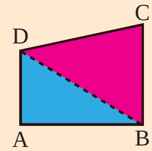
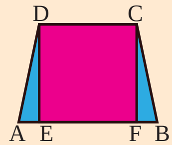
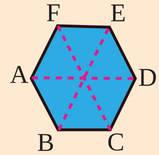
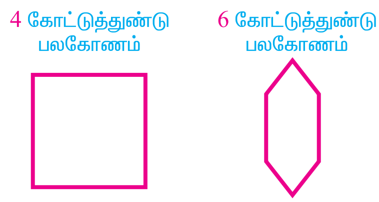
வ. எண்	தள உருவங்கள்	இணைப்பு நிலை
1.	இரண்டு அசம பக்க முக்கோணங்கள்	நாற்கரம் 
2.	இரு செங்கோண முக்கோணங்கள் மற்றும் செவ்வகம்	சரிவகம் 
3.	ஆறு சம பக்க முக்கோணங்கள்	அறுங்கோணம் 

(அ) பலகோணம்

பலகோணம் (Polygon) என்பது 'n' நேர்கோட்டுத் துண்டுகளால் வடிவமைக்கப்பட்ட மூடிய தள உருவமாகும்.



படம் 2.20

நேர்க்கோட்டுத் துண்டுகளை உள்ளடக்கிய தள உருவம் நேர்க்கோட்டு உருவம் ஆகும்.

மூன்று பக்கங்களை உள்ளடக்கிய நேர்க்கோட்டு உருவத்தை முக்கோணம் என்றும் நான்கு பக்கங்களை உள்ளடக்கிய நேர்க்கோட்டு உருவத்தை நாற்கரம் என்றும் அழைக்கிறோம்.

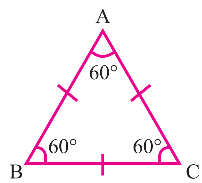
> பலகோணம் என்பது மூன்று அல்லது அதற்கு மேற்பட்ட பக்கங்களைக் கொண்ட நேர்க்கோட்டு உருவம் ஆகும்.

(ஆ) ஒழுங்கு பலகோணம்

பலகோணத்தின் பக்கங்களும் கோணங்களும் சமமாக இருப்பின், அது ஓர் ஒழுங்கு பலகோணம் (Regular Polygon) எனப்படும்.

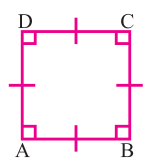
உதாரணமாக,

(i) சமபக்க முக்கோணமானது மூன்று பக்கங்களைக் கொண்ட ஒழுங்கு பலகோணமாகும்.



படம் 2.21

(ii) சதுரம் நான்கு பக்கங்களைக் கொண்ட ஒழுங்கு பலகோணமாகும்.



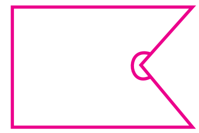
படம் 2.22

(இ) ஒழுங்கற்ற பலகோணம்

ஒழுங்கற்ற வடிவமைப்பில் உருவாகும் பலகோணங்கள் ஒழுங்கற்ற பலகோணம் எனப்படும்.

(ஈ) குழிவுப் பலகோணம்

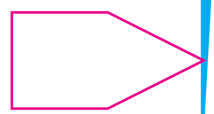
ஒரு பலகோணத்தில் குறைந்தபட்சம் ஒரு கோணமாவது 180°ஐ விட அதிகமாக இருந்தால் அது குழிவுப் பலகோணம் எனப்படும்.



படம் 2.23

(உ) குவிந்த பலகோணம்

ஒரு பலகோணத்தில் ஒவ்வொரு உட்கோணமும் பலகோணத்தில் 180°ஐ விடக் குறைவாக இருந்தால் அது குவிந்த பலகோணம் எனப்படும்.



படம் 2.24

பலகோணங்கள் பின்வருமாறு வகைப்படுத்தப்படும்.

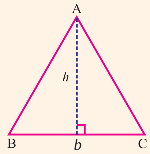
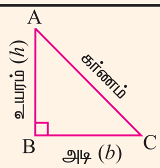
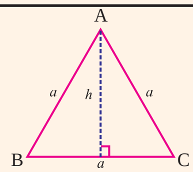
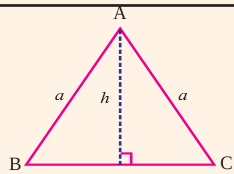
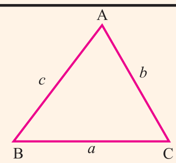
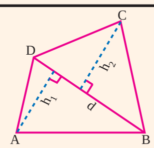
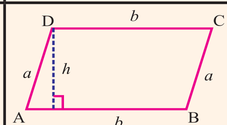
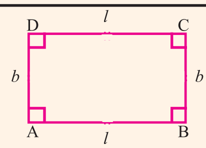
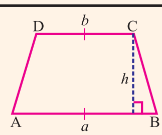
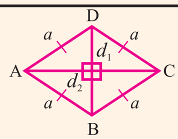
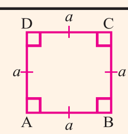
பக்கங்களின் எண்ணிக்கை	பலகோணத்தின் பெயர்
3	முக்கோணம்
4	நாற்கரம்
5	ஐங்கோணம்
6	அறுங்கோணம்
7	எழுகோணம்
8	எண்கோணம்
9	நவகோணம்
10	பதின்மக்கோணம்

விஜய் 44மீ நீளமுள்ள வேலிக் கம்பியினால் தனது நிலத்திற்குச் சுற்று வேலி அமைக்கிறார். வேலிக் கம்பியில் சேதாரமில்லாமலும் ஒன்றோடு ஒன்று பொருந்தாமலும் வேலி அமைக்கிறார். கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள வடிவங்களுள் எது பெரிய பரப்பை அடைத்துக் கொள்ளும்?

அ) வட்டம். ஆ) சதுரம் இ) பக்க அளவுகள் 2மீ, 20மீ உள்ள செவ்வகம்,

ஈ) பக்க அளவுகள் 7 மீ, 15மீ உள்ள செவ்வகம்.

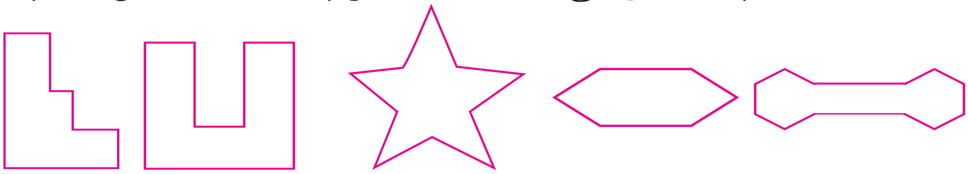
பெரும்பான்மையான கூட்டுருவங்கள் ஒழுங்கற்ற பலகோணங்களாகும். நாம் இவற்றை அறிந்த தள உருவங்களாக பிரிப்பதன் மூலம் இவற்றின் சுற்றளவு, பரப்பளவு ஆகியவற்றை முந்தைய வகுப்பில் கற்ற சூத்திரங்களைக் கொண்டு கணக்கிடலாம். கீழ்க்கண்ட அட்டவணையில் இவை வரிசைப்படுத்தப்பட்டுள்ளன.

வ. எண்	உருவத்தின் பெயர்	உருவம்	பரப்பளவு (A) சதுர அலகுகள்	சுற்றளவு (P) அலகுகள்
1.	முக்கோணம்		$\frac{1}{2} \times b \times h$	AB + BC + CA
2.	செங்கோண முக்கோணம்		$\frac{1}{2} \times b \times h$	(அடிப்பக்கம் + உயரம் + கர்ணம்)
3.	சமபக்க முக்கோணம்		$\frac{\sqrt{3}}{4} a^2$ ($\sqrt{3} \simeq 1.732$)	AB+BC+CA = $3a$; செங்குத்து, $h = \frac{\sqrt{3}}{2} a$ அலகுகள்
4.	இரு சம பக்க முக்கோணம்		$h \times \sqrt{a^2 - h^2}$	$2a + 2\sqrt{a^2 - h^2}$
5.	அசம பக்க முக்கோணம்		$\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$ $s = \frac{a+b+c}{2}$	AB + BC + CA $= 2S = (a+b+c)$
6.	நாற்கரம்		$\frac{1}{2} \times d \times (h_1 + h_2)$	AB + BC + CD + DA
7.	இணைகரம்		$b \times h$	$2 \times (a + b)$
8.	செவ்வகம்		$l \times b$	$2 \times (l + b)$
9.	சரிவகம்		$\frac{1}{2} \times h \times (a+b)$	AB + BC + CD + DA
10.	சாய்சதுரம்		d_1, d_2 ஆகியன மூலை விட்டங்கள் எனில் பரப்பளவு $\frac{1}{2} \times d_1 \times d_2$	$4a$
11.	சதுரம்		a^2	$4a$

கணக்கு

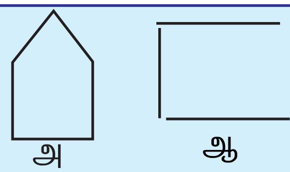
செய்து பார்

கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள வடிவங்களை உங்கள் விருப்பப்படி நீங்கள் அறிந்த தள உருவங்களாகப் பிரித்துப் பின்னர் உங்களுக்குள் விவாதிக்கவும்.



படம் 2.25

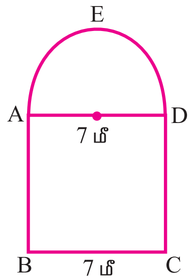
அருகில் உள்ளவற்றுள் எந்த வடிவத்திற்குச் சுற்றளவு காண முடியும்?



எடுத்துக்காட்டு 2.5

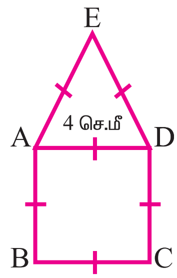
அருகில் உள்ள கூட்டு உருவங்களின் சுற்றளவு மற்றும் பரப்பளவைக் காண்க.

(i)



படம் 2.26

(ii)

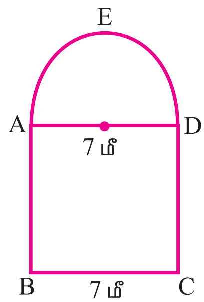


படம் 2.27

தீர்வு

(i) இது ABCD என்ற சதுரமும், DEA என்ற அரை வட்டமும் கொண்ட கூட்டு உருவமாகும்.

$\overset{\frown}{DEA}$ என்ற வில் AD ஐ விட்டமாகக் கொண்ட வட்டத்தின் பரிதியில் பாதியாகும்.



கொடுக்கப்பட்டுள்ளவை :

சதுரத்தின் பக்கம் = 7 மீ

$\therefore$ அரை வட்டத்தின் விட்டம் = 7 மீ

$\therefore$ அரைவட்டத்தின் ஆரம், r = $\frac{7}{2}$ மீ

கூட்டு உருவத்தின் சுற்றளவு = $\overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CD} + \overset{\frown}{DEA}$

P = $7 + 7 + 7 + \frac{1}{2} \times$ (வட்டத்தின் பரிதி)

= $21 + \frac{1}{2} \times 2\pi r$

= $21 + \frac{22}{7} \times \frac{7}{2}$

P = $21 + 11 = 32$ மீ

$\therefore$ கூட்டு உருவத்தின் சுற்றளவு = 32 மீ

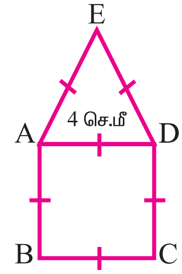
கூட்டு உருவத்தின் பரப்பளவு = அரைவட்டத்தின் பரப்பளவு + சதுரத்தின் பரப்பளவு

$$A = \frac{\pi r^2}{2} + a^2$$

$$= \frac{22}{7\times 2}\times\frac{7\times 7}{2\times 2} + 7^2 = \frac{77}{4} + 49$$

∴ கூட்டு உருவத்தின் பரப்பளவு = 19.25 + 49 = 68.25 மீ^{2}.

(ii) கொடுக்கப்பட்டுள்ள கூட்டுருவம் ABCD என்ற சதுரமும், ADE என்ற சம பக்க முக்கோணமும் கொண்டு உருவானது.



கொடுக்கப்பட்டுள்ளவை:

சதுரத்தின் பக்கம் = 4 செ.மீ

∴ கூட்டு உருவத்தின் சுற்றளவு = AB + BC + CD + DE + EA

= 4 + 4 + 4 + 4 + 4 = 20 செ.மீ

∴ கூட்டு உருவத்தின் சுற்றளவு = 20 செ.மீ

கூட்டு உருவத்தின் பரப்பளவு = சதுரத்தின் பரப்பளவு + சமபக்க முக்கோணத்தின் பரப்பளவு

$$= a^2 + \frac{\sqrt{3}}{4}a^2$$

$\sqrt{3} \simeq 1.732$

$$= 4\times 4 + \frac{\sqrt{3}}{4}\times 4\times 4$$

$= 16 + 1.732 \times 4$

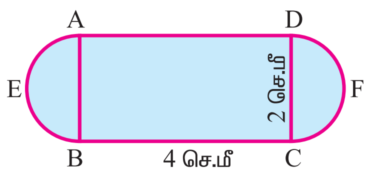
கூட்டு உருவத்தின் பரப்பளவு = 16 + 6.928 = 22.928

பரப்பளவு $\simeq$ 22. 93 செ.மீ^{2}

எடுத்துக்காட்டு 2.6

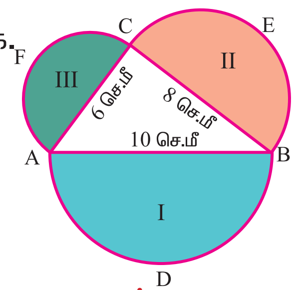
நிழலிட்ட பகுதியின் சுற்றளவு மற்றும் பரப்பளவு காண்க.

(i)



படம் 2.28

(ii)

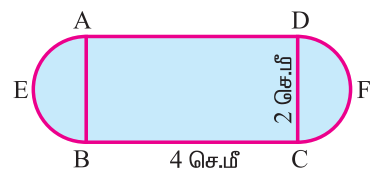


படம் 2.29

தீர்வு

(i) கொடுக்கப்பட்டுள்ள கூட்டு உருவம் ABCD என்ற செவ்வகம், AEB மற்றும் DFC ஆகிய இரு சமபரப்பு கொண்ட அரை வட்டங்கள் ஆகியவற்றைக் கொண்டு உருவாக்கப்பட்டது ஆகும்.

கொடுக்கப்பட்டுள்ளவை:



செவ்வகத்தின் நீளம், l = 4 செ.மீ

செவ்வகத்தின் அகலம், b = 2 செ.மீ

அரைவட்டத்தின் விட்டம் = 2 செ.மீ

∴ அரைவட்டத்தின் ஆரம், r = $\frac{2}{2}$ = 1 செ.மீ

$\therefore$ கொடுக்கப்பட்டுள்ள படத்தின் சுற்றளவு $= AD + BC + \overparen{AEB} + \overparen{DFC}$

$= 4 + 4 + 2 \times \frac{1}{2} \times$ (வட்டத்தின் பரிதி)

$= 8 + 2 \times \frac{1}{2} \times 2\pi r$

$= 8 + 2 \times \frac{22}{7} \times 1$

$= 8 + 2 \times 3.14$

$= 8 + 6.28$

$\therefore$ கொடுக்கப்பட்ட படத்தின் சுற்றளவு $= 14.28$ செ.மீ

கொடுக்கப்பட்ட படத்தின் பரப்பளவு $=$ செவ்வகம் ABCD இன் பரப்பு $+$

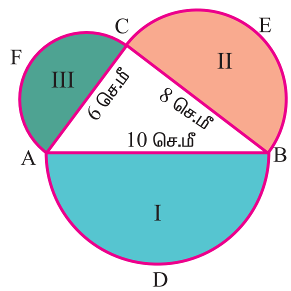
$2 \times$ அரைவட்டத்தின் பரப்பளவு

$= l \times b + 2 \times \frac{\pi r^2}{2}$

$= 4 \times 2 + 2 \times \frac{22 \times 1 \times 1}{7 \times 2}$

$\therefore$ மொத்தப் பரப்பளவு $= 8 + 3.14 = 11.14$ செ.மீ^{2}

(ii) ADB, BEC மற்றும் CFA ஆகிய மூன்றும் அரை வட்டங்கள் I, II மற்றும் III ஆகும்.



