b + 1c$$, என எழுதலாம்.

இதே முறையைப் பயன்படுத்தி மூன்றிலக்க எண்கள் cab மற்றும் bca வினை எழுதும் போது

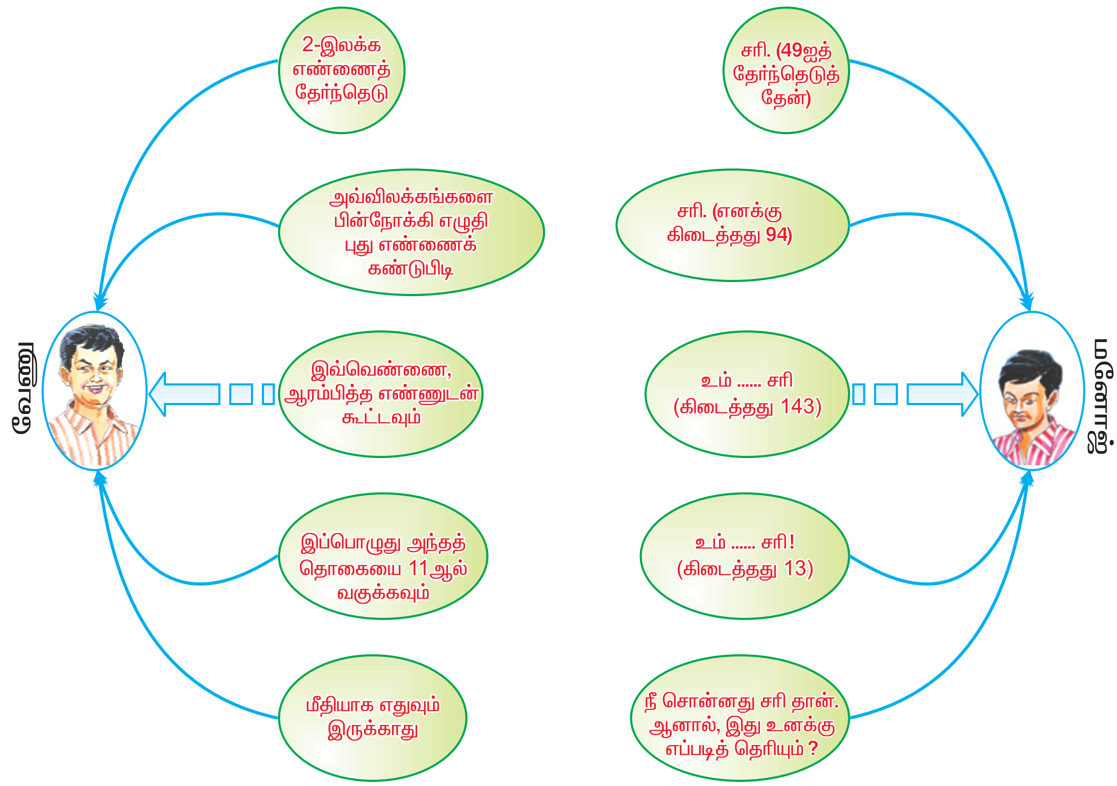
$$cab = 100c + 10a + b$$
$$bca = 100b + 10c + a$$ எனவும் எழுதலாம்.

(ஆ) எண்களின் விளையாட்டுகள்

(i) இலக்கங்களை மாற்றி எழுதுதல் – ஈரிலக்க எண்

வேணு, மனோஜிடம் ஏதேனும் ஓர் 2 இலக்க எண்ணை மனதில் நினைத்துக் கொள்ளச் சொன்னார். பின்னர் அவர் என்ன செய்யச் சொல்லி சொல்கிறாரோ, அதை அப்படியே செய்யும்படிக் கூறினார். அவ்விருவருக்கும் இடையே நடந்த உரையாடல் கீழ்கண்ட வடிவமைப்பில் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. அதைக் கவனமாகப் படிக்கவும்.

வேணு மற்றும் மனோஜ் இருவரின் உரையாடல்:



இப்போது, நாம் வேணுவின் சாமர்த்தியத்தைப் பற்றித் தெரிந்து கொள்வோம். ஒருவேளை மனோஜ் தேர்வு செய்த எண் ab ஆக இருந்திருந்தால், $10a + b$ என்பது ஓர் இரு இலக்க எண்ணின் குறுகிய வடிவம் ஆகும். அதன் இலக்கங்களை மாற்றி எழுதக் கிடைக்கும் எண் $ba = 10b + a$ ஆகும். இவ்விரு எண்களையும் கூட்டினால் மனோஜிற்குக் கிடைப்பது

$$(10a + b) + (10b + a) = 11a + 11b$$
$$= 11(a + b)$$

எனவே அக்கூட்டுத் தொகையானது எப்போதுமே 11 இன் மடங்காக இருக்கும். அதைத்தான் வேணு கூறினார்.

அக்கூட்டுத் தொகையை 11 ஆல் வகுக்க நமக்குக் கிடைப்பது $(a + b)$. அதாவது இரு எண்களின் கூட்டற் பலன்.

(இ) கொடுக்கப்பட்ட அமைப்பு முறையைக் கண்டு அடுத்த மூன்று எண்களைக் காண்க :

கீழே கொடுக்கப்பட்ட தொடரின் அமைப்பு முறையைப் பார்க்கவும்.

(i) 3, 9, 15, 21, ... (ஒவ்வொரு உறுப்பும் முந்தைய உறுப்பை விட 6 அதிகமாக உள்ளது)

இதே அமைப்பு தொடர்ந்தால் அதன் அடுத்த மூன்று உறுப்புகள் முறையே ....., ... மற்றும் ..... ஆகும்.