கொடுக்கப்பட்டுள்ளவை:

அரைவட்டம் I-ன் ஆரம், $r_1 = \frac{10}{2} = 5$ செ.மீ

அரைவட்டம் II-ன் ஆரம், $r_2 = \frac{8}{2} = 4$ செ.மீ

அரைவட்டம் III-ன் ஆரம், $r_3 = \frac{6}{2} = 3$ செ.மீ

நிழலிட்ட பகுதியின் சுற்றளவு $=$ அரைவட்டம் I இன் சுற்றளவு $+$

அரைவட்டம் II இன் சுற்றளவு $+$

அரைவட்டம் III இன் சுற்றளவு

$= (\pi + 2) \times 5 + (\pi + 2) \times 4 + (\pi + 2) \times 3$

$= (\pi + 2)(5 + 4 + 3) = \left(\frac{22}{7} + 2\right) \times 12$

$= \left(\frac{22 + 14}{7}\right) \times 12 = \frac{36}{7} \times 12 = 61.714$

நிழலிட்ட பகுதியின் சுற்றளவு $\simeq 61.71$ செ.மீ

நிழலிட்ட பகுதியின் பரப்பளவு, A $=$ அரைவட்டம் I இன் பரப்பளவு $+$

அரைவட்டம் II இன் பரப்பளவு $+$

அரைவட்டம் III இன் பரப்பளவு

$$A = \frac{\pi r_1^2}{2} + \frac{\pi r_2^2}{2} + \frac{\pi r_3^2}{2}$$

$$= \frac{22}{7\times 2}\times 5\times 5 + \frac{22}{7\times 2}\times 4\times 4 + \frac{22}{7\times 2}\times 3\times 3$$

$$A = \frac{275}{7} + \frac{176}{7} + \frac{99}{7} = \frac{550}{7} = 78.571 \text{ செ.மீ}^2$$

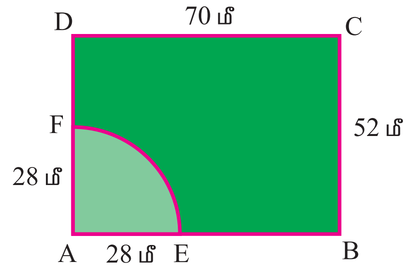
நிழலிட்ட பகுதியின் பரப்பளவு $\simeq$ 78.57 செ.மீ^{2}

மேற்கண்ட எடுத்துக்காட்டில்,

அரைவட்டம் BEC இன் பரப்பளவு + அரைவட்டம் CFA இன் பரப்பளவு
= அரைவட்டம் ADB இன் பரப்பளவு

எடுத்துக்காட்டு 2.7

செவ்வக வடிவிலான 70 மீ × 52 மீ பரிமாணம் கொண்ட களத்தில் ஒரு மூலையில் ஒரு குதிரை மேய்வதற்காக 28 மீ நீளம் கொண்ட கயிற்றினால் கட்டப்பட்டுள்ளது. குதிரை களத்தின் உட்புறமாக மேயும் பரப்பளவைக் காண்க. குதிரை மேயாத களத்தின் பரப்பைக் காண்க.



படம் 2.30

தீர்வு

செவ்வகத்தின் நீளம், l = 70 மீ

செவ்வகத்தின் அகலம், b = 52 மீ

கயிற்றின் நீளம் = 28 மீ

AEF என்ற நிழலிட்ட பகுதி குதிரை மேய்ந்த பரப்பைக் குறிக்கிறது. இப்பரப்பு கால் வட்டப் பகுதியின் பரப்பளவு ஆகும். இதன் ஆரம், r = 28 மீ.

கால் வட்டப் பகுதி AEF இன் பரப்பளவு $= \frac{1}{4}\times \pi r^2$ ச. அலகுகள்

$$= \frac{1}{4}\times\frac{22}{7}\times 28\times 28$$

$$= 616 \text{ மீ}^2$$

∴ குதிரை மேய்ந்த பரப்பளவு = 616 மீ^{2}

குதிரை மேயாத பரப்பளவு = செவ்வகம் ABCD இன் பரப்பளவு – கால் வட்டப் பகுதி AEF இன் பரப்பளவு

செவ்வகம் ABCD ன் பரப்பளவு = $l \times b$ ச. அலகுகள்

$$= 70 \times 52 = 3640 \text{ மீ}^2$$

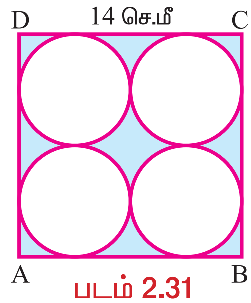
∴ குதிரை மேயாத பரப்பளவு = 3640 – 616

$$= 3024 \text{ மீ}^2.$$

கணக்கு

எடுத்துக்காட்டு 2.8

கொடுக்கப்பட்டுள்ள படத்தில் சதுரம் ABCD இன் பக்க அளவு 14 செ.மீ. நிழலிட்ட பகுதியின் பரப்பளவைக் காண்க.



படம் 2.31

தீர்வு

சதுரத்தின் பக்கம், a = 14 செ.மீ

ஒவ்வொரு வட்டத்தின் ஆரம், r = $\frac{7}{2}$ செ.மீ

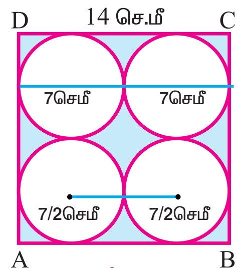
நிழலிட்ட பகுதியின் பரப்பளவு = சதுரத்தின் பரப்பளவு – 4 × வட்டத்தின் பரப்பளவு

$= a^2 - 4(\pi r^2)$

$= 14 \times 14 - 4 \times \frac{22}{7} \times \frac{7}{2} \times \frac{7}{2}$

$= 196 - 154$

∴ நிழலிட்ட பகுதியின் பரப்பளவு = 42 செ.மீ^{2}.



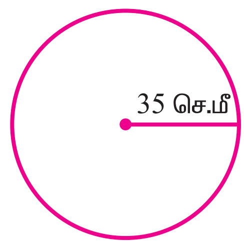
படம் 2.32

எடுத்துக்காட்டு 2.9

வட்ட வடிவிலான ஒரு தாமிரக் கம்பியின் ஆரம் 35 செ.மீ. இது ஒரு சதுர வடிவில் வளைக்கப்படுகிறது எனில், அச்சதுரத்தின் பக்கத்தைக் காண்க.

தீர்வு

கொடுக்கப்பட்டுள்ளவை:



படம் 2.33

வட்டத்தின் ஆரம், r = 35 செ.மீ

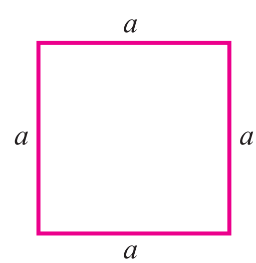
அதே கம்பியானது, சதுரமாக வளைக்கப்பட்டுள்ளது.

வட்டத்தின் சுற்றளவு = சதுரத்தின் சுற்றளவு

வட்டத்தின் சுற்றளவு = $2\pi r$ அலகுகள்

$= 2 \times \frac{22}{7} \times 35$ செ.மீ

P = 220 செ.மீ



படம் 2.34

'a' என்பது சதுரத்தின் பக்கம் என்க.

சதுரத்தின் சுற்றளவு = $4a$ அலகுகள்

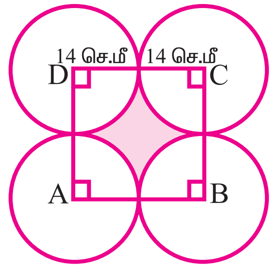
$4a = 220$

a = 55 செ.மீ

∴ சதுரத்தின் பக்கம் = 55 செ.மீ.

எடுத்துக்காட்டு 2.10

பக்க அளவு 28 செ.மீ அளவுள்ள ஒரு சதுரத்தின் நான்கு மூலைகளிலிருந்து ஒவ்வொரு வட்டமும் மற்ற இரண்டு வட்டங்களைத் தொடுமாறு நான்கு வட்டங்கள் படத்தில் உள்ளபடி வரையப்படுகின்றன எனில் நிழலிட்ட பகுதியின் பரப்பளவைக் காண்க.



படம் 2.35

தீர்வு

ABCD என்ற சதுரத்தின் பக்கம் a என்க.

$\therefore\ a$ = 28 செ.மீ

$\therefore$ ஒவ்வொரு வட்டத்தின் ஆரம், r = $\frac{28}{2}$

= 14 செ.மீ

நிழலிட்ட பகுதியின் பரப்பளவு = சதுரத்தின் பரப்பளவு − 4 × கால் வட்டப் பகுதியின் பரப்பு

$= a^2 - 4 \times \frac{1}{4} \times \pi r^2$

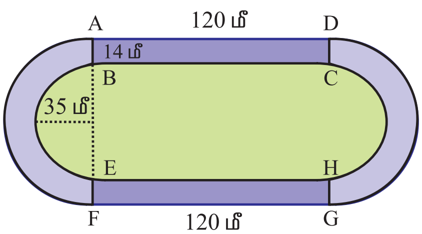
$= 28 \times 28 - 4 \times \frac{1}{4} \times \frac{22}{7} \times 14 \times 14$

$= 784 - 616$

$\therefore$ நிழலிட்ட பகுதியின் பரப்பளவு = 168 செ.மீ^{2}.

எடுத்துக்காட்டு 2.11

14 மீ அகலமுள்ள ஓர் ஓடுதளப் பாதையானது 120 மீ நீளமுள்ள இரண்டு நேர்ப் பகுதிகளையும் உள் ஆரம் 35 மீ அளவுள்ள இரு அரை வட்டப் பகுதிகளையும் கொண்டுள்ளது. அந்த ஓடு பாதையின் பரப்பளவைக் கணக்கிடுக.



படம் 2.36

தீர்வு

கொடுக்கப்பட்டுள்ளவை:

உள் அரை வட்டத்தின் ஆரம், r = 35 மீ

ஓடு பாதையின் அகலம் = 14 மீ

$\therefore$ வெளி அரை வட்டத்தின் ஆரம், R = 35 + 14 = 49 மீ

R = 49 மீ

ஓடு பாதையின் பரப்பளவு, அரை வட்ட ஓடு பாதைகளின் பரப்பளவுகள் மற்றும் செவ்வக ஓடு பாதைகளின் பரப்பளவுகளின் கூடுதல் ஆகும்.

செவ்வக ஓடு பாதைகள் ABCD மற்றும் EFGH இன் பரப்பளவு = $2 \times (l \times b)$

$= 2 \times 14 \times 120 = 3360$ மீ^{2}

அரைவட்ட ஒடு பாதைகளின் பரப்பளவு = 2 × (வெளி அரை வட்டத்தின் பரப்பளவு – உள் அரை வட்டத்தின் பரப்பளவு)

$$= 2\times\left(\frac{1}{2}\pi R^2 - \frac{1}{2}\pi r^2\right)$$

$$= 2\times\frac{1}{2}\times\pi(R^2 - r^2)$$

$$= \frac{22}{7}\times(49^2 - 35^2)$$

$$= \frac{22}{7}(49+35)(49-35) \quad [a^2-b^2=(a+b)(a-b)]$$

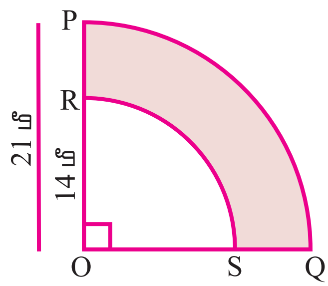
$$= \frac{22}{7}\times 84\times 14 = 3696 \text{ மீ}^2$$

∴ ஒடு பாதையின் பரப்பளவு = 3360 + 3696

= 7056 மீ^{2}

எடுத்துக்காட்டு 2.12

படம் 2.37 இல் PQSR என்பது ஒரு மலர்ப்படுகையைக் குறிக்கிறது. OP = 21 மீ, OR = 14 மீ, எனில் நிழலிட்ட பகுதியின் பரப்பளவைக் காண்க.



படம் 2.37

தீர்வு

கொடுக்கப்பட்டுள்ளவை :

OP = 21 மீ , OR = 14 மீ

∴ PR = OP – OR = 21 மீ – 14 மீ = 7 மீ

மலர்ப்படுகையின் பரப்பளவு = கால் வட்டப் பகுதி OQP இன் பரப்பளவு – கால் வட்டப் பகுதி OSR இன் பரப்பளவு

$$= \frac{1}{4}\pi\times OP^2 - \frac{1}{4}\pi\times OR^2$$

$$= \frac{1}{4}\times\pi\times 21^2 - \frac{1}{4}\times\pi\times 14^2$$

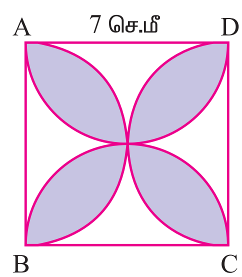
$$= \frac{1}{4}\times\pi\times(21^2 - 14^2)$$

$$= \frac{1}{4}\times\frac{22}{7}\times(21+14)\times(21-14)$$

∴ மலர்ப்படுகையின் பரப்பளவு $= \frac{1}{4}\times\frac{22}{7}\times 35\times 7 = 192.5$ மீ^{2}.

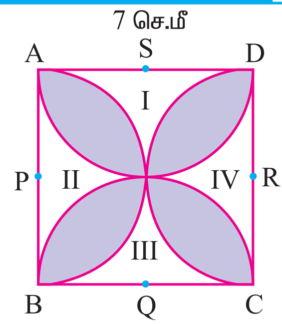
எடுத்துக்காட்டு 2.13

7 செ.மீ பக்க அளவுடைய ABCD என்ற சதுரத்தில் படம் 2.38 இல் காட்டியுள்ளபடி நிழலிட்ட பகுதியின் பரப்பளவைக் காண்க.



படம் 2.38

தீர்வு



படம் 2.39

நிழலிடப்படாத பகுதிகளை I, II, III மற்றும் IV என படம் 2.39 இல் காட்டியுள்ளபடி எடுத்துக் கொள்ளவும்.

P, Q, R மற்றும் S என்பன AB, BC, CD மற்றும் DA இன் மையப் புள்ளிகள் எனலாம்.

சதுரத்தின் பக்கம், $a = 7$ செ.மீ

அரைவட்டத்தின் ஆரம், $r = \frac{7}{2}$ செ.மீ

I இன் பரப்பளவு + III இன் பரப்பளவு = சதுரம் ABCD இன் பரப்பளவு − P மற்றும் R ஐ மையமாகக் கொண்ட அரைவட்டங்களின் பரப்பளவு

$$= a^2 - 2\times\frac{1}{2}\times\pi r^2$$

$$= 7\times 7 - 2\times\frac{1}{2}\times\frac{22}{7}\times\frac{7}{2}\times\frac{7}{2}$$

$\therefore$ I இன் பரப்பளவு + III இன் பரப்பளவு = $\left(49-\frac{77}{2}\right)$ செ.மீ^{2} = $\frac{21}{2}$ செ.மீ^{2}.

II ன் பரப்பளவு + IV ன் பரப்பளவு = $\left(49-\frac{77}{2}\right)$ செ.மீ^{2} = $\frac{21}{2}$ செ.மீ^{2}.

நிழலிட்ட பகுதிகளின் பரப்பளவுகள் = சதுரம் ABCD இன் பரப்பளவு − (I, II, III மற்றும் IV இன் பரப்பளவு)

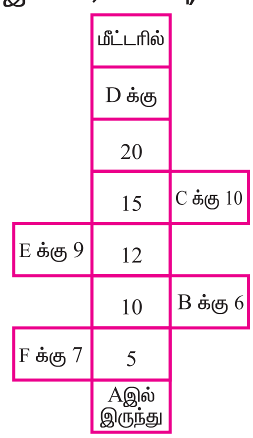
$$= 49 - \left(\frac{21}{2}+\frac{21}{2}\right)$$

$$= 49 - 21 = 28 \text{ செ.மீ}^2$$

$\therefore$ நிழலிட்ட பகுதிகளின் பரப்பளவு = 28 செ.மீ^{2}.

எடுத்துக்காட்டு 2.14

ஒரு நில அளவையாளர் ஒரு நிலத்தின் அளவுகளைப் பின்வருமாறு குறித்துள்ளார். நிலத்தின் பரப்பினைக் கண்டுபிடி.



படம் 2.40

தீர்வு

A யிலிருந்து D வரை உள்ள நிலமளப்பவரின் குறிகள் J, K, L, M என்க.

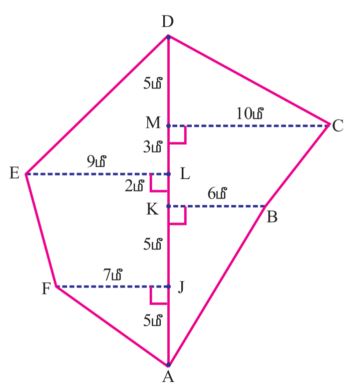
கொடுக்கப்பட்டுள்ளவை:

AJ = 5 மீ, JF = 7 மீ,

KB = 6 மீ, LE = 9 மீ, MC = 10 மீ,

AK = 10 மீ, AL = 12 மீ,

AM = 15 மீ மற்றும் AD = 20 மீ.



கொடுக்கப்பட்ட நிலமானது சரிவகங்கள் KBCM, LEFJ மற்றும் செங்கோண முக்கோணங்கள் ABK, MCD, DEL மற்றும் JFA இவற்றின் தொகுப்பாகும்.