(ii) 100, 96, 92, 88, ..., ..., ... (ஒவ்வொரு உறுப்பும் முந்தைய உறுப்பை விட 4 குறைவாக உள்ளது)

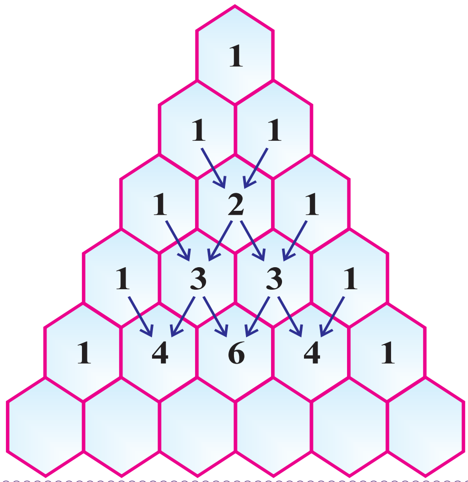
(iii) 7, 14, 21, 28, ..., ..., ... (7இன் மடங்குகள்)

(iv) 1000, 500, 250, ..., ..., ... (ஒவ்வொரு உறுப்பும் அதன் முந்தைய உறுப்பில் பாதியாகும்)

(v) 1, 4, 9, 16, ..., ..., ... (இயல் எண்களின் வர்க்கங்கள்)

(ஈ) பாஸ்கல் முக்கோணத்தின் எண் அமைப்பு முறை

கீழே கொடுக்கப்பட்ட முக்கோண வடிவில் அமைந்துள்ள இவ்வெண்களின் வடிவமைப்பு பாஸ்கல் முக்கோணம் எனப்படும்.



செய்து பார்

பாஸ்கல் முக்கோணத்தில் உள்ள எண் அமைப்பினைக் கண்டுபிடித்து 6ஆவது வரிசையைப் பூர்த்தி செய்க.

3 × 3 மாயச் சதுரம்

அருகில் உள்ள எண் அட்டவணையைப் பார்க்க. இது ஓர் 3×3 மாயச் சதுரம் என அழைக்கப்படுகிறது. மாயச் சதுரத்தில் உள்ள ஒவ்வொரு நிரை, நிரல், மூலை விட்டத்தில் உள்ள எண்களின் கூடுதல் சமமாக இருக்கும்.

6	11	10
13	9	5
8	7	12

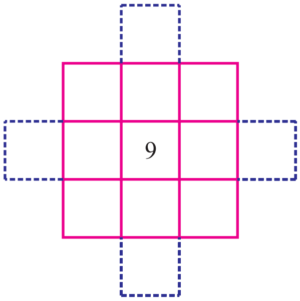
இந்த மாயச் சதுரத்தின் கூடுதல் 27 ஆகும். ‘9’ என்ற எண்ணானது மையக் கட்டத்தில் எழுதப்பட்டு விட்டால், மீதமுள்ள 8 கட்டங்களும் நிரப்பப்பட வேண்டும். அவை 9ஐ விட குறைவான 4 எண்கள் மற்றும் 9ஐ விட அதிகமான 4 எண்களும் ஆகும். அவையாவன :

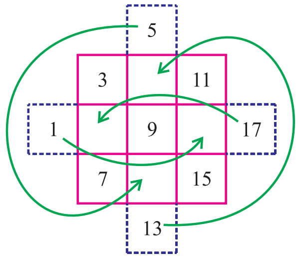
(அ) 5, 6, 7, 8 மற்றும் 10, 11, 12, 13 ஆகும். இங்கு ஒவ்வொரு எண்ணுக்கும் உள்ள வேறுபாடு 1 ஆகும்.

(ஆ) 1, 3, 5, 7 மற்றும் 11, 13, 15, 17 ஆகிய எண்களானால் இவ்வெண்களின் வேறுபாடு ‘2’ ஆக இருக்கும்.

தவிர வேறு ஏதாவது ஒரே எண்ணை வித்தியாசமாகக் கொண்ட எண்கள் அதாவது – 11, – 6, – 1, 4 அல்லது 14, 19, 24, 29 என ‘5’ வித்தியாசம் உடையதாகவும் எழுதலாம்.

இவற்றுள் ஏதாவது ஓர் அமைப்பு எண்களை முடிவு செய்த பின்பு, உதாரணமாக 1, 3, 5, 7 மற்றும் 11, 13, 15, 17 என எடுத்துக் கொண்டால் சதுரத்தின் 4 பக்கங்களிலும் நான்கு வீழல்களை கீழே காட்டியுள்ளபடி வரைந்து கொள்ள வேண்டும். மூலை விட்ட அமைப்பில் கொடுக்கப்பட்டுள்ளபடி ஒவ்வொரு எண்ணாக நாம் கட்டத்திற்குள் நிரப்ப வேண்டும்.





3	13	11
17	9	1
7	5	15

வீழல்களில் நிரப்பப்பட்ட எண்கள் எதிர் முனையில் உள்ள வெற்றிடமாக உள்ள கட்டங்களுக்கு மாற்றப்பட வேண்டும்.

செய்து பார்

முருகனிடம் ஒன்பது முத்துக்கள் உள்ளன. அம்முத்துக்களின் மதிப்பானது 1 இலிருந்து 9 தங்க நாணயங்கள். அவர் தன்னிடமுள்ள முத்துக்களைத் தன் மூன்று மகளுக்கும் சம அளவிலும், சம மதிப்பிலும் பிரித்துக் கொடுக்க உதவுங்கள்.

8		6
	5	
		2

3	1	2		9	5		7	6
5		9	1		7		8	2
4		7	2	6	3	5		
9			7			2	4	
	2	8		1			9	3
	3		9	8	2		5	7
	4	5	6				3	1
1	7		3	5	8	9		4
8		3	4	2		7		5

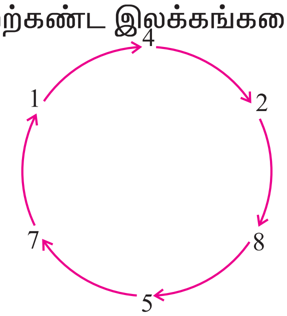
சு டோ கு

வெவ்வேறு வண்ணங்களில் உள்ள சதுரங்களை 1 முதல் 9 வரை உள்ள எல்லா இலக்கங்களைக் கொண்டும் ஒவ்வொரு நிரை, நிரல்களையும் நிரப்புக. எண்களைத் திரும்பத் திரும்பப் பயன்படுத்தக்கூடாது.

சுழற்சி எண்கள்

1 4 2 8 5 7

முதலில் மேற்கண்ட இலக்கங்களை வட்டத்தில் அமைத்துக் கொள்க.



இப்பொழுது 142857 என்ற எண்ணை 1 முதல் 6 வரை உள்ள எல்லா எண்களாலும் பெருக்க வேண்டும்.

$$\begin{array}{r}142857\\ \times 1\\ \hline 142857\\ \hline\end{array}\qquad\begin{array}{r}142857\\ \times 2\\ \hline 285714\\ \hline\end{array}\qquad\begin{array}{r}142857\\ \times 3\\ \hline 428571\\ \hline\end{array}$$

$$\begin{array}{r}142857\\ \times 4\\ \hline 571428\\ \hline\end{array}\qquad\begin{array}{r}142857\\ \times 5\\ \hline 714285\\ \hline\end{array}\qquad\begin{array}{r}142857\\ \times 6\\ \hline 857142\\ \hline\end{array}$$

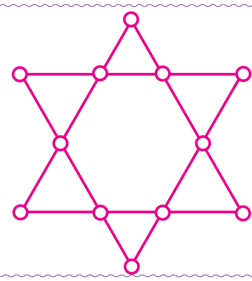
மேற்கண்ட பெருக்கல் மூலம் நாம் அறிந்தது என்னவெனில், வட்டத்தில் பொருத்தப்பட்ட எண்கள் சுழற்சி முறையில் வெவ்வேறு அமைப்பில் வட்டத்தில் ஏதாவது ஒரு புள்ளியிலிருந்து ஆரம்பித்து தொடர்ந்து அமைவதைப் பார்க்க முடிகிறது.

ஒரு மகிழ்வுந்தின் மூன்று இலக்க எண் ஆனது, ஒரு எண்ணின் வர்க்க எண்ணாகும். மற்றொரு மகிழ்வுந்தின் மூன்று இலக்கம், அதுவும் ஒரு வர்க்க எண்ணாகும். முதல் மகிழ்வுந்தின் முதல் இலக்கம், இரண்டாவது மகிழ்வுந்தின் கடைசி இலக்கமாகவும், முதல் மகிழ்வுந்தின் கடைசி இலக்கம், இரண்டாம் மகிழ்வுந்தின் முதல் இலக்கமாக அமையும் என்றால், இரு மகிழ்வுந்தின் இயலக் கூடிய எண்கள் யாவை?

செய்து பார்

மாய நட்சத்திரம்

அருகில் உள்ள நட்சத்திரத்தில் உள்ள வட்டங்களை 1 இலிருந்து 12 வரை பூர்த்தி செய்க. ஒவ்வொரு வரிசையின் கூட்டுத் தொகையும் 26 ஆகும். எந்த எண்ணும் இரு முறைக்குமேல் பயன்படுத்தக் கூடாது.



பயிற்சி 1.9

1. கீழ்க்கண்ட வடிவமைப்பை பூர்த்தி செய்க

(i) 40, 35, 30, ________, ________ , ________

(ii) 0, 2, 4, ________ , ________ , ________

(iii) 84, 77, 70, ________, ________ , ________

(iv) 4.4, 5.5, 6.6, ________, ________ , ________

(v) 1, 3, 6, 10, ________, ________ , ________

(vi) 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, ________, ________ , ________
(இத்தொடர் அமைப்பை “பிபோனாசி தொடர்” என அழைக்கிறோம்)

(vii) 1, 8, 27, 64, ________, ________ , ________

2. ஒரு நீர்த்தொட்டியானது உட்புறம் படிக்கட்டுகளைக் கொண்டிருந்தது. ஒரு குரங்கானது படிக்கட்டின் உச்சியில் அமர்ந்துள்ளது. (அதாவது முதற் படியில் இருக்கிறது) தண்ணீரின் மட்டமானது ஒன்பதாம் படிக்கட்டில் உள்ளது.

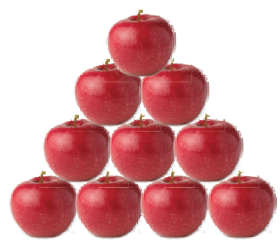
(அ) குரங்கானது 3 படிகள் கீழாக குதித்து பின்பு 2 படிகள் மேல் நோக்கிக் குதிக்கிறது. இவ்வாறு குதித்தால் தண்ணீரின் மட்டத்தை அடைய எத்தனை முறை குதிக்க வேண்டும்?