சரிவகத்தின் பரப்பு = $\frac{1}{2}\times(a+b)\times h$

சரிவகம் KBCM இன் பரப்பளவு, A_1 என்க.

(∵ KB மற்றும் MC இணை பக்கங்கள், குத்துயரம் KM. KB = 6 மீ, MC = 10 மீ, KM = AM – AK = 15 – 10 = 5 மீ)

$$A_1 = \frac{1}{2}\times(KB+MC)\times KM$$
$$= \frac{1}{2}\times(6+10)\times 5$$
$$A_1 = \frac{1}{2}\times 16\times 5 = 40\text{மீ}^2.$$

சரிவகம் LEFJ இன் பரப்பளவு, A_2 என்க.

(∵ LE மற்றும் JF இணை பக்கங்கள், குத்துயரம் JL. JF = 7 மீ, LE = 9 மீ, JF = 7 மீ, LE = 9 மீ, JL = AL – AJ = 12 – 5 = 7 மீ)

$$A_2 = \frac{1}{2}\times(JF+LE)\times JL$$
$$= \frac{1}{2}\times(7+9)\times 7$$
$$A_2 = \frac{1}{2}\times 16\times 7 = 56\text{மீ}^2.$$

செங்கோண முக்கோணம் ABK இன் பரப்பளவு, A_3 என்க.

$$A_3 = \frac{1}{2}\times AK\times KB$$
$$A_3 = \frac{1}{2}\times 10\times 6 = 30\text{மீ}^2.$$

செங்கோண முக்கோணம் MCD இன் பரப்பளவு, A_4 என்க.

$$A_4 = \frac{1}{2}\times MC\times MD.$$
$$= \frac{1}{2}\times 10\times 5$$
$$A_4 = \frac{50}{2} = 25\text{மீ}^2.$$

செங்கோண முக்கோணம் DEL இன் பரப்பளவு, A_5 என்க.

$$A_5 = \frac{1}{2}\times DL\times LE$$
$$= \frac{1}{2}\times(AD-AL)\times LE$$
$$= \frac{1}{2}(20-12)\times 9$$
$$A_5 = \frac{1}{2}\times 8\times 9 = 36\text{ மீ}^2.$$

செங்கோண முக்கோணம் JFA இன் பரப்பளவு, A_6 என்க.

$$A_6 = \frac{1}{2}\times AJ\times JF$$
$$= \frac{1}{2}\times 5\times 7 = \frac{35}{2} = 17.5\text{ மீ}^2.$$

நிலப்பகுதியின் பரப்பளவு $= A_1 + A_2 + A_3 + A_4 + A_5 + A_6$

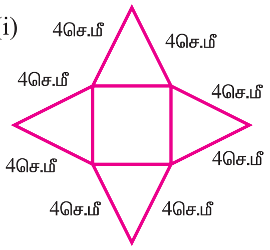
$= 40 + 56 + 30 + 25 + 36 + 17.5$

$= 204.5$ மீ^{2}.

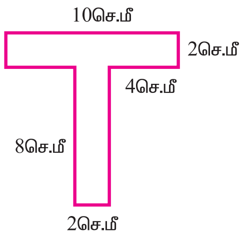
பயிற்சி 2.2

1. கீழ்க்கண்ட படங்களின் சுற்றளவைக் காண்க

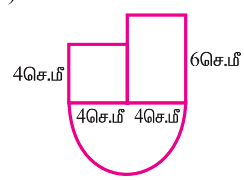
(i)



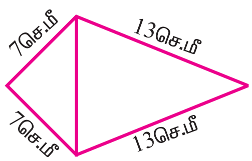
(ii)



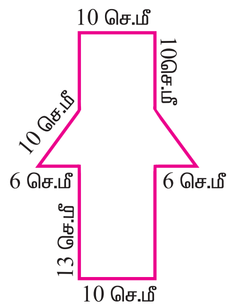
(iii)



(iv)

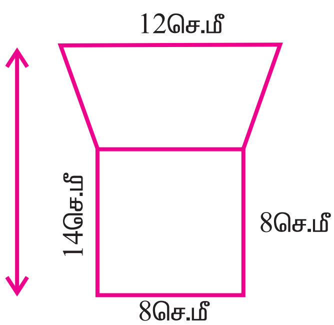


(v)

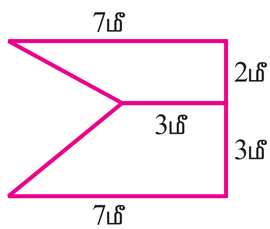


2. கீழ்க்கண்ட படங்களின் பரப்பளவைக் காண்க.

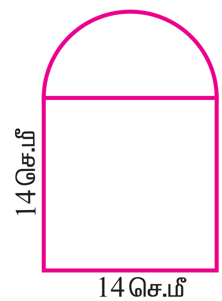
(i)



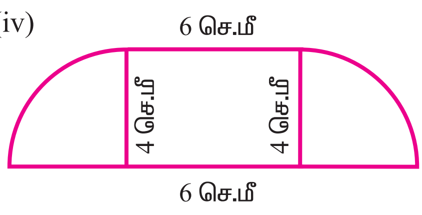
(ii)



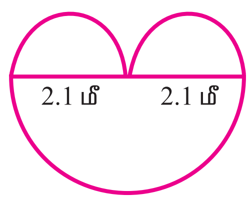
(iii)



(iv)

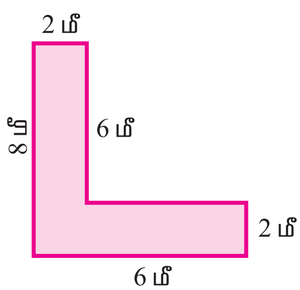


(v)

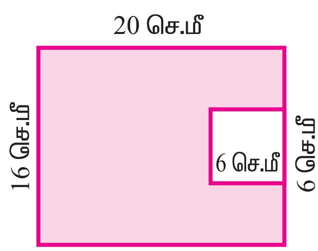


3. வண்ணமிட்ட பகுதிகளின் பரப்பளவைக் காண்க.

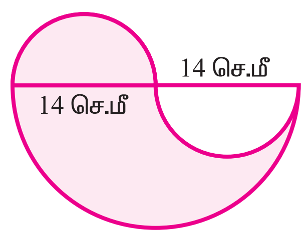
(i)

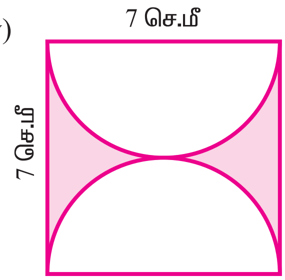


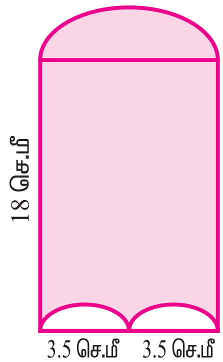
(ii)

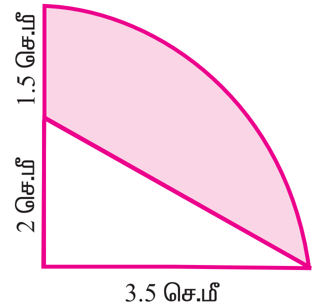


(iii)

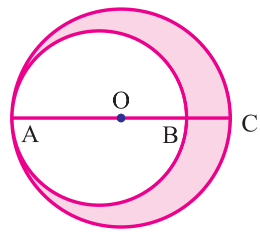


(iv) 

(v) 

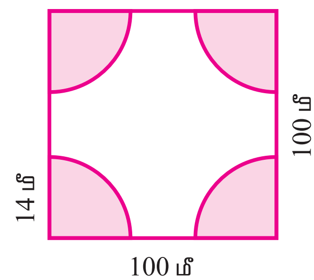
(vi) 

4. கொடுக்கப்பட்டுள்ள படத்தில் O என்பது பெரிய வட்டத்தின் மையம், AC = 54 செ.மீ, BC = 10 செ.மீ எனில் நிழலிட்ட பகுதியின் பரப்பளவைக் காண்க.

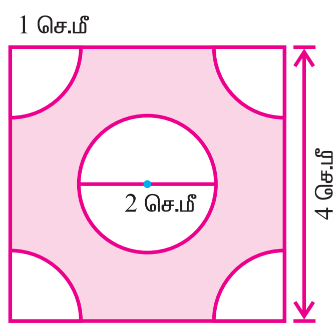


5. 40 மீ × 36 மீ அளவுகளையுடைய ஒரு செவ்வக வடிவ வயலின் ஒரு மூலையில் ஒரு பசு 14 மீ நீளமுள்ள கயிறு ஒன்றால் மேய்ச்சலுக்காக உட்புறமாகக் கட்டப்பட்டுள்ளது. பசு மேயாத பகுதியின் பரப்பளவைக் காண்க.

6. 100 மீ பக்க அளவுள்ள சதுர வடிவ பூங்கா ஒன்றின் ஒவ்வொரு மூலையிலும் படத்தில் காட்டியுள்ளபடி 14 மீ ஆரமுள்ள கால் வட்ட வடிவிலான மலர்ப் படுகைகள் அமைந்துள்ளன. எஞ்சியுள்ள பூங்கா பகுதியின் பரப்பளவைக் காண்க.

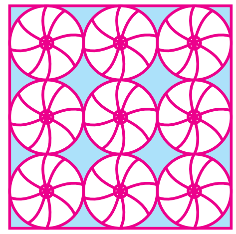


7. படத்தின் நான்கு மூலைகளும் கால் வட்டப் பகுதிகளாகும். அதன் மையத்தில் 2 செ.மீ விட்டமுள்ள ஒரு வட்டம் உள்ளது. நிழலிட்ட பகுதியின் பரப்பளவைக் காண்க.



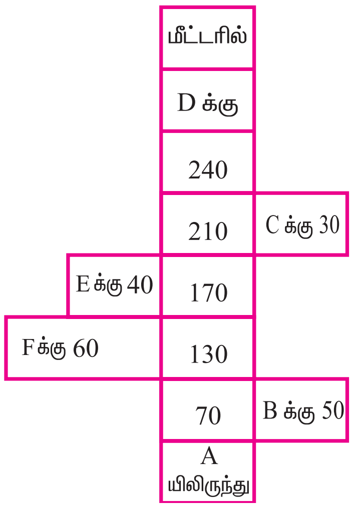
8. ABCD என்ற செவ்வக வடிவிலான ஒரு தாளின் அளவுகள் AB = 20 செ.மீ, BC = 14 செ.மீ என உள்ளன. BC ஐ விட்டமாகக் கொண்ட ஒரு அரை வட்டப்பகுதி அதிலிருந்து வெட்டி எடுக்கப்படுகிறது. எஞ்சியுள்ள பகுதியின் பரப்பளவைக்காண்க.

9. ஒரு சதுர வடிவ கைக்குட்டையில், ஒன்பது வட்ட வடிவமைப்புகள் ஒவ்வொன்றும் 7 செ.மீ ஆரமுள்ளதாகத் தயாரிக்கப்பட்டுள்ளது. வட்டப் பகுதிகளைத் தவிர்த்து கைக்குட்டையில் எஞ்சியுள்ள பகுதியின் பரப்பளவைக் காண்க.

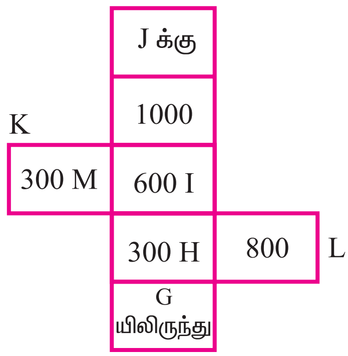


10. நில அளவையாளரின் நோட்டுப் புத்தகத்திலுள்ள பின்வரும் குறிப்புகளிலிருந்து உதவிப் படம் வரைந்து அவற்றின் பரப்பளவுகளைக் காண்க.

(i)



(ii)

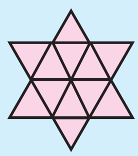


செய்து பார்

உங்களால் எறும்புக்கு உதவ முடியுமா ?

வெவ்வேறு வடிவங்களில் தரையில் சிதறிக் கிடக்கும் உணவுத் துண்டுகளைச் சுற்றி ஓர் எறும்பு ஊர்கின்றது. அது எந்த உணவுத் துண்டைச் சுற்றி வரும்போது மிகக் குறுகிய மற்றும் மிக நீண்ட சுற்று எடுக்க நேரும்?

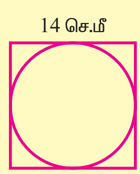
எத்தனை முக்கோணங்கள் உள்ளன எனக் கண்டுபிடி.



முயற்சி செய்

எது சிறியது?

சதுரத்தின் சுற்றளவு அல்லது சதுரம் உள்ளடக்கிய வட்டத்தின் சுற்றளவு?



கருத்துச் சுருக்கம்

- வட்டத்தின் மையக் கோணம் 360° ஆகும்.
- அரைவட்டத்தின் சுற்றளவு $= (\pi + 2) \times r$ அலகுகள்.
- அரைவட்டத்தின் பரப்பளவு $= \dfrac{\pi r^2}{2}$ ச.அலகுகள்.
- அரைவட்டத்தின் மையக் கோணம் 180° ஆகும்.
- கால் வட்டத்தின் சுற்றளவு $= \left(\dfrac{\pi}{2} + 2\right) \times r$ அலகுகள்.
- கால் வட்டத்தின் பரப்பளவு $= \dfrac{\pi r^2}{4}$ ச. அலகுகள்.
- கால் வட்டத்தின் மையக் கோணம் 90° ஆகும்.
- கூட்டு உருவத்தின் சுற்றளவு அதன் எல்லையின் நீளம் ஆகும்.
- பலகோணம் என்பது 'n' நேர் கோட்டுத் துண்டுகளால் வடிவமைக்கப்பட்ட மூடிய தள உருவமாகும்.
- பலகோணத்தின் பக்கங்களும் கோணங்களும் சமமாக இருப்பின் அப்பலகோணம் ஓர் ஒழுங்கு பலகோணம் ஆகும்.
- பெரும்பான்மையான கூட்டு உருவங்கள் ஒழுங்கற்ற பலகோணங்களாகும். இவற்றைத் தெரிந்த தள உருவங்களாகப் பிரிக்கலாம்.

வடிவியல்

3

3.1 அறிமுகம்

வடிவியலைக் கிறிஸ்து பிறப்பதற்கு 1000 ஆண்டுகளுக்கு முன்பே எகிப்தியர்கள் உருவாக்கிப் பயன்படுத்தி உள்ளனர். அவர்கள் தங்களின் நிலங்களை நைல் நதியின் வெள்ளத்திற்குப் பின் அடையாளம் காண வடிவியலைப் பயன்படுத்தினர். கிரேக்கர்கள் வடிவியலில் தேவையான அடிப்படைக் கோட்பாடுகளை உருவாக்கித் தர்க்க ரீதியான பல நிரூபணங்களைக் கண்டறிந்தனர்.

வடிவியல் நம் தினசரி வாழ்வில் பல இடங்களில் முக்கியமாகப் பங்காற்றுகிறது. உதாரணமாகக் கோள வடிவப் பந்துகள், அறுகோண வடிவத் தேன் கூடு, செவ்வக வடிவ நீர்த்தேக்கத் தொட்டிகள் மற்றும் உருளை வடிவக் கிணறுகள் உட்படப் பலவற்றை நம் வாழ்வில் காணலாம். வடிவியலின் நடைமுறைப் பயன்பாட்டிற்கு மிகச் சிறந்த உதாரணமாக எகிப்தியர்களின் பிரமிடுகள் திகழுகின்றன. மேலும் வெவ்வேறு துறைகளில் வடிவியலின் எண்ணிலடங்கா செய்முறைப் பயன்பாடுகள் உள்ளன. அவற்றில் சில இயற்பியல், வேதியியல், வடிவமைப்பியல், கட்டிடக்கலையியல், பொறியியல் மற்றும் தடயவியல் ஆகும்.

கிரேக்க மொழிச் சொல்லான ஜியோ (பூமி), மெட்ரி (அளவீடு)இல் இருந்து வடிவியல் எனும் பொருள் கொண்ட ஜியோமெட்ரி பெறப்பட்டது, கணிதத்தின் ஒரு பிரிவான வடிவியல், பொருட்களின் வடிவம், அளவு, நிலை மற்றும் பிற பண்புகளைப் பற்றி அறிவதாகும்,

நாம் ஏழாம் வகுப்பில் இணைகோடுகள், குறுக்கு வெட்டிகள், கோணங்கள், ஒத்த மற்றும் ஒன்று விட்ட கோணங்கள் ஆகியவற்றைப் பற்றிப் படித்துள்ளோம். மேலும் முக்கோணத்தின் கோணங்களின் கூடுதல் பண்பினைப் பற்றியும் படித்துள்ளோம்.