(ஆ) குரங்கு தண்ணீர் குடித்த பின்பு, மீண்டும் மேலே வர வேண்டும். இதற்காக 4 படிகள் மேல் நோக்கி குதித்து பின்பு 2 படிகள் கீழ் நோக்கி குதிக்கிறது. இப்படி நகர்ந்து சென்று, தண்ணீர்த் தொட்டியின் மேல் பகுதிக்கு (முதற் படிக்கு) வர வேண்டுமானால் குரங்கு எத்தனை முறை குதிக்க வேண்டும்?

3. ஒரு பழ வியாபாரி ஆப்பிள் பழங்களை கீழ்க்கண்ட வடிவமைப்பில் அடுக்கி வைத்தார்.

(அ) இவ்வடிவமைப்பில் 10 வரிசைகளில் ஆப்பிள் அடுக்கி வைக்கப்பட்டிருந்தால் மொத்த ஆப்பிள்களின் எண்ணிக்கையை எண்ணாமல் கண்டுபிடி.

(ஆ) அதே அமைப்பில் 20 வரிசைகளில் ஆப்பிள்கள் அடுக்கி வைக்கப்பட்டிருந்தால் மொத்த ஆப்பிள் பழங்களின் எண்ணிக்கை எவ்வளவு?



மொத்த ஆப்பிள்களைக் கணக்கிடும் வடிவமைப்பை உன்னால் தெரிந்து கொள்ள முடிகிறதா? கீழ்க்கண்ட அட்டவணையை நிரப்ப முயல்க.

வரிசை	1	2	3	4	5	6	7	8	9
ஆப்பிள்களின் எண்ணிக்கை	1	3	6	10	15				

செய்து பார்

புதிர்

- ஓர் எண்ணை நினைத்துக் கொள்க.
- 9 ஐக் கூட்டுக.
- விடையை இரட்டிப்பாக்குக.
- அத்துடன் 3 ஐக் கூட்டுக.
- 3 ஆல் பெருக்குக.
- விடையிலிருந்து 3 ஐக் கழிக்க.
- 6 ஆல் வகுக்க.
- வரும் விடையிலிருந்து நினைத்த எண்ணைக் கழிக்க.
- விடை என்ன? (விடை : பத்து)

கருத்துச் சுருக்கம்

- விகிதமுறு எண்கள் கூட்டல், கழித்தல் மற்றும் பெருக்கல் செயல்பாடுகளால் அடைவு பெற்றுள்ளன.
- பூச்சியம் அற்ற விகிதமுறு எண்களின் தொகுப்பு வகுத்தலின் கீழ் அடைவு பெற்றுள்ளது.
- விகிதமுறு எண்கள் கூட்டல் மற்றும் பெருக்கல் செயல்பாடுகளைக் கொண்டு பரிமாற்றுப் பண்பு மற்றும் சேர்ப்புப் பண்பை நிறைவு செய்கின்றது.
- விகிதமுறு எண்களின் கூட்டல் சமனி 0 ஆகும்.
- விகிதமுறு எண்களின் பெருக்கல் சமனி 1 ஆகும்.
- விகிதமுறு எண்களின் பெருக்கல் பலன், கூட்டல் மற்றும் கழித்தலின் மீதான பங்கீட்டுப் பண்பை நிறைவு செய்கின்றது.
- $\frac{a}{b}$ ம் $\frac{-a}{b}$ ம் ஒன்றுக்கொன்று கூட்டல் எதிர்மறை ஆகும்.
- $\frac{a}{b}$ என்பது $\frac{b}{a}$ இன் பெருக்கல் எதிர்மறை அல்லது தலைகீழி ஆகும்.
- இரண்டு விகிதமுறு எண்களுக்கு இடையே எண்ணற்ற விகிதமுறு எண்கள் உள்ளன.
- அடுக்குக் குறி விதிகள் ஏழு. அவையாவன

  a , b என்பன மெய் எண்களாகவும், m, n என்பன முழு எண்களாகவும் இருப்பின்,

  (i) $a^m \times a^n = a^{m+n}$

  (ii) $a^m \div a^n = a^{m-n}$, இங்கு $a \neq 0$

  (iii) $a^0 = 1$, இங்கு $a \neq 0$

  (iv) $a^{-m} = \frac{1}{a^m}$, இங்கு $a \neq 0$

  (v) $(a^m)^n = a^{mn}$

  (vi) $a^m \times b^m = (ab)^m$

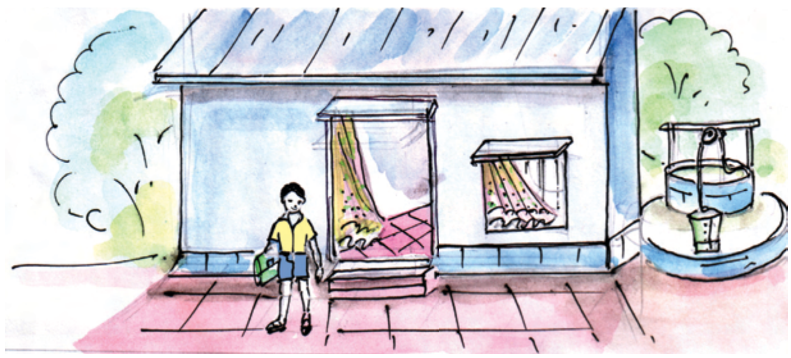
  (vii) $\frac{a^m}{b^m} = \left(\frac{a}{b}\right)^m$, இங்கு $b \neq 0$.
- ஒரு எண் இரண்டு எண்களுக்கு இடையில் சம தூரத்தில் இருந்தால் அந்த எண்களுடன் மிகப்பெரிய எண்ணின் மதிப்பே அந்த எண்ணின் தோராய மதிப்பாகும்.

2

அளவைகள்

2.1 அறிமுகம்

அளவிடுதல் என்பது ஒரு திறனாகும். இது ஒவ்வொரு மனிதனின் அன்றாட வாழ்விற்கும் அவசியமாகிறது. ஒவ்வொருவரும் தன் அன்றாட வாழ்வில் ஏதேனும் ஒன்றை அளவிட வேண்டியுள்ளது. இதற்குச் சில உதாரணங்களாக,



படம் 2.1

(i) கிணற்றிலிருந்து நீர் இறைக்கப் பயன்படும் கயிற்றின் நீளம்,

(ii) நம் வீட்டின் கதவு மற்றும் சன்னல்களுக்குப் பயன்படும் திரைச் சீலையின் அளவு, மேலும் நமது வீட்டைச் சுற்றியுள்ள நிலத்தின் நீளம், அகலம், பரப்பு, சுற்றளவு

(iii) நம் வீட்டு அறையைத் தளமிட வேண்டிய தரையின் அளவு மற்றும்

(iv) பள்ளிச்சீருடைக்குத் தேவையான துணியின் நீளம் ஆகியவற்றைக் கூறலாம்.

மேற்கண்ட ஒவ்வொரு சூழலிலும் அளவியலின் கருத்து பயன்படுகிறது.

தள உருவங்களின் பக்க நீளங்கள், கோணங்கள், பரப்பளவுகள், சுற்றளவுகள் மற்றும் கன உருவங்களின் புறப்பரப்புகள், கன அளவுகள் ஆகியவற்றை எடுத்துரைக்கும் கணிதப் பிரிவை அளவியல் என்கிறோம்.

நினைவு கூர்க

நாம் ஏழாம் வகுப்பில் படித்த பின்வரும் சில வரையறைகளை நினைவு கூர்வோம்.

‘Perimeter’ என்ற ஆங்கிலச் சொல்லுக்கு ‘சுற்றளவு’ என்று பொருள். கிரேக்க மொழியில் ‘Peri’ என்றால் ‘சுற்றி’ என்றும் ‘meter’ என்றால் ‘அளவிடல்’ என்றும் பொருள்படும்.

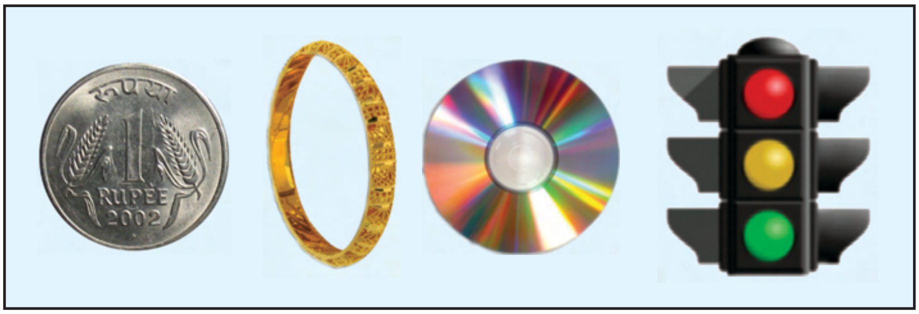
(i) பரப்பளவு

ஒரு பொருள் ஒரு சமதளப்பகுதியில் அடைக்கும் இடத்தின் அளவு அப்பொருளின் பரப்பளவு எனப்படும்.

(ii) சுற்றளவு

ஒரு மூடிய வடிவத்தின் சுற்றளவு என்பது அவ்வுருவத்தின் எல்லையின் நீளம் ஆகும்.

கீழ்க்கண்ட பொருட்களின் வடிவம் என்னவென்று தெரிகிறதா?

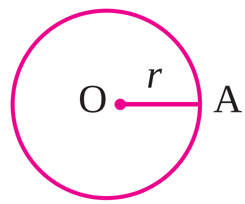


படம் 2.2

இவை அனைத்தும் வட்ட வடிவப் பொருட்கள் ஆகும்.

(iii) வட்டம்

படத்தில் வட்டத்தின் மையத்தை O எனவும், வட்டத்தின் ஆரத்தை (OA =) r எனவும் எடுத்துக் கொண்டால்,



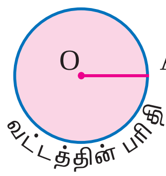
படம் 2.3

வட்டத்தின் பரப்பளவு, $A = \pi r^2$ சதுர அலகுகள்.

$\therefore$ வட்டத்தின் சுற்றளவு அல்லது பரிதி,

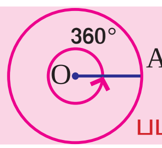
$P = 2\pi r$ அலகுகள்,

$\pi \simeq \frac{22}{7}$ அல்லது 3.14



படம். 2.4

குறிப்பு: வட்டத்தின் மையக்கோணம் = 360°.



படம் 2.5

செய்து பார்

ஓர் அட்டையை எடுத்துக் கொள்ளவும். அதில் வெவ்வேறு ஆரங்களை உடைய வட்டங்களை வரையவும். அவ்வட்டங்களை வெட்டி அவற்றின் பரப்பளவையும் சுற்றளவையும் காண்க.

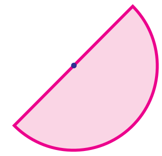
வ. எண்	ஆரம்	பரப்பளவு	சுற்றளவு
1.			
2.			
3.			

2.2 அரைவட்டங்கள் மற்றும் கால் வட்டங்கள்

2.2.1 அரை வட்டம்

அமாவாசை அல்லது பௌர்ணமி முடிந்து ஏழு நாட்களுக்குப் பிறகு நிலவைப் பார்த்திருக்கிறீர்களா?