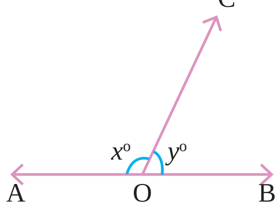
யூக்ளிட்
வடிவியலின் தந்தை

"மாபெரும் கிரேக்கக் கணித மேதை யூக்ளிட் வடிவியலில் தர்க்க அடிப்படையிலான சிந்தனைக்கு வித்திட்டவராவார். யூக்ளிட் கிறிஸ்து பிறப்பதற்கு 300 ஆண்டுகளுக்கு முன்பே வடிவியல் பற்றிய பல்வேறு தகவல்களைத் திரட்டி 13 புத்தகங்களாக வெளியிட்டுள்ளார். இப்புத்தகங்கள் யூக்ளிட் எலமன்ட்ஸ் என்று அழைக்கப் படுகிறது. யூக்ளிட், 'முழுமை அதன் எந்தப் பகுதிகளை விடவும் பெரியதாகும்' என்றார்.

இவற்றைக் கீழ்க்காணும் பயிற்சி மூலம் நினைவு கூர்வோம்.

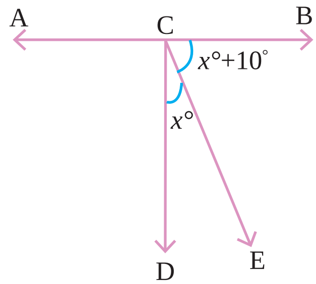
திருப்புதல் பயிற்சி

1. படம் 3.1 இல், $x^\circ = 128^\circ$ எனில் y° இன் மதிப்பைக் காண்க.



படம் 3.1

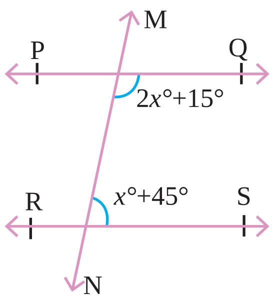
2. படம் 3.2 இல், $\angle ACD = 90^\circ$ எனில் $\angle BCE$ மற்றும் $\angle ECD$ஐக் காண்க.



படம் 3.2

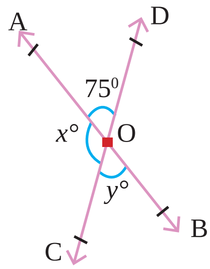
3. ஒரு முக்கோணத்தின் இரு கோணங்கள் 43° மற்றும் 27° எனில் மூன்றாவது கோணத்தைக் காண்க.

4. படம் 3.3 இல், $PQ \parallel RS$ எனில். x° இன் மதிப்பைக் காண்க.



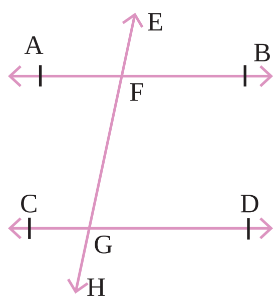
படம் 3.3

5. படம் 3.4 இல், AB மற்றும் CD எனும் கோடுகள் 'O' எனும் புள்ளியில் வெட்டிக் கொள்கின்றன. x°, y° இன் மதிப்புகளைக் காண்க.



படம் 3.4

6. படம் 3.5 இல், $AB \parallel CD$ எனில் கோடிட்ட இடங்களை நிரப்புக.



படம் 3.5

(i) $\angle EFB$ மற்றும் $\angle FGD$ ஆகியன .... கோணங்கள்.

(ii) $\angle AFG$ மற்றும் $\angle FGD$ ஆகியன .... கோணங்கள்.

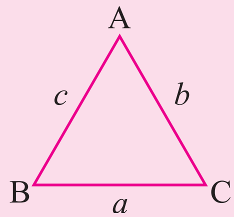
(iii) $\angle AFE$ மற்றும் $\angle FGC$ ஆகியன .... கோணங்கள்.

3.2 முக்கோணத்தின் பண்புகள்

ஒரு தளத்தில் மூன்று கோட்டுத் துண்டுகளால் அடைபடும் உருவம் முக்கோணம் ஆகும்.

இதனை ‘Δ’ என்ற குறியீட்டின் மூலம் குறிப்பிடலாம்.

முக்கோணம் ABC இல், உச்சிகள் A, B, C க்கு எதிரேயுள்ள பக்கங்கள் முறையே a, b, c என்று குறிப்பிடப்படும்.



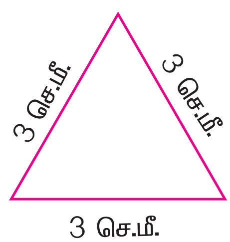
படம் 3.6

3.2.1 முக்கோணத்தின் வகைகள்

முக்கோணங்கள் அவற்றின் பக்கங்கள், கோணங்கள் ஆகியவற்றைப் பொறுத்து வகைப்படுத்தப்படுகின்றன.

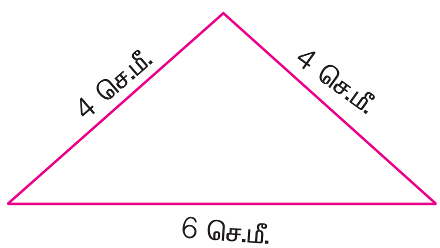
பக்கங்களைப் பொறுத்து:

(அ) சமபக்க முக்கோணம்



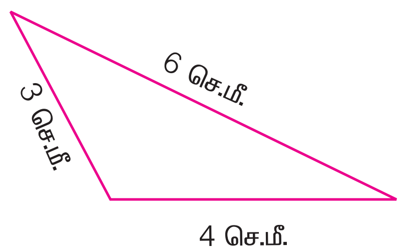
மூன்று பக்கங்களும் சமம்

(ஆ) இரு சமபக்க முக்கோணம்



இரு பக்கங்கள் சமம்

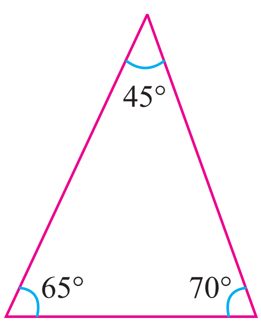
(இ) அசமபக்க முக்கோணம்



அனைத்துப்பக்கங்களும் வெவ்வேறானவை

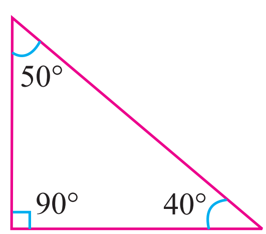
கோணங்களைப் பொறுத்து:

(ஈ) குறுங்கோண முக்கோணம்



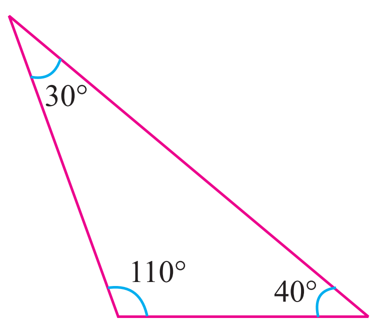
மூன்றும் குறுங்கோணங்கள்

(உ) செங்கோண முக்கோணம்



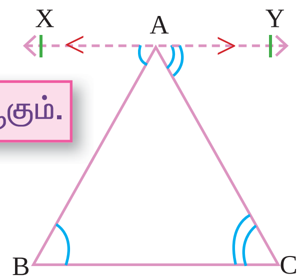
ஒரு செங்கோணம்

(ஊ) விரிகோண முக்கோணம்



ஒரு விரிகோணம்

3.2.2 முக்கோணத்தின் கோணங்களின் கூடுதல் பண்பு



படம் 3.7

தேற்றம் 1

ஒரு முக்கோணத்தின் மூன்று கோணங்களின் கூடுதல் 180° ஆகும்.

தரவு : ABC ஒரு முக்கோணம்.

நிறுவ வேண்டியது : $\angle ABC + \angle BCA + \angle CAB = 180^\circ$

அமைப்பு : BC க்கு இணையாக A வழியே XY ஐ வரைக.

நிரூபணம் :

கூற்று	காரணம்
(i) BC ∥ XY , AB ஒரு குறுக்குவெட்டி $\therefore \angle ABC = \angle XAB$	ஒன்று விட்ட கோணங்கள்.
(ii) AC ஒரு குறுக்குவெட்டி $\angle BCA = \angle YAC$	ஒன்று விட்ட கோணங்கள்.
(iii) $\angle ABC + \angle BCA = \angle XAB + \angle YAC$	(i), (ii) ஐக் கூட்ட
(iv) $(\angle ABC + \angle BCA) + \angle CAB = (\angle XAB + \angle YAC) + \angle CAB$	இருபுறமும் $\angle CAB$ ஐக் கூட்ட.
(v) $\therefore \angle ABC + \angle BCA + \angle CAB = 180^\circ$	நேர்க்கோணம்.

எனவே, முக்கோணத்தின் மூன்று கோணங்களின் கூடுதல் 180° என நிறுவப்பட்டது.

முடிவுகள்

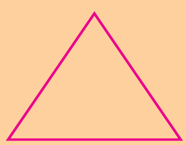
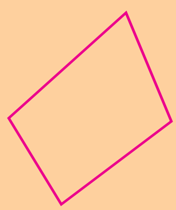
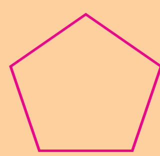
(i) மூன்று பக்கங்களைக் கொண்ட பலகோணம் முக்கோணம் ஆகும்.

(ii) எந்த ஒரு பலகோணமும் அவற்றின் மூலை விட்டங்களை இணைக்கும்போது பல முக்கோணங்களாகப் பகுக்கப்படுகிறது.

(iii) பலகோணத்தில் உட்கோணங்களில் கூடுதல் = $(n-2)\,180^\circ$.

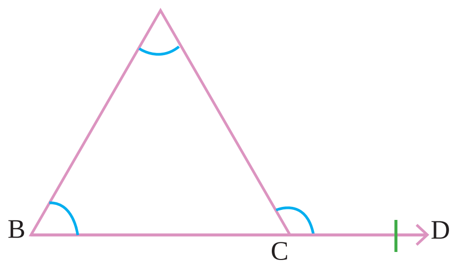
இங்கு, n என்பது பக்கங்களின் எண்ணிக்கை ஆகும்.

செய்து பார்

படம்			
பக்கங்களின் எண்ணிக்கை	3	4	5
வகைப்பாடு	முக்கோணம்	நாற்கரம்	ஐங்கோணம்
கோணங்களின் கூடுதல்			

தேற்றம் 2

முக்கோணத்தின் ஏதேனும் ஒரு பக்கத்தை நீட்டினால் ஏற்படும் முக்கோணத்தின் வெளிக்கோணமானது அதன் உள்ளெதிர்க் கோணங்களின் கூடுதலுக்குச் சமமாகும்.



படம் 3.8

தரவு : ABC ஒரு முக்கோணம்.

BC ஆனது D வரை நீட்டப்பட்டுள்ளது.

நிறுவ வேண்டியது : $\angle ACD = \angle ABC + \angle CAB$

நிரூபணம் :

கூற்று	காரணம்
(i) ΔABC இல், $\angle ABC + \angle BCA + \angle CAB = 180^0$	முக்கோணத்தின் கோணங்களின் கூடுதல்.
(ii) $\angle BCA + \angle ACD = 180^0$	நேர்க்கோணம்
(iii) $\angle ABC + \angle BCA + \angle CAB = \angle BCA + \angle ACD$	(i), (ii) இலிருந்து
(iv) $\therefore \angle ABC + \angle CAB = \angle ACD$	(iii) இல் இருபுறமும் $\angle BCA$ ஐக் கொண்டு கழிக்க.
(v) வெளிக்கோணம் $\angle ACD$, உள்ளெதிர்க் கோணங்கள் $\angle ABC$, $\angle CAB$ ஆகியவற்றின் கூடுதலுக்குச் சமம்	நிறுவப்பட்டது.

முடிவுகள்

(i) ஒரு முக்கோணத்தில் சமபக்கங்களுக்கு எதிரேயுள்ள கோணங்கள் சமம்.

(ii) ஒரு முக்கோணத்தில் நீண்ட பக்கத்திற்கு எதிரே உள்ள கோணம் பெரியது.

எடுத்துக்காட்டு 3.1

முக்கோணம் ΔABC இல், $\angle A = 75^\circ, \angle B = 65^\circ$ எனில் $\angle C$ இன் மதிப்பைக் காண்க.

தீர்வு

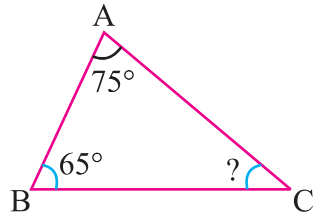
ΔABC இல் $\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$

$75^\circ + 65^\circ + \angle C = 180^\circ$

$140^\circ + \angle C = 180^\circ$

$\angle C = 180^\circ - 140^\circ$

$\therefore \angle C = 40^\circ$.



படம் 3.9

எடுத்துக்காட்டு 3.2

ΔABC இல், $\angle A = 70^\circ$ மற்றும் $AB = AC$ எனில் மற்ற கோணங்களைக் காண்க.

தீர்வு

$\angle B = x^\circ$ மற்றும் $\angle C = y^\circ$ என்க.

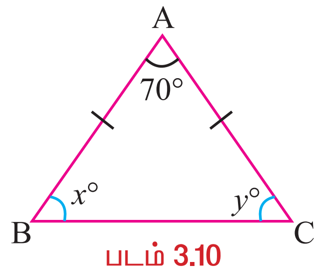
கணக்கு

ΔABC, ஒரு இரு சம பக்க முக்கோணம் எனக் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.

எனவே, $AC = AB$

$\angle B = \angle C$ [சம பக்கங்களுக்கு எதிரேயுள்ள கோணங்கள் சமம்]

$x^o = y^o$



படம் 3.10

ΔABCஇல், $\angle A + \angle B + \angle C = 180°$

$70^o + x^o + y^o = 180°$

$70^o + x^o + x^o = 180°$ $[\because x° = y°]$

$2x° = 180° - 70°$

$2x° = 110° \Rightarrow x° = \frac{110^o}{2} = 55°$.

எனவே $\angle B = 55°$ மற்றும் $\angle C = 55°$.

எடுத்துக்காட்டு 3.3

ஒரு முக்கோணத்தின் மூன்று கோணங்களின் விகிதங்கள் 5 : 4 : 3 எனில் கோண அளவுகளைக் காண்க.

தீர்வு

ΔABC இல், $\angle A : \angle B : \angle C = 5 : 4 : 3$

கொடுக்கப்பட்ட முக்கோணத்தின் கோணங்களை $5x°$, $4x°$ மற்றும் $3x°$ என்க.

முக்கோணத்தின் மூன்று கோணங்களின் கூடுதல் 180° ஆகும்.

எனவே, $5x° + 4x° + 3x° = 180° \Rightarrow 12x° = 180°$

$x° = \frac{180^0}{12} = 15°$.

$5x° = 5\times15° = 75°$, $4x° = 4\times15° = 60°$, $3x° = 3\times15° = 45°$.

எனவே, கொடுக்கப்பட்ட முக்கோணத்தின் மூன்று கோணங்கள் 75°, 60° மற்றும் 45° ஆகும்.

எடுத்துக்காட்டு 3.4

படம் 3.11 இல் முக்கோணம் ABC இன் கோணங்களைக் காண்க.

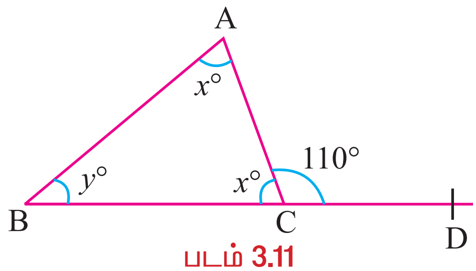
தீர்வு

BD ஒரு நேர்க்கோடு. நேர்க்கோட்டில் அமையும் கோணம் 180° ஆகும்.

எனவே, $x° + 110° = 180°$

$x° = 180° - 110°$

$x° = 70°$



படம் 3.11

ஒரு முக்கோணத்தின் வெளிக்கோணம் உள்ளெதிர் கோணங்களின் கூடுதலுக்குச் சமம்.

எனவே, $x° + y° = 110°$

$70° + y° = 110°$

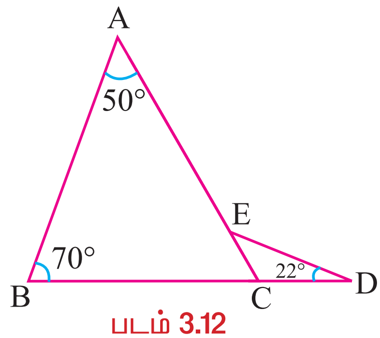
$$y^\circ = 110^\circ - 70^\circ = 40^\circ$$

ஆகவே, $x^\circ = 70^\circ$

மற்றும் $y^\circ = 40^\circ$ ஆகும்.

எடுத்துக்காட்டு 3.5

படம் 3.12 இல், $\angle DEC$ இன் மதிப்பைக் காண்க.



படம் 3.12

தீர்வு

ஒரு முக்கோணத்தின் வெளிக்கோணம் உள்ளெதிர் கோணங்களின் கூடுதலுக்குச் சமம்.

ΔABCல், $\angle ACD = \angle ABC + \angle CAB$

$\therefore \angle ACD = 70^\circ + 50^\circ = 120^\circ$

எனவே, $\angle ACD = \angle ECD = 120^\circ$.

ΔECDல்,

$$\angle ECD + \angle CDE + \angle DEC = 180^0$$

(முக்கோணத்தின் மூன்று கோணங்களின் கூடுதல்)

$$120^0 + 22^0 + \angle DEC = 180^0$$

$$\angle DEC = 180^\circ - 142^\circ$$

$$\angle DEC = 38^\circ$$

செய்து பார்

T_1, T_2, T_3, T_4, T_5 மற்றும் T_6 என்ற ஆறு வகையான முக்கோணங்களையும் வரைக. ஒவ்வொன்றையும் ABC எனப் பெயரிடுக. உச்சி A,B,Cக்கு எதிரேயுள்ளப் பக்கங்களை முறையே a, b, c எனக் கொள்க.

பக்கங்களை அளந்து அட்டவணையை நிரப்புக.

Δ இன் வரிசை எண்	a (செ.மீ)	b (செ.மீ)	c (செ.மீ)	$(c+a) > b$ சரியா / தவறா	$(a+b) > c$ சரியா / தவறா	$(b+c) > a$ சரியா / தவறா
T_1						
T_2						
T_3						
T_4						
T_5						
T_6						

அட்டவணையிலிருந்து நீ என்ன அறிகிறாய்?

தேற்றம் 3 முக்கோணத்தின் சமனின்மைப் பண்பு

ஒரு முக்கோணத்தின் ஏதேனும் இரு பக்க அளவுகளின் கூடுதல் மூன்றாவது பக்க அளவை விட அதிகமாகும்.

சரிபார்த்தல் :

முக்கோணம் ABC இல், BC=12 செ.மீ., AB=8 செ.மீ., AC = 9 செ.மீ. எனக் கொள்வோம்.

(i) AB = 8 செ.மீ., BC + CA = 21 செ.மீ.

(ii) BC = 12 செ.மீ., CA + AB = 17 செ.மீ.

(iii) CA = 9 செ.மீ., AB + BC = 20 செ.மீ.

மேலும்,

(i) $AB + BC > CA$

(ii) $BC + CA > AB$

(iii) $CA + AB > BC$

செய்து பார்

3 செ.மீ., 4 செ.மீ. மற்றும் 5 செ.மீ நீளமுள்ள உறிஞ்சுக் குழாய்களைக் கொண்டு முக்கோணம் உருவாக்குங்கள். இதுபோல் கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள வெவ்வேறு அளவுகள் கொண்டு முக்கோணம் உருவாக்குங்கள்.

(i) 5 செ.மீ, 7செ.மீ மற்றும் 11 செ.மீ.

(ii) 5 செ.மீ, 7 செ.மீ மற்றும் 14 செ.மீ.

(iii) 5 செ.மீ, 7 செ.மீ மற்றும் 12 செ.மீ.

இதிலிருந்து உங்கள் முடிவை எழுதுங்கள்?

எனவே, ஒரு முக்கோணத்தின் ஏதேனும் இரு பக்க அளவுகளின் கூடுதல் மூன்றாவது பக்க அளவை விட அதிகம் என அறியப்பட்டது.

எடுத்துக்காட்டு 3.6

கீழ்க்கண்டவற்றில் எவை முக்கோணத்தின் பக்கங்களாகும்?

(i) 23செ.மீ., 17 செ.மீ., 8செ.மீ. (ii) 12 செ.மீ., 10 செ.மீ., 25 செ.மீ.

(iii) 9 செ.மீ., 7 செ.மீ., 16 செ.மீ.

தீர்வு

(i) தரப்பட்டுள்ள பக்க நீளங்கள் 23செ.மீ., 17செ.மீ., 8செ.மீ. ஆகும்.

$23 + 17 > 8$, $17 + 8 > 23$ மற்றும் $23 + 8 > 17$.

$\therefore$ 23 செ.மீ., 17 செ.மீ., 8 செ.மீ.

ஆகியன முக்கோணத்தின் பக்க அளவுகளாகும்.

(ii) தரப்பட்டுள்ள பக்க நீளங்கள் 12 செ.மீ., 10 செ.மீ., 25 செ.மீ. ஆகும்.

இங்கு 12 + 10 என்பது 25ஐ விடப் பெரியதல்ல. அதாவது $12 + 10 \ngtr 25$

$\therefore$ 12 செ.மீ., 10 செ.மீ., 25 செ.மீ.. ஒரு முக்கோணத்தை அமைக்காது.

(iii) தரப்பட்டுள்ள பக்க அளவுகள் 9 செ.மீ., 7 செ.மீ., 16 செ.மீ. ஆகும்.

இங்கு 9 + 7 என்பது 16ஐ விடப் பெரியதல்ல.

அதாவது $9 + 7 = 16,\ 9 + 7 \ngtr 16$

$\therefore$ 9 செ.மீ., 7 செ.மீ., 16 செ.மீ. ஒரு முக்கோணத்தை அமைக்காது.

முடிவுகள்

(i)	$c + a > b$	$\Longrightarrow$	$b < c + a$	$\Longrightarrow$	$b - c < a$
(ii)	$b + c > a$	$\Longrightarrow$	$a < b + c$	$\Longrightarrow$	$a - b < c$
(iii)	$a + b > c$	$\Longrightarrow$	$c < a + b$	$\Longrightarrow$	$c - a < b$

மேற்கண்ட முடிவிலிருந்து, ஒரு முக்கோணத்தில் ஏதாவது இரு பக்க அளவுகளின் வித்தியாசம் மூன்றாவது பக்க அளவைவிடக் குறைவாக இருக்கும்.

பயிற்சி 3.1

1. சரியான விடையைத் தேர்ந்தெடுத்து எழுதுக.

   (i) கீழ்க்கண்டவற்றில் எவை ஒரு முக்கோணத்தின் கோணங்களாக அமையும் ?
   (A) 35°, 45°, 90° (B) 26°, 58°, 96° (C) 38°, 56°, 96° (D) 30°, 55°, 90°

   (ii) கீழ்க்கண்டவற்றில் எது சரியான கூற்று ?
   (A) சமபக்க முக்கோணத்தின் மூன்று கோணங்களும் சமம்.
   (B) இரு சமபக்க முக்கோணத்தின் மூன்று கோணங்களும் சமம்.
   (C) மூன்று சம கோணங்களைக் கொண்ட முக்கோணம் சமபக்க முக்கோணம் அல்ல.
   (D) அசமபக்க முக்கோணத்தின் மூன்று கோணங்களும் சமம்.

   (iii) ஒரு முக்கோணத்தின் இரு வெளிக்கோணங்கள் 130°, 140° எனில் மூன்றாவது வெளிக்கோணம் ________
   (A) 90° (B) 100° (C) 110° (D) 120°

   (iv) கீழ்க்காணும் பக்க அளவுகளில் எது முக்கோணத்தை அமைக்கும் ?
   (A) 11 செ.மீ., 4 செ.மீ., 6 செ.மீ. (B) 13 செ.மீ., 14 செ.மீ., 25 செ.மீ.
   (C) 8 செ.மீ., 4 செ.மீ., 3 செ.மீ. (D) 5 செ.மீ., 16 செ.மீ., 5 செ.மீ.

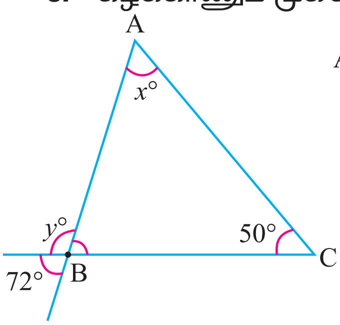
   (v) கீழ்க்காணும் கோண அளவுகளில் எது செங்கோண முக்கோணத்தை அமைக்கும் ?
   (A) 24°, 66° (B) 36°, 64° (C) 62°, 48° (D) 68°, 32°

2. ஒரு முக்கோணத்தின் மூன்று கோணங்கள் $(x-35)°$, $(x-20)°$ மற்றும் $(x+40)°$ எனில் அம்முக்கோணத்தின் கோண அளவுகளைக் காண்க.

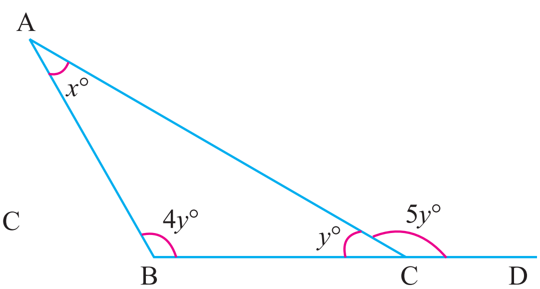
3. ΔABC இல் $\angle A$ ஆனது $\angle B$ ஐ விட 24° அதிகம். மேலும் $\angle C$ இன் வெளிக்கோணம் 108° எனில் ΔABC இன் கோணங்களைக் காண்க.

4. ΔABC இல் $\angle B$ மற்றும் $\angle C$ இன் இரு சமவெட்டிகள் O வில் சந்திக்கின்றன எனில், $\angle BOC = 90^\circ + \frac{\angle A}{2}$ என நிறுவுக.

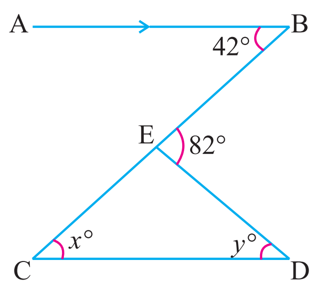
5. கீழ்க்காணும் முக்கோணங்களில் $x°$ மற்றும் $y°$ இன் மதிப்புகளைக் காண்க:



(i)

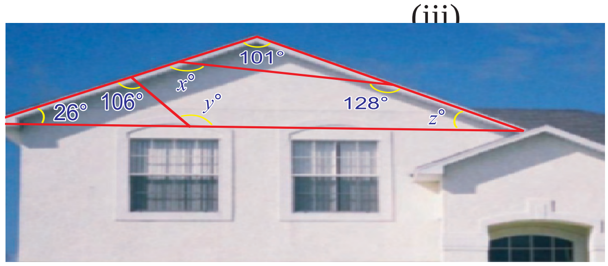


(ii)



(iii)

6. படத்திலிருந்து $x°$, $y°$ மற்றும் $z°$ இன் மதிப்புகளைக் காண்க.



3.3 சர்வசம முக்கோணங்கள்

நாம் சர்வசமம் என்கிற வடிவியல் தன்மையைப் பற்றிக் காண்போம்.

சர்வசமத் தன்மையைப் புரிந்து கொள்ளக் கீழ்க்காணும் செயலைச் செய்வோம்.

செய்து பார்

இரு பத்து ரூபாய்த் தாள்களை எடுத்துக்கொள். ஒன்றின் மீது மற்றொன்றை வை. என்ன அறிகிறாய்?

ஒன்று மற்றொன்றை முழுவதுமாகவும் சரியாகவும் மறைக்கின்றது.

மேற்கண்ட செயலின் மூலம் உருவங்கள் ஒரே வடிவமும் அளவும் கொண்டுள்ளன என அறிகிறோம்.

பொதுவாக, இரண்டு உருவங்கள் ஒரே வடிவமும் அளவும் கொண்டிருந்தால் அவை சர்வசமம் எனலாம்.

செய்து பார்

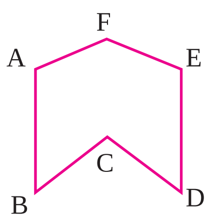
கீழ்க்காணும் பொருட்களில் எவை சர்வசமத் தன்மை உடையவை எனக் காண்க.

அ) ஒரே மதிப்புடைய அஞ்சல் வில்லைகள்

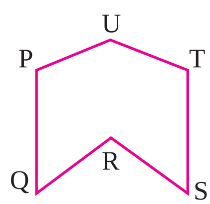
ஆ) ஒரே பாக்கெட்டில் உள்ள பிஸ்கட்டுகள்

இ) ஒரே பாக்கெட்டில் உள்ள சவர பிளேடுகள்

கீழ்க்காணும் தள உருவங்களைக் கருத்தில் கொள்வோம்.



படம் 3.13



படம் 3.14

இவை இரண்டும் சர்வசமமா என்பதை எப்படி அறிவது?

நாம் ஒன்றின் மேல் ஒன்று பொருத்தும் முறை மூலம் அறியலாம்.

படி 1 : மை அச்சுத்தாளைப் பயன்படுத்தி படம் 3.13 ஐ படி எடுக்கவும்.

படி 2 : படி எடுத்த படத்தை படம் 3.14 இன் மீது வளைக்காமலும், மடிக்காமலும் மற்றும் நீட்டாமலும் பொருத்தவும்.

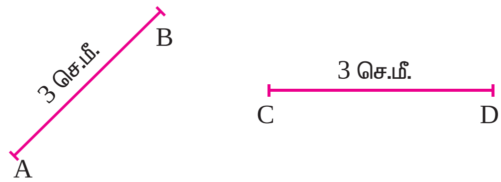
படி 3 : ஒன்று மற்றொன்றின் மீது சரியாகப் பொருந்துகிறது.

எனவே, இவ்விரு தள உருவங்களும் சர்வசமம் ஆகும்.

சர்வசமம்: இரு தள உருவங்கள் ஒன்றின் மீது ஒன்று சரியாகப் பொருந்தினால் அவை சர்வசமம் எனப்படும். இதை '≡' என்ற குறியீட்டின் மூலம் குறிக்கலாம்.

3.3.1 (அ) சர்வசம நேர்கோடுகள்

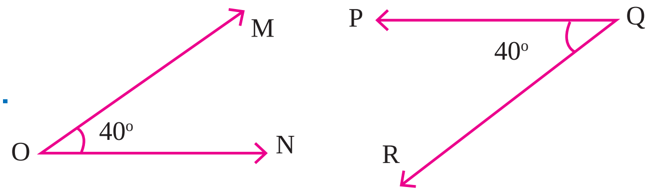
இரு கோட்டுத் துண்டுகளின் நீளம் சமம் எனில் அவை சர்வசமம் ஆகும்.



இங்கு, AB என்ற கோட்டுத்துண்டின் நீளம், CD என்ற கோட்டுத்துண்டின் நீளத்திற்குச் சமம். எனவே, $\overline{AB} \equiv \overline{CD}$.

(ஆ) சர்வசமக் கோணங்கள்

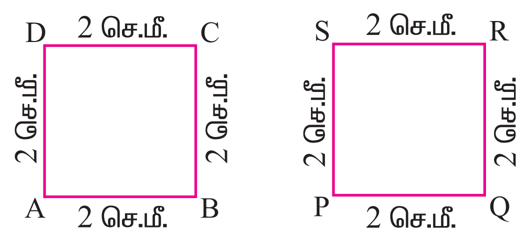
சம கோண அளவுள்ள இருகோணங்கள் சர்வசமம் ஆகும்.



இங்கு கோண அளவுகள் சமம். எனவே, $\angle MON \equiv \angle PQR$.

(இ) சர்வசமச் சதுரங்கள்

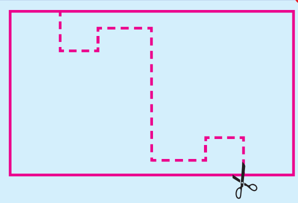
சம பக்க அளவுடைய சதுரங்கள் சர்வசமம் ஆகும்.



இங்கு, சதுரம் ABCD இன் பக்க அளவுகள், சதுரம் PQRS இன் பக்க அளவுகளுக்குச் சமம்.

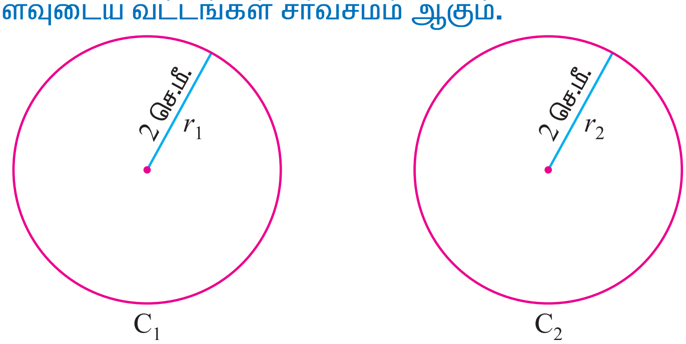
எனவே, சதுரம் ABCD ≡ சதுரம் PQRS

அருகில் உள்ள வடிவத்தில் உள்ள புள்ளியிட்ட கோடுகள் வழியே வெட்டி எடுக்கவும். வெட்டினால் இரு துண்டுகள் கிடைக்கும். இரு துண்டுகளைப் பற்றி நீ என்ன தெரிந்து கொள்கிறாய்.