நிலவின் வடிவம் எவ்வாறு இருக்கும்?



படம் 2.6

நிலவின் வடிவம் படம் **2.6** இல் உள்ளது போன்று இருக்கும்.

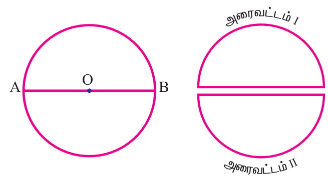
இதை எப்படி அழைக்கலாம்?

இதை அரைவட்டம் (வட்டத்தில் பாதி) என அழைக்கலாம்.

வட்டத்தை விட்டம் பிரிப்பதால் கிடைக்கும் இரு சம பகுதிகள் அரைவட்டங்கள் ஆகும்.

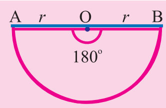
செய்து பார்

வட்டத்திலிருந்து ஓர் அரைவட்டத்தை எப்படிப் பெறுவாய்? ஓர் வட்ட வடிவ அட்டையை எடுத்துக் கொள்ளவும். அதனை விட்டம் $\overline{AB}$ இன் வழியாக வெட்டவும். படம் 2.7 (ஆ) இல் உள்ளபடி இரு அரைவட்டங்கள் பெறுவாய்.



(அ) படம் 2.7 (ஆ)

குறிப்பு: அரை வட்டத்தின் மையக்கோணம் 180°.



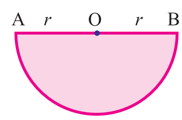
படம் 2.8

(அ) அரைவட்டத்தின் சுற்றளவு

$$\text{சுற்றளவு, } P = \frac{1}{2} \times (\text{வட்டத்தின் பரிதி}) + 2 \times (\text{ஆரம்})$$

$$= \frac{1}{2} \times 2\pi r + 2r$$

$$P = \pi r + 2r = (\pi + 2)\, r \text{ அலகுகள்.}$$



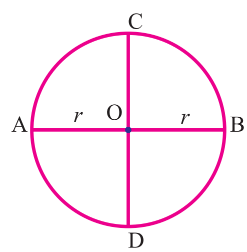
படம் 2.9

(ஆ) அரைவட்டத்தின் பரப்பளவு

$$\text{பரப்பளவு, } A = \frac{1}{2} \times \text{வட்டத்தின் பரப்பளவு}$$

$$= \frac{1}{2} \times \pi r^2$$

$$A = \frac{\pi r^2}{2} \text{ சதுர அலகுகள்.}$$

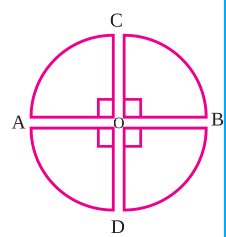


படம் 2.10

4.2.2 கால் வட்டம்

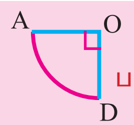
வட்டத்தை அதன் செங்குத்து விட்டங்களின் வழியாக வெட்டவும். நான்கு சமமான பகுதிகள் கிடைக்கும். ஒவ்வொரு பகுதியும் கால் வட்டம் எனப்படும்.

படம் 2.11இல் கூறியபடி வட்டத்தை வெட்டும்போது நமக்கு OCA, OAD, ODB மற்றும் OBC என நான்கு கால் வட்டங்கள் கிடைக்கிறது.



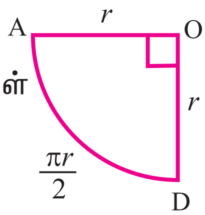
படம் 2.11

குறிப்பு: கால் வட்டத்தின் மையக்கோணம் 90°.



படம் 2.12

(அ) கால் வட்டத்தின் சுற்றளவு



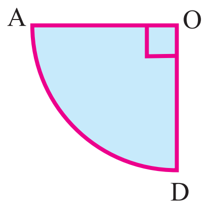
படம் 2.13

சுற்றளவு, P $= \frac{1}{4} \times$ (வட்டத்தின் பரிதி) $+ 2 \times$ (ஆரம்) அலகுகள்

$= \frac{1}{4} \times 2\pi r + 2r$

P $= \frac{\pi r}{2} + 2r = \left(\frac{\pi}{2} + 2\right)r$ அலகுகள்

(ஆ) கால் வட்டத்தின் பரப்பளவு



படம் 2.14

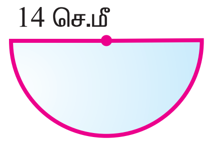
பரப்பளவு, A $= \frac{1}{4} \times$ (வட்டத்தின் பரப்பளவு)

A $= \frac{1}{4} \times \pi r^2$ சதுர அலகுகள்

எடுத்துக்காட்டு 2.1

14 செ.மீ ஆரமுள்ள அரை வட்டத்தின் சுற்றளவு மற்றும் பரப்பளவைக் காண்க.

தீர்வு



படம் 2.15

கொடுக்கப்பட்டுள்ளவை :

வட்டத்தின் ஆரம், r = 14 செ.மீ.

அரைவட்டத்தின் சுற்றளவு, P $= (\pi + 2)\, r$ அலகுகள்

$\therefore$ P $= (\frac{22}{7} + 2) \times 14$

$= (\frac{22+14}{7}) \times 14 = \frac{36}{7} \times 14 = 72$ செ.மீ.

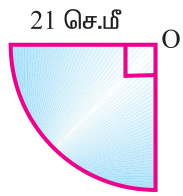
அரைவட்டத்தின் சுற்றளவு, P = 72 செ.மீ.