(ஈ) சர்வசம வட்டங்கள்

சம ஆர அளவுடைய வட்டங்கள் சர்வசமம் ஆகும்.

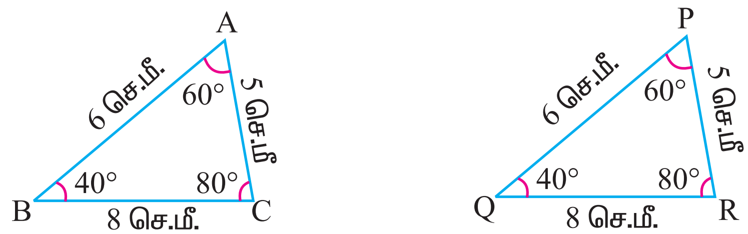


வட்டம் C_1 இன் ஆரம், வட்டம் C_2 இன் ஆரத்திற்குச் சமம்.

$\therefore$ வட்டம் $C_1 \equiv$ வட்டம் C_2

மேற்கூறிய நான்கு சர்வசமத் தன்மைகளும் நம்மை **சர்வசம முக்கோணம்** பற்றி அறியத் தூண்டுகிறது.

கீழ்க்காணும் இரு முக்கோணங்களைக் கருதுவோம்.



இப்போழுது ΔABC ஐ ΔPQR இன் மீது பொருத்தும் போது உச்சி A உச்சி P இன் மீதும், உச்சி B உச்சி Q இன் மீதும், உச்சி C உச்சி R இன் மீதும் சரியாக பொருந்துகிறது. மேலும் ஒத்த பக்கங்கள் மற்றும் ஒத்த கோணங்கள் மிகச் சரியாகப் பொருந்துகிறது.

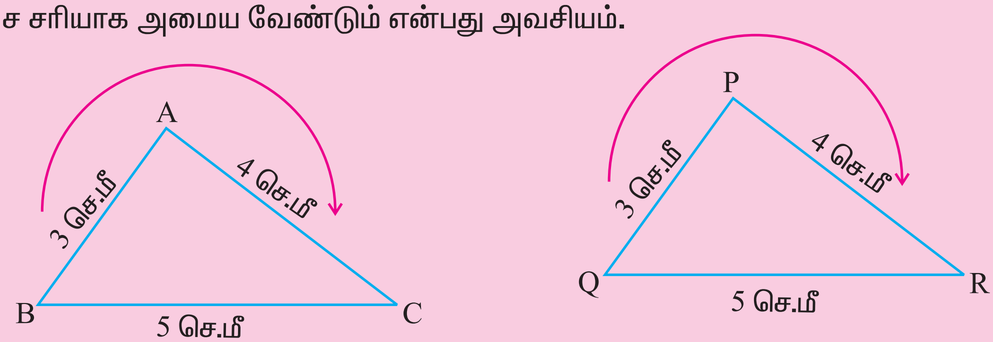
ΔABC, ΔPQR இன் ஒத்த பகுதிகளை கீழ்க்கண்டவாறு அட்டவணைப்படுத்தலாம்.

ஒத்த உச்சிகள்	ஒத்த பக்கங்கள்	ஒத்த கோணங்கள்
$A \longleftrightarrow P$	$AB = PQ$	$\angle A = \angle P$
$B \longleftrightarrow Q$	$BC = QR$	$\angle B = \angle Q$
$C \longleftrightarrow R$	$CA = RP$	$\angle C = \angle R$

3.3.2 சர்வசம முக்கோணங்கள்

இரு முக்கோணங்களில் ஏதேனும் ஒரு முக்கோணத்தின் மூன்று பக்கங்களும் மூன்று கோணங்களும் முறையே மற்றொன்றின் மூன்று பக்கங்களுக்கும் மூன்று கோணங்களுக்கும் சமம் எனில் அவை சர்வசம முக்கோணங்கள் எனப்படும்.

குறிப்பு: இரு முக்கோணங்களின் சர்வசமத் தன்மையைக் குறிக்கும்பொழுது, உச்சிகளின் வரிசை சரியாக அமைய வேண்டும் என்பது அவசியம்.



$\Delta ABC \equiv \Delta PQR$ என்பதனை $\Delta BAC \equiv \Delta QPR$, $\Delta CBA \equiv \Delta RQP$ எனவும் எழுதலாம். கடிகாரமுள் சுற்றுவதன் எதிர்த் திசை வரிசையிலும் அதன் உச்சிகளை எழுதலாம்.

3.3.3 முக்கோணங்கள் சர்வசமமாக இருக்க நிபந்தனைகள்

இரு முக்கோணங்கள் சர்வசமம் எனில் அதன் ஆறு சோடி ஒத்த பகுதிகள் (மூன்று சோடி பக்க அளவுகளும், மூன்று சோடி கோண அளவுகளும்) சமம்.

ஆனால் சில சமயங்களில் சர்வசமத் தன்மையை அறிய மூன்று சோடிகளின் ஒத்த பகுதியை ஆராய்ந்தால் போதுமானது. அவை அடிப்படைக் கொள்கைகளாகத் தரப்பட்டுள்ளன.

அவற்றில் நான்கு வகையான அடிப்படைக் கொள்கைகளை இங்கு காணலாம்.

> அடிப்படைக் கொள்கை:
> உண்மையாக நிரூபிக்கப்படாமல் ஏற்றுக் கொள்ளப்பட்ட கூற்று அடிப்படைக் கொள்கையாகும்

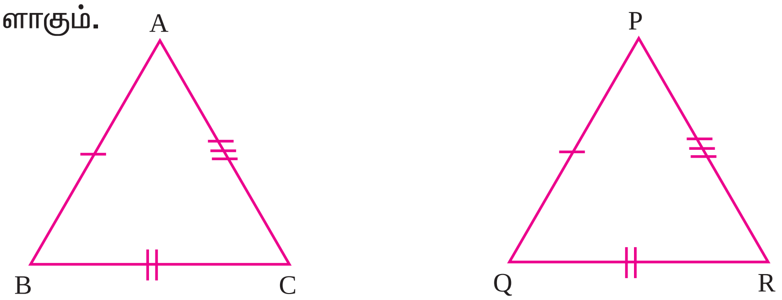
இக்கொள்கைகள் சர்வசம முக்கோணங்களை அடையாளம் காண உதவும்.

ப – பக்கத்தினையும், கோ – கோணத்தினையும், செ – செங்கோணத்தினையும், க – கர்ணத்தினையும் குறிப்பதாகக் கொண்டால்

பல்வேறு அடிப்படைக் கொள்கைகளாவன:	
(i) ப–ப–ப அடிப்படைக் கொள்கை	(ii) ப–கோ–ப அடிப்படைக் கொள்கை
(iii) கோ–ப–கோ அடிப்படைக் கொள்கை	(iv) செ–க–ப அடிப்படைக் கொள்கை

(i) ப–ப–ப அடிப்படைக் கொள்கை

ஒரு முக்கோணத்தின் மூன்று பக்கங்கள் முறையே மற்றொரு முக்கோணத்தின் மூன்று பக்கங்களுக்குச் சமம் எனில் அவ்விரு முக்கோணங்களும் சர்வசம முக்கோணங்களாகும்.



$AB = PQ$, $BC = QR$ மற்றும் $CA = RP$ என்றுள்ளவாறு ΔABC, ΔPQR ஐக் கருதுவோம்.

ΔABC ஐப் படி எடுத்து பக்கம் AB ஐப் பக்கம் PQ இன் மீதும் , பக்கம் BC ஐப் பக்கம் QR இன் மீதும் மற்றும் பக்கம் CA ஐப் பக்கம் RP இன் மீதும் சரியாகப் பொருந்துமாறு ΔPQR இன் மீது பொருத்துக.

உச்சி A ஆனது உச்சி P இன் மீதும், உச்சி B ஆனது உச்சி Q இன் மீதும் உச்சி C ஆனது உச்சி R இன் மீதும் சரியாகப் பொருந்துகிறது.

எனவே, இரு முக்கோணங்களும் ஒன்றன் மீது ஒன்று சரியாகப் பொருந்துகிறது.

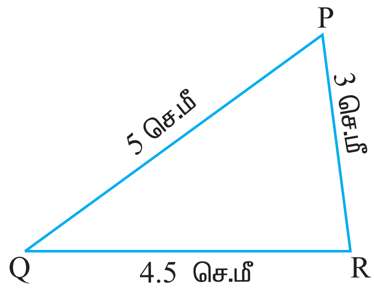
$$\therefore \Delta ABC \equiv \Delta PQR.$$

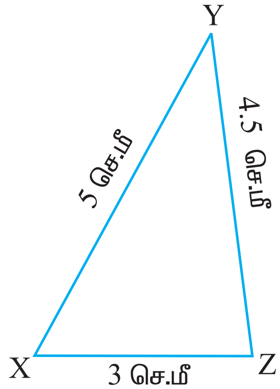
> மேலும், $AB = PQ$, $BC = QR$, $CA = RP$.
>
> இதை $\dfrac{AB}{PQ} = \dfrac{BC}{QR} = \dfrac{CA}{RP} = 1$ எனவும் எழுதலாம்.

இந்த விகிதத்தின் அளவு 1ஆக இல்லை எனில் என்ன நிகழும்?

எடுத்துக்காட்டு 3.7

கீழ்க்காணும் முக்கோணங்கள் ப–ப–ப அடிப்படைக் கொள்கையின்படி சர்வசமமா என ஆராய்க.





தீர்வு

ΔPQR மற்றும் ΔXYZ இன் பக்க அளவுகளை ஒப்பிடுக.

$PQ = XY = 5$செ.மீ., $QR = YZ = 4.5$செ.மீ. மற்றும் $RP = ZX = 3$செ.மீ..

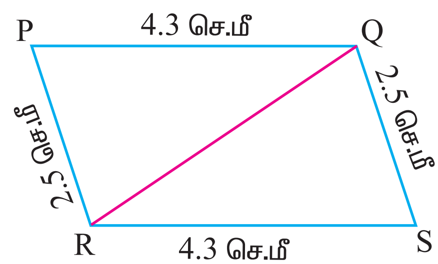
Δ PQRஐ Δ XYZ இன் மேல் பொருத்த உச்சி P உச்சி X இன் மீதும், உச்சி Q உச்சி Y இன் மீதும், உச்சி R உச்சி Z இன் மீதும் பொருந்துகிறது.

$\therefore \Delta PQR \equiv \Delta XYZ$ (ப–ப–ப கொள்கையின் படி)

எடுத்துக்காட்டு 3.8

PQRS ஒரு இணைகரம் $PQ = 4.3$ செ.மீ., $QS = 2.5$ செ.மீ. எனில் $\Delta PQR \equiv \Delta PSR$?

தீர்வு



ΔPQR மற்றும் ΔPSRஐக் கருத்தில் கொள்வோம்.

இங்கு, $PQ = SR = 4.3$செ.மீ. மற்றும்

$PR = QS = 2.5$செ.மீ.

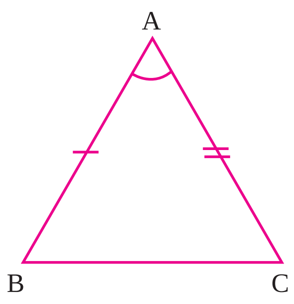
$PR = PR$ (பொது)

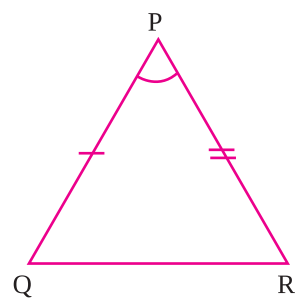
$\therefore \Delta PQR \equiv \Delta RSP$ (ப–ப–ப கொள்கையின் படி)

$\therefore \Delta PQR \not\equiv \Delta PSR$ (ΔRSP மற்றும் ΔPSR இன் வரிசை மாறி உள்ளது)

(ii) ப–கோ–ப அடிப்படைக் கொள்கை

ஒரு முக்கோணத்தின் இரு பக்கங்களும் அவை உள்ளடக்கிய கோணமும் முறையே மற்றொரு முக்கோணத்தின் இரு பக்கங்களுக்கும் அவை உள்ளடக்கிய முக்கோணத்திற்கும் சமமெனில் அவ்விரு முக்கோணங்களும் சர்வசம முக்கோணங்களாகும்.





AB = PQ, AC = PR மற்றும் உள்ளடங்கிய கோணம் BAC = உள்ளடங்கிய கோணம் QPR என்றுள்ளவாறு ΔABC மற்றும் ΔPQR ஐக் கருத்தில் கொள்வோம். ΔABC ஐ ΔPQRஇன் மீது AB ஐ PQ இன் மீதும் AC ஐ PR இன் மீதும் அமையுமாறு பொருத்துக.

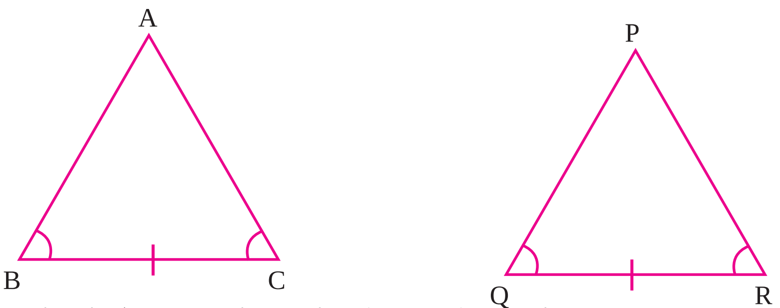
உச்சி A ஆனது உச்சி P இன் மீதும்,உச்சி B ஆனது உச்சி Q இன் மீதும், உச்சி C ஆனது உச்சி R இன் மீதும் சரியாகப் பொருந்துகிறது. ஏனெனில் AB = PQ, AC = PR.

உச்சி B ஆனது உச்சி Q இன் மீதும் உச்சி C ஆனது உச்சி R இன் மீதும் அமைவதால் BC ஆனது QR இன் மீது பொருந்துகிறது. $\therefore \Delta ABC$ ஆனது ΔPQR இன் மீது பொருந்துகிறது.

எனவே, $\Delta ABC \equiv \Delta PQR$

(iii) கோ–ப–கோ அடிப்படைக் கொள்கை

ஒரு முக்கோணத்தின் இரு கோணங்களும் அவற்றால் இணைந்த பக்கமும் மற்றொரு முக்கோணத்தின் இரு கோணங்களுக்கும் அவற்றால் இணைந்த பக்கத்திற்கும் சமமானால், அவ்விரு முக்கோணங்களும் சர்வசம முக்கோணங்களாகும்.



ΔABC மற்றும் ΔPQR ஐக் கருத்தில் கொள்வோம்.

இங்கு, $BC = QR, \angle B = \angle Q, \angle C = \angle R$ ஆகும்.

மேற்பொருத்தும் முறையில் $\angle ABC$, $\angle PQR$ இன் மீதும்

$\angle BCA$, $\angle QRP$ மீதும் பொருந்துகிறது.

எனவே உச்சி B ஆனது உச்சி Q இன் மீதும்,

உச்சி C ஆனது உச்சி R இன் மீதும் அமைகின்றது.

எனவே, உச்சி A ஆனது உச்சி P இன் மீதும் சரியாகப் பொருந்துகிறது.

$\therefore \Delta ABC$, ΔPQR இன் மீது முழுவதுமாகப் பொருந்துகிறது.

எனவே, $\Delta ABC \equiv \Delta PQR$.

முக்கோணங்கள் சர்வசமமாக உள்ளதால் மீதமுள்ள ஒத்த பகுதிகள் சர்வசமம்.

அதாவது, AB = PQ, AC = PR மற்றும் $\angle A = \angle P$.

செய்து பார்

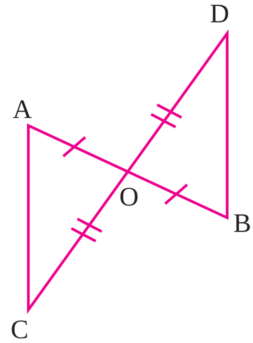
கீழ்க்காணும் பண்புகளைக் காகிதத் துண்டுகளின் மூலம் நிரூபி.

(i) ப – ப – ப (ii) கோ – ப – கோ

குறிப்பு: சர்வசம முக்கோணங்களின் ஒத்த பகுதிகள் சர்வசமம்.

எடுத்துக்காட்டு 3.9

AB மற்றும் CD ஆகிய கோட்டுத்துண்டுகள் O வில் இருசமக் கூறிடுகிறது எனில் AC = BD என நிறுவுக.



தீர்வு

தரவு : O என்பது AB மற்றும் CD இன் மையம்.