அரைவட்டத்தின் பரப்பளவு, A $= \frac{\pi r^2}{2}$ ச. அலகுகள்

$\therefore$ A $= \frac{22}{7} \times \frac{14 \times 14}{2} = 308$ செ.மீ^{2}.

எடுத்துக்காட்டு 2.2

ஒரு வட்டத்தின் ஆரம் 21 செ.மீ எனில், அதன் கால் வட்டத்தின் சுற்றளவையும், பரப்பளவையும் காண்க.



படம் 2.16

தீர்வு

கொடுக்கப்பட்டுள்ளவை :

வட்டத்தின் ஆரம், r = 21 செ.மீ

கால் வட்டத்தின் சுற்றளவு, P $= \left(\frac{\pi}{2} + 2\right) r$ அலகுகள்

$= \left(\frac{22}{7 \times 2} + 2\right) \times 21 = \left(\frac{22}{14} + 2\right) \times 21$

P $= \left(\frac{22+28}{14}\right) \times 21 = \frac{50}{14} \times 21$

= 75 செ.மீ.

கணக்கு

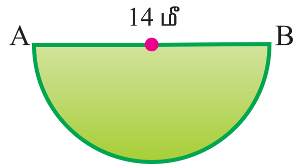
கால் வட்டத்தின் பரப்பளவு, A $= \frac{\pi r^2}{4}$ ச.அலகுகள்

$$A = \frac{22}{7} \times \frac{21 \times 21}{4}$$

$$= 346.5 \text{ செ.மீ}^2.$$

எடுத்துக்காட்டு 2.3

அரை வட்ட வடிவிலான புல்வெளி ஒன்றின் விட்டம் 14 மீ. அதற்குச் சுற்று வேலி அமைக்க ஒரு மீட்டருக்கு ₹ 10 வீதம் செலவு ஆகின்றது எனில் மொத்த செலவைக் காண்க.



படம் 2.17

தீர்வு

கொடுக்கப்பட்டுள்ளவை : விட்டம், $d = 14$ மீ

$\therefore$ ஆரம், $r = \frac{14}{2} = 7$ மீ

அந்நிலத்திற்குச் சுற்று வேலி அமைப்பதாயின் நாம் அதன் சுற்றளவைக் காண வேண்டும்.

அரை வட்டத்தின் சுற்றளவு, P $= (\pi + 2) \times r$ அலகுகள்

$$= \left(\frac{22}{7} + 2\right) \times 7$$

$$= \left(\frac{22+14}{7}\right) \times 7$$

$$P = 36 \text{ மீ}$$

1 மீட்டருக்கு சுற்று வேலி அமைக்க ஆகும் செலவு = ₹ 10

$\therefore$ 36 மீட்டருக்கு சுற்றுவேலி அமைக்க ஆகும் செலவு

= 36 × 10 = ₹ 360.

எடுத்துக்காட்டு 2.4

அரை வட்ட வடிவிலான பூங்கா ஒன்றின் எல்லை வேலியாகப் பயன்படுத்தப்பட்டுள்ள சங்கிலியின் நீளம் 36மீ எனில் பூங்காவின் பரப்பளவைக் காண்க.

தீர்வு

கொடுக்கப்பட்டுள்ளவை :

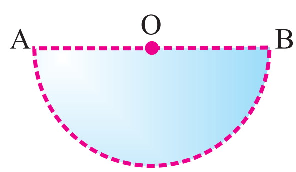
சங்கிலியின் நீளம் = அரை வட்டத்தின் சுற்றளவு

$$\therefore (\pi + 2)r = 36 \text{ மீ}$$

$$\left(\frac{22}{7} + 2\right) \times r = 36$$

$$\left(\frac{22+14}{7}\right) \times r = 36$$

$$\frac{36}{7} \times r = 36 \Rightarrow r = 7 \text{ மீ}$$



படம் 2.18

$$\text{பூங்காவின் பரப்பளவு} = \text{அரைவட்டத்தின் பரப்பளவு}$$

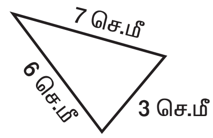
$$A = \frac{\pi r^2}{2} \text{ ச. அலகுகள்}$$

$$= \frac{22}{7} \times \frac{7 \times 7}{2} = 77 \text{மீ}^2$$

$$\therefore \text{பூங்காவின் பரப்பளவு} = 77 \text{ மீ}^2.$$

செய்து பார்

முக்கோண வடிவில் மடிக்கப்படுள்ள ஒரு கம்பியை பிரித்து சதுர வடிவில் மடித்தால், சதுரத்தின் பக்க அளவு என்ன?



பயிற்சி 2.1

1. சரியான விடையைத் தேர்ந்தெடுத்து எழுதுக.

(i) ஓர் அரை வட்டத்தின் பரப்பளவு வட்டத்தின் பரப்பளவில் ______ மடங்கு ஆகும்.

(A) இரண்டு (B) நான்கு (C) அரை (D) கால்

(ii) அரை வட்டத்தின் சுற்றளவு ______ ஆகும்.

(A) $\left(\frac{\pi + 2}{2}\right) r$ அலகுகள் (B) $(\pi + 2)\, r$ அலகுகள்

(C) $2r$ அலகுகள் (D) $(\pi + 4)r$ அலகுகள்

(iii) ஒரு வட்டத்தின் ஆரம் 7 மீ எனில், அதன் அரை வட்டத்தின் பரப்பளவு ______ ஆகும்.