எனவே, AO = OB மற்றும் CO = OD

நிறுவப்பட வேண்டியது : AC = BD

நிரூபணம் : ΔAOC மற்றும் ΔBOD இல்

$AO = OB$ (தரவு)

$CO = OD$ (தரவு)

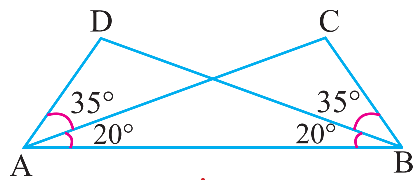
$\angle AOC = \angle BOD$ (எதிரெதிர்க் கோணங்கள்)

$\Delta AOC \equiv \Delta BOD$ (ப–கோ–ப கொள்கையின் படி)

எனவே, $AC = BD$ (ஒத்த பக்கங்கள்)

எடுத்துக்காட்டு 3.10

படம் 3.15 இல், $\Delta DAB \equiv \Delta CAB$ என நிறுவுக.



படம் 3.15

தீர்வு

ΔDAB மற்றும் ΔCAB ஐக் கருத்தில் கொள்க.

$\angle DAB = 35^\circ + 20^\circ = 55^\circ = \angle CBA$ (படத்தில் உள்ள படி)

$\angle DBA = \angle CAB = 20^\circ$ (தரவு)

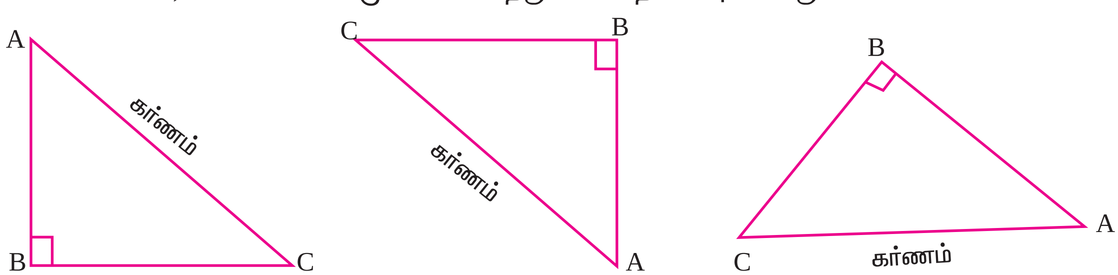
AB பொதுப் பக்கம்.

$\therefore \Delta DBA \equiv \Delta CAB$ (கோ–ப–கோ கொள்கையின் படி)

கர்ணம்

கர்ணம் என்றால் என்ன என்பதை அறிவீர்களா?

கர்ணம், செங்கோண முக்கோணத்துடன் தொடர்புடையது.



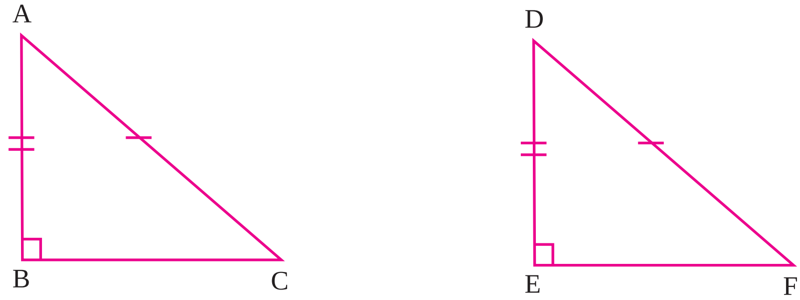
செங்கோண முக்கோணம் ABCஐக் கருதுவோம். இதில் $\angle B$ செங்கோணம்.

செங்கோணத்தின் எதிர்ப் பக்கம் கர்ணம் ஆகும்.

எனவே, AC கர்ணம் ஆகும்.

(iv) செ–க–ப அடிப்படைக் கொள்கை

ஒரு செங்கோண முக்கோணத்தின் கர்ணமும் செங்கோணத்தை உள்ளடக்கியப் பக்கங்களில் ஒன்றும் முறையே மற்றொரு செங்கோண முக்கோணத்தின் கர்ணத்திற்கும் செங்கோணத்தை உள்ளடக்கியப் பக்கங்களில் ஒன்றுக்கும் சமமாக இருந்தால் அவ்விரு முக்கோணங்களும் சர்வசம முக்கோணங்களாகும்.



ΔABC மற்றும் ΔDEF ஐக் கருதுக. $\angle B = \angle E = 90^\circ$ மற்றும்

கர்ணம் AC = கர்ணம் DF (தரவு)

மேலும், AB = DE (தரவு)

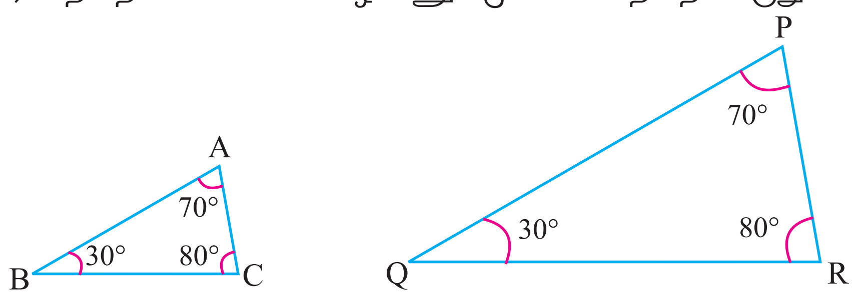
ஒன்றின் மேல் ஒன்று பொருந்தும் முறைப்படி, $\Delta ABC \equiv \Delta DEF$ என அறியலாம்.

3.3.4 சர்வசம முக்கோணங்கள் அமையப் போதுமானதற்ற நிபந்தனைகள்

(i) கோ–கோ–கோ

இந்தக் கொள்கை சர்வசம முக்கோணத்தை அமைக்காது. ஏன்?

காரணத்தைக் காண்போம். கீழ்காணும் முக்கோணத்தைக் கருதுவோம்.



ΔABC மற்றும் ΔPQRலிருந்து,

$\angle A = \angle P$, $\angle B = \angle Q$ மற்றும் $\angle C = \angle R$. ΔABC ஆனது ΔPQRஐ விட சிறியது.

எனவே, ΔABC ஐ ΔPQRஇன் மேற்பொருத்தும் போது முழுவதுமாகப் பொருந்துவது இல்லை. எனவே, $\Delta ABC \not\equiv \Delta PQR$.

(ii) ப–ப–கோ

நாம் கீழ்க்கண்ட ஒரு உதாரணத்தை ஆராய்வோம்.

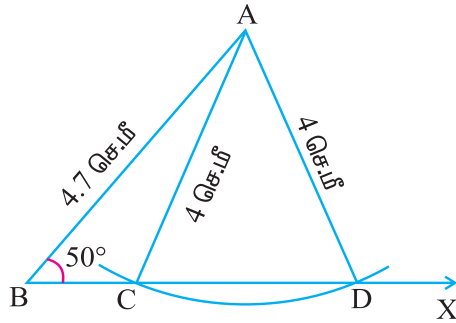
$\angle B = 50^\circ$, $AB = 4.7$ செ.மீ. மற்றும் $AC = 4$ செ.மீ. உள்ளவாறு ΔABC ஐ வரைந்து கொள். BC ஐ X வரை நீட்டுக. A ஐ மையமாகவும் AC ஐ ஆரமாகவும் கொண்ட வட்டவில் வரைக. இது BX ஐ C மற்றும் D இல் வெட்டும்.

$\therefore$ AD = 4 செ.மீ. ($\because$ AC, AD ஆகியன ஒரே வட்டத்தின் ஆரங்களாகும்)

ΔABC மற்றும் ΔABDஐக் கருதுவோம்.

$\angle B$ பொதுவானது.

AB பொதுவானதாகவும் மேலும் AC = AD = 4செ.மீ. ஆகவும் உள்ளது.



ΔABCஇல் பக்கம் AC, பக்கம் AB மற்றும் $\angle B$ ஆகியன முறையே ΔABDஇல் பக்கம் AD, பக்கம் AB மற்றும் $\angle B$ ஆகியன தனித்தனியே ஒன்றுக்கொன்று சர்வசமம். ஆனால் BC $\neq$ BD. $\therefore \Delta ABC \not\equiv \Delta ABD$.

எடுத்துக்காட்டு 3.11

ஒரு முக்கோணத்தில் சமபக்கங்களுக்கு எதிரேயுள்ள கோணங்கள் சமம் என்பதை நிறுவுக.

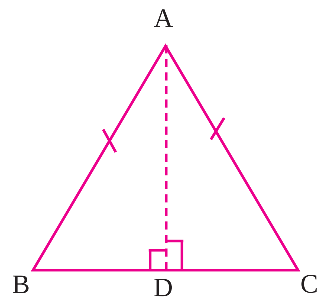
தீர்வு

தரவு : ΔABC இல், AB = AC.

நிறுவப்பட வேண்டியது : $\angle C = \angle B$.

அமைப்பு : BCக்குச் செங்குத்தாக AD ஐ வரைக.

$\therefore \angle ADB = \angle ADC = 90^\circ$



நிரூபணம் :

ΔABD மற்றும் ΔACD இல்,

AD பொது

AB = AC (ΔABC ஒரு இரு சமபக்க முக்கோணம்)

$\angle ADB = \angle ADC = 90^\circ$ (அமைப்பு)

$\therefore \Delta ADB \equiv \Delta ADC$ (செ–க–ப கொள்கை)

எனவே, $\angle ABD = \angle ACD$ (நிறுவப்பட்டது)

அல்லது $\angle ABC = \angle ACB$.

$\therefore \angle B = \angle C$, என நிறுவப்பட்டது.

இது இருசமபக்க முக்கோணத் தேற்றம் எனப்படும்.

எடுத்துக்காட்டு 3.12

ஒரு முக்கோணத்தில் சம கோணங்களுக்கு எதிரேயுள்ள பக்கங்கள் சமம் என்பதை நிறுவுக.

தீர்வு

தரவு : ΔABC இல், $\angle B = \angle C$.

நிறுவப்பட வேண்டியது : AB = AC.

அமைப்பு : BCக்குச் செங்குத்தாக AD ஐ வரைக.

நிரூபணம்:

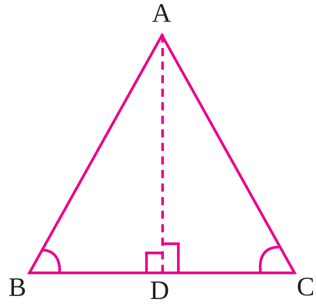
$\angle ADB = \angle ADC = 90°$ (அமைப்பு)

$\angle B = \angle C$ (தரவு)

AD பொதுப்பக்கம்

$\therefore \Delta ADB \equiv \Delta ADC$. (கோ–ப–கோ கொள்கையின்படி)

எனவே, $AB = AC$. (ஒத்த பக்கங்கள்)

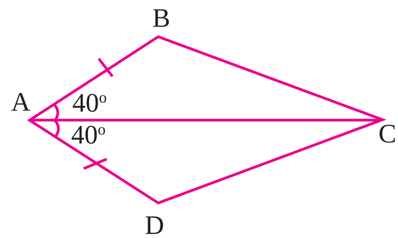


$\therefore$ இரு சமபக்க முக்கோணத்தில் சமபக்கங்களுக்கு எதிரே உள்ள கோணங்கள் சமம்.

இது இரு சமபக்க முக்கோணத் தேற்றத்தின் மறுதலை ஆகும்.

எடுத்துக்காட்டு 3.13

படத்தில் $AB = AD$ மற்றும் $\angle BAC = \angle DAC$ எனில் $\Delta ABC \equiv \Delta ADC$ என்பது சரியா ? சரி எனில் பிற ஒத்த பகுதிகளைக் காண்க.



தீர்வு

ΔABC மற்றும் ΔADCஇல்

AC பொதுப்பக்கம்

$\angle BAC = \angle DAC$ (தரவு)

$AB = AD$ (தரவு)

$\therefore \Delta ABC \equiv \Delta ADC$ (ப.கோ.ப. கோட்பாடு)

பிற ஒத்த பகுதிகள் $BC = DC$, $\angle ABC = \angle ADC$, $\angle ACB = \angle ACD$ ஆகும்.

எடுத்துக்காட்டு 3.14

இரு சமபக்க முக்கோணம், PQRஇல், $PQ = PR$, QP ஆனது S வரை நீட்டப்பட்டுள்ளது. மேலும் PT ஆனது வெளிக்கோணம் $SPR = 2x°$இன் கோண இரு சமவெட்டி எனில், $\angle Q = x°$ என நிறுவுக. மேலும் $PT \parallel QR$ என நிறுவுக.

தீர்வு

தரவு : இரு சமபக்க முக்கோணம், PQR இல், $PQ = PR$.

நிரூபணம் : PT ஆனது வெளிக்கோணம் $\angle SPR$ இன் இரு சமவெட்டி

$\therefore \angle SPT = \angle TPR = x°$. மேலும், $\angle Q = \angle R$ (சம பக்கங்களுக்கு எதிரேயுள்ள கோணங்கள்)

ஒரு முக்கோணத்தில் ஏதேனும் ஒரு பக்கத்தை நீட்டினால் ஏற்படும் வெளிக்கோணம் உள்ளெதிர்க் கோணங்களின் கூடுதலுக்குச் சமமாகும். ஆகவே,

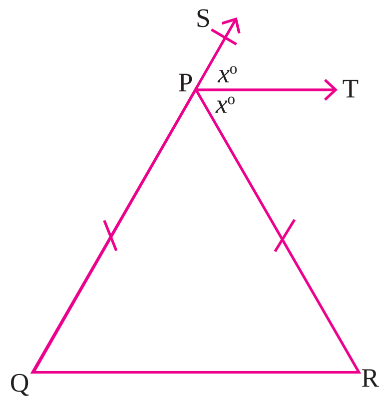
ΔPQRல் வெளிக்கோணம் $\angle SPR = \angle PQR + \angle PRQ$

$2x° = \angle Q + \angle R = \angle Q + \angle Q$

$2x° = 2\angle Q$

$x° = \angle Q$

$\therefore \angle Q = x°$.



நிறுவப்பட வேண்டியது : PT ∥ QR

மேலும் இங்கு, SQ ஆனது, PT மற்றும் QR இன் குறுக்கு வெட்டி.

மேலும், $\angle SPT = x^\circ$, $\angle Q = x^\circ$. எனவே, $\angle SPT$ மற்றும் $\angle PQR$ ஆகியன ஒத்தக் கோணங்கள் .

$\therefore$ PT ∥ QR.

பயிற்சி 3.2

1. சரியான விடையைத் தேர்ந்தெடுத்து எழுதுக.

(i) இரு சமபக்க முக்கோணம் XYZஇல், XY = YZ எனில் கீழ்கண்ட கோணங்களில் எவை சமம் ?

(A) $\angle X$ மற்றும் $\angle Y$ (B) $\angle Y$ மற்றும் $\angle Z$

(C) $\angle Z$ மற்றும் $\angle X$ (D) $\angle X$, $\angle Y$ மற்றும் $\angle Z$

(ii) ΔABC மற்றும் ΔDEF இல், $\angle B = \angle E$, AB = DE, BC = EF எனில் இவை ______ அடிப்படைக் கொள்கையின் படி சர்வ சமம்.

(A) ப–ப–ப (B) கோ–கோ–கோ (C) ப–கோ–ப (D) கோ–ப–கோ

(iii) ______ உள்ள இரு தள உருவங்கள் சர்வ சமம்.

(A) சம அளவுகள் (B) சம உருவம்

(C) சம அளவு மற்றும் சம உருவம் (D) சம அளவு ஆனால் சம உருவமில்லை

(iv) ΔABC இல், $\angle A = 40^\circ$ மற்றும் AB = AC, எனில் ABC ______ முக்கோணம்.

(A) செங்கோண (B) சமபக்க (C) இருசம பக்க (D) அசமபக்க

(v) ΔABC இல், $\angle A = 90^\circ$ எனில் கர்ணம் ______

(A) AB (B)BC (C) CA (D) எதுவுமில்லை

(vi) ΔPQRஇல் PQ மற்றும் PR ஆல் அடைபடும் கோணம் ______

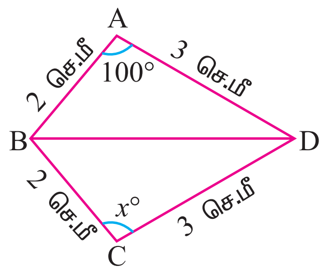
(A) $\angle P$ (B) $\angle Q$

(C) $\angle R$ (D) எதுவுமில்லை

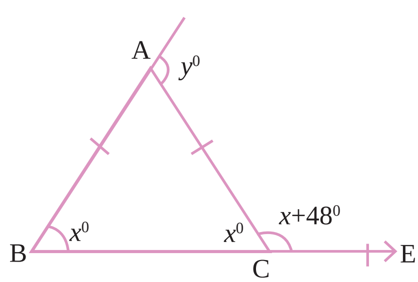
(vii) படத்தில் x° இன் மதிப்பு ______

(A) 80° (B) 100°

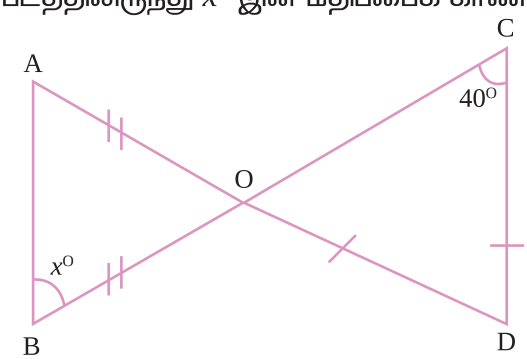
(C) 120° (D) 200°



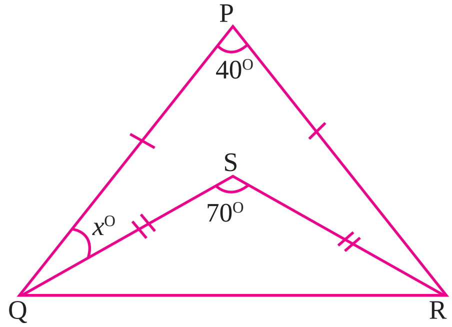
2. ΔABC இல் AB = AC எனில் x° மற்றும் y° இன்மதிப்பைக் காண்க.