(A) 77 மீ^{2} (B) 44 மீ^{2} (C) 88 மீ^{2} (D) 154 மீ^{2}

(iv) ஒரு வட்டத்தின் பரப்பளவு 144 செ.மீ^{2} எனில், அதன் கால் வட்டத்தின் பரப்பளவு ______ ஆகும்.

(A) 144 செ.மீ^{2} (B) 12 செ.மீ^{2} (C) 72 செ.மீ^{2} (D) 36 செ.மீ^{2}

(v) ஒரு வட்டத்தின் விட்டம் 84 செ.மீ எனில், அதன் கால் வட்டத்தின் சுற்றளவு ______ ஆகும்.

(A) 150 செ.மீ (B) 120 செ.மீ (C) 21 செ.மீ (D) 42 செ.மீ

(vi) ஒரு வட்டத்தில் ______ கால் வட்டங்கள் உள்ளன.

(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4

(vii) கால் வட்டம் என்பது வட்டத்தின் ______ ஒரு பங்கு ஆகும்.

(A) இரண்டில் (B) நான்கில் (C) மூன்றில் (D) ஐந்தில்

(viii) அரைவட்டத்தின் மையக்கோணம் ______ ஆகும்.

(A) 90° (B) 270° (C) 180° (D) 360°

(ix) கால் வட்டத்தின் மையக் கோணம் ______ ஆகும்.

(A) 90° (B) 180° (C) 270° (D) 0°

(x) ஓர் அரை வட்டத்தின் பரப்பளவு 84 செ.மீ^{2} எனில் அவ்வட்டத்தின் பரப்பளவு ______

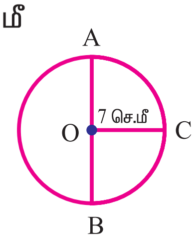
(A) 144 செ.மீ^{2} (B) 42 செ.மீ^{2} (C) 168 செ.மீ^{2} (D) 288 செ.மீ^{2}

2. பின்வரும் அளவுகளை ஆரங்களாகக் கொண்ட அரை வட்டங்களின் சுற்றளவுகளையும் பரப்பளவுகளையும் காண்க.
(i) 35 செ.மீ (ii) 10.5 செ.மீ (iii) 6.3 மீ (iv) 4.9 மீ

3. பின்வரும் அளவுகளை விட்டங்களாகக் கொண்ட அரை வட்டங்களின் சுற்றளவுகளையும் பரப்பளவுகளையும் காண்க.
(i) 2.8 செ.மீ (ii) 56 செ.மீ (iii) 84 செ.மீ (iv) 112 மீ

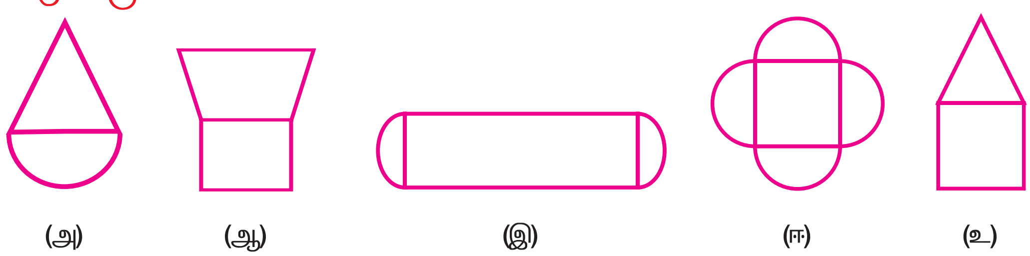
4. பின்வரும் அளவுகளை ஆரங்களாகக் கொண்ட கால் வட்டங்களின் சுற்றளவுகளையும் பரப்பளவுகளையும் காண்க.
(i) 98 செ.மீ (ii) 70 செ.மீ (iii) 42 மீ (iv) 28 மீ

5. படத்தில் கொடுக்கப்பட்ட அரை வட்டம் ACB மற்றும் கால் வட்டம் BOC இன் பரப்பளவைக் காண்க.



6. அரை வட்ட வடிவிலான பூங்காவின் ஆரம் 21 மீ. ஒரு மீட்டருக்கு ₹ 5 வீதம் அதற்குச் சுற்று வேலி அமைக்க ஆகும் செலவைக் காண்க.

2.3 கூட்டு உருவங்கள்



படம் 2.19

மேற்கண்ட உருவங்களிலிருந்து நீ எதை அறிந்து கொண்டாய்?

படம் 2.19 (அ) இல் அரை வட்டத்தின் மேல் ஒரு முக்கோணம் வைக்கப்பட்டுள்ளது போல் தோன்றுகிறது. படம் 2.19 (ஆ) இல் ஒரு சதுரத்தின் மேல் ஒரு சரிவகம் வைக்கப்பட்டுள்ளது போன்றுள்ளது.

உருவங்களின் இணைப்பு நிலை (Juxtaposition) என்பது சில தள உருவங்களின் ஒன்றின் பக்க நீளத்தை மற்றொன்றின் ஒத்த பக்க நீளத்திற்குச் சமமாக அடுத்தடுத்து வைத்து உருவாக்கப்படும் அமைப்பு ஆகும்.

இரண்டு அல்லது மூன்று உருவங்களை ஒன்றின் பக்கத்தில் மற்றொன்றை வைத்தால் புது உருவம் கிடைக்கிறது. இவை ‘கூட்டு உருவங்கள்’ எனப்படும். மேற்கண்ட உருவங்கள் முக்கோணம், செவ்வகம், அரைவட்டம் போன்ற சில தெரிந்த உருவங்களின் இணைப்பு நிலை ஆகும். இதற்குச் சில உதாரணங்களைப் பார்ப்போமா?