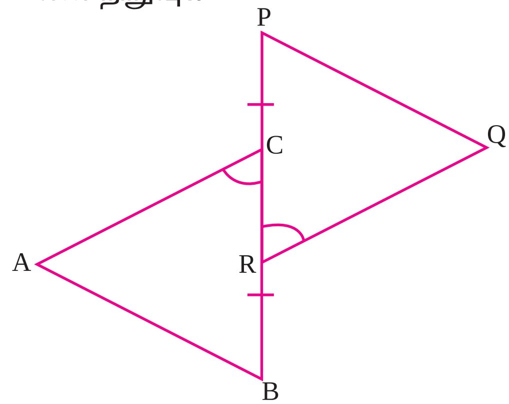
3. படத்திலிருந்து x° இன் மதிப்பைக் காண்க.



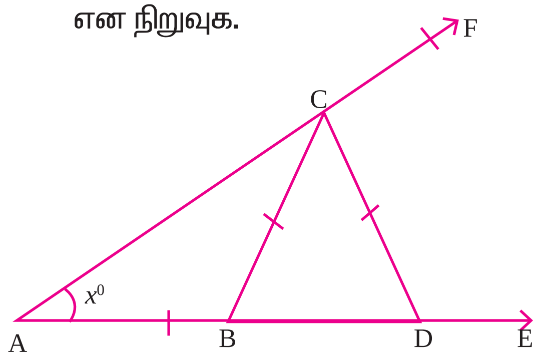
4. படத்தில் ΔPQR மற்றும் ΔSQR ஆகியன இரு சமபக்க முக்கோணங்கள் எனில் x° இன் மதிப்பைக் காண்க.



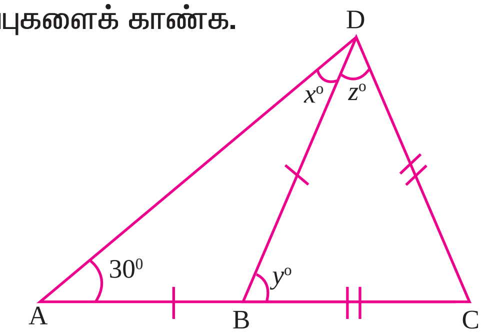
5. படத்தில் $BR = PC$, $\angle ACB = \angle QRP$ மற்றும் $AB \parallel PQ$ எனில் $AC = QR$ என நிறுவுக.



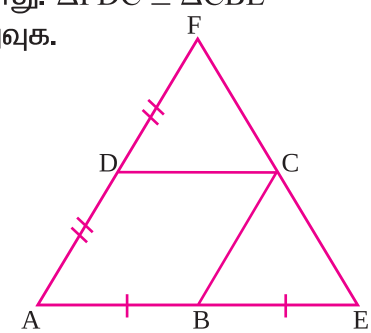
6. படத்தில் $AB = BC = CD$ மற்றும் $\angle A = x^\circ$ எனில் $\angle DCF = 3\angle x$ என நிறுவுக.



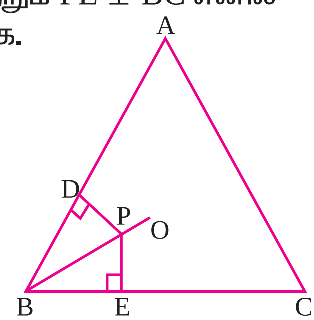
7. படத்தில் $AB = BD$, $BC = DC$ மற்றும் $\angle DAC = 30^\circ$ எனில் x°, y°, z° இன் மதிப்புகளைக் காண்க.



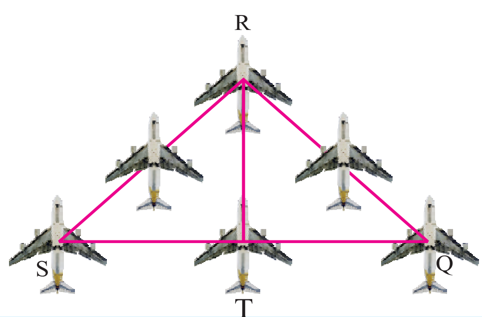
8. படத்தில் ABCD ஒரு இணைகரம். $AB = BE$ என்றுள்ளவாறு AB, E வரை நீட்டப்பட்டுள்ளது. $AD = DF$ என்றுள்ளவாறு AD, F வரை நீட்டப் பட்டுள்ளது. $\Delta FDC \equiv \Delta CBE$ என நிறுவுக.



9. படத்தில் ΔABCஇல் BOஆனது$\angle B$ இன் கோண இருசமவெட்டி. P, BOஇல் உள்ள ஒரு புள்ளி. $PD \perp AB$ மற்றும் $PE \perp BC$ எனில் $PD = PE$ என நிறுவுக.



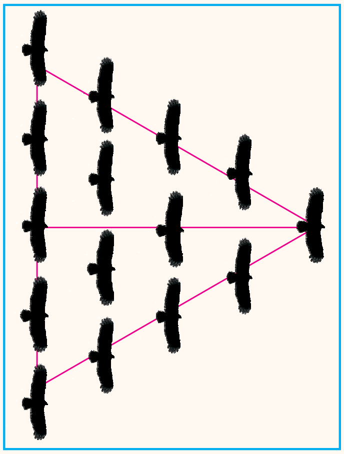
10. இந்திய கடற்படை விமானங்கள் படத்தில் காட்டியுள்ளவாறு பறக்கின்றன எனில் $\triangle SRT \equiv \triangle QRT$, என நிறுவுக. (SQ இன் மையம் T, $SR = RQ$ எனக்கொள்க)



கணித மன்றச் செயல்பாடு

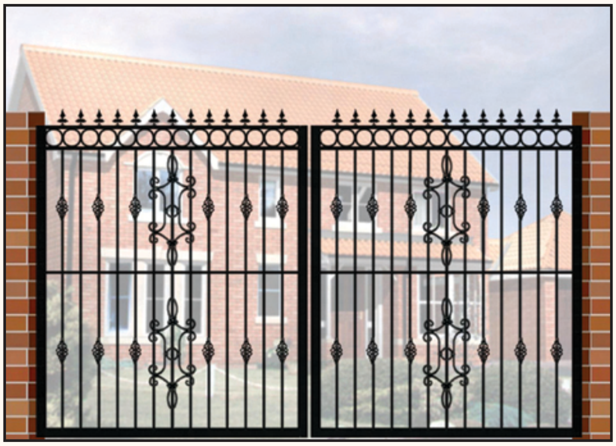
சர்வசமத் தன்மையின் முக்கியத்துவம்

நமது அன்றாட வாழ்வில், சர்வசமத் தன்மையை பல இடங்களில் பயன்படுத்துகின்றோம். நமது வீட்டில் உள்ள அறையின் இரட்டை கதவுகள் ஒன்றுக்கு ஒன்று சர்வ சமம். பெரும்பாலும் நமது வீட்டின் முன் வாசற்கதவுகள் ஒன்றுக்கு ஒன்று சர்வ சமம். பறவைகளின் இறக்கைகள் ஒன்றுக்கு ஒன்று சர்வ சமம். மனிதனின் உடலமைப்பில் கைகள், கால்கள் போன்றவை ஒன்றுக்கு ஒன்று சர்வ சமம். இதுபோல பல உதாரணங்களை நாம் கூறலாம்.



வானில் பறவைகள் பறக்கின்றபோது அவை ஒரு முக்கோண வடிவத்தை அமைக்கின்றன. இதில் முன்னால் பறக்கும் பறவையின் வழியாக ஒரு மையக் கோட்டை வரைந்தால் அது சர்வ சமத் தன்மை பெறுவதை அறியலாம். இந்த அமைப்பில் சர்வ சமத்தன்மை குலைந்தால் தொடர்ந்து வரும் பறவைகளின் நிலைப்புத் தன்மை குறைந்து அவற்றால் பறக்க இயலாது.

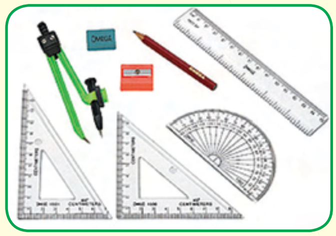
இப்போது, இயற்கையிலும் நமது அன்றாட வாழ்விலும் சர்வ சமத் தன்மையைப் பயன்படுத்தும் வடிவமைப்புக்களைக் கண்டறிய முயற்சி செய்க.



கருத்துச் சுருக்கம்

- ஒரு முக்கோணத்தின் மூன்று கோணங்களின் கூடுதல் 180° ஆகும்.
- முக்கோணத்தின் ஏதேனும் ஒரு பக்கத்தை நீட்டினால் ஏற்படும் முக்கோணத்தின் வெளிக்கோணமானது அதன் உள்ளெதிர்க் கோணங்களின் கூடுதலுக்குச் சமமாகும்.
- ஒரு முக்கோணத்தின் ஏதேனும் இரு பக்க அளவுகளின் கூடுதல் மூன்றாவது பக்க அளவை விட அதிகம்.
- இரு தள உருவங்கள் ஒன்றின் மீது ஒன்று சரியாகப் பொருந்தினால் அவை சர்வ சமம் எனப்படும். இதை '$\equiv$' என்ற குறியீட்டின் மூலம் குறிக்கலாம்.
- இரு முக்கோணங்களில் ஏதேனும் ஒரு முக்கோணத்தின் மூன்று பக்கங்களும் மூன்று கோணங்களும் முறையே மற்றொன்றின் மூன்று பக்கங்களுக்கும் மூன்று கோணங்களுக்கும் சமம் எனில் அவை சர்வ சம முக்கோணங்கள் எனப்படும்.
- ப–ப–ப கொள்கை : ஒரு முக்கோணத்தின் மூன்று பக்கங்கள் முறையே மற்றொரு முக்கோணத்தின் மூன்று பக்கங்களுக்குச் சமம் எனில் அவ்விரு முக்கோணங்களும் சர்வ சமம் ஆகும்.
- ப–கோ–ப கொள்கை : ஒரு முக்கோணத்தின் இரு பக்கங்களும் அவை உள்ளடக்கிய கோணமும் முறையே மற்றொரு முக்கோணத்தின் இரு பக்கங்களுக்கும் அவை உள்ளடக்கிய முக்கோணத்திற்கும் சமமெனில் அவ்விரு முக்கோணங்களும் சர்வ சமமாகும்.
- கோ–ப–கோ கொள்கை: ஒரு முக்கோணத்தின் இரு கோணங்களும் அவற்றால் இணைந்த பக்கமும் மற்றொரு முக்கோணத்தின் இரு கோணங்களுக்கும் அவற்றால் இணைந்த பக்கத்திற்கும் சமமானால், அவ்விரு முக்கோணங்களும் சர்வ சம முக்கோணங்களாகும்.
- செ–க–ப கொள்கை : ஒரு செங்கோண முக்கோணத்தின் கர்ணமும் செங் கோணத்தை உள்ளடக்கிய பக்கங்களில் ஒன்றும் முறையே மற்றொரு செங்கோண முக்கோணத்தின் கர்ணத்திற்கும் மற்றும் செங்கோணத்தை உள்ளடக்கிய பக்கங்களில் ஒன்றுக்கும் சமமாக இருந்தால் அவ்விரு முக்கோணங்களும் சர்வ சமம் ஆகும்.

4 செய்முறை வடிவியல்



கௌஸ் (Gauss)

[1777-1855]

கௌஸ் ஒரு ஜெர்மானியக் கணிதமேதை. அவர் தமது 17ஆம் வயதில் p-கோணம் (p- பக்கங்கள் உள்ள ஒழுங்கு பலகோணம்) வரைவதை ஆராய்ந்தார். இங்கு p என்பது ஒரு பகா எண். $p = 3$ மற்றும் $p = 5$ என்ற பக்கங்களுக்கு மட்டுமே பலகோணம் வரைவது அறியப் பட்டிருந்தது. p ஒரு ஃபெர்மாட் பகா எண்ணாக $(p = 2^{2^n} + 1)$ இருந்தால் மட்டுமே ஒழுங்கு p-கோணம் வரையமுடியும் என்பதை கௌஸ் கண்டுபிடித்தார்.

4.1 அறிமுகம்

பழங்கால எகிப்தியர்கள் நிலங்களை அளத்தல், கட்டடம் கட்டுதல் ஆகியவற்றில் தங்கள் பயன்பாட்டு அறிவை வெளிப்படுத்தியுள்ளனர். பழங்காலக் கிரேக்கர்கள் செய்முறை வடிவக்கணிதத்தைத் தங்கள் கலாசாரத்தில் பயன்படுத்தினர். அளவுகோல் மற்றும் கவராயம் இவற்றைப் பயன்படுத்திப் பெரும் வியப்பளிக்கக்கூடிய வரைதல்களைச் செய்துள்ளனர்.

வடிவியல் என்பது பழங்காலக் கணிதப் பிரிவுகளுள் ஒன்று. அறிமுறை வடிவியல், செய்முறை வடிவியல் என இரு பெரும் பகுதிகளாக வடிவியல் பிரிக்கப்படுகிறது. அறிமுறை வடிவியலானது வடிவியல் கொள்கைகளை உதவிப் படங்கள் மூலமாக விளக்குகிறது. வடிவியல் கருவிகளைக் கொண்டு படங்களைத் துல்லியமாக எவ்வாறு வரைவது என்பதைச் செய்முறை வடிவியல் விளக்குகிறது.

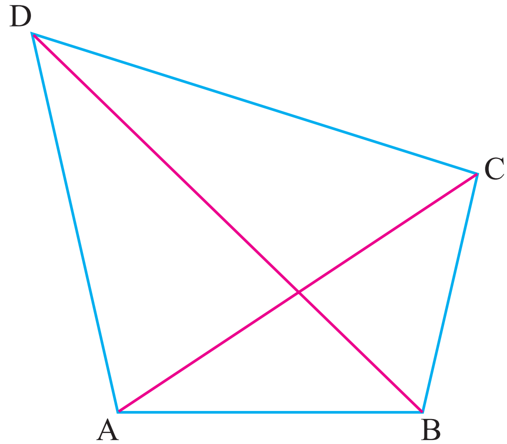
முன் வகுப்புகளில், சில வடிவ கணித உருவங்களின் வரையறை, பண்புகள் மற்றும் பரப்பு காண உதவும் சூத்திரங்களை நாம் கற்றுள்ளோம். இந்த அத்தியாயத்தில் மேலும் சில சமதள வடிவக் கணித உருவங்களை வரையக் கற்போம்.

4.2 நாற்கரம்

4.2.1 அறிமுகம்

ஏழாம் வகுப்பில் நாம் நாற்கரம் பற்றியும், அவற்றின் பண்புகள் பற்றியும் கற்றறிந்துள்ளோம். அவற்றை நினைவு கூர்வோம்.

படம். 4.1 இல், A, B, C, D என்ற நான்கு புள்ளிகள் ஒரு தளத்தில் உள்ளன. எந்த மூன்று புள்ளிகளும் ஒரே கோட்டில் அமையவில்லை.



படம் 4.1

$\overline{AB}, \overline{BC}, \overline{CD}, \overline{DA}$ இவைகள் முறையே ஒன்றையொன்று உச்சிகளில் சந்திக்கின்றன. ஒரு தளத்தில் நான்கு பக்கங்களால் அடைப்பட்ட உருவம் நாற்கரம் என்பதை நாம் அறிவோம். இதன் நான்கு கோண அளவுகளின் கூடுதல் 360° ஆகும்.

$(\overline{AB}, \overline{AD})$, $(\overline{AB}, \overline{BC})$, $(\overline{BC}, \overline{CD})$, $(\overline{CD}, \overline{DA})$ இவைகள் அடுத்தடுத்த பக்கங்களாகும். $(\overline{AB}, \overline{CD})$,$(\overline{BC}, \overline{DA})$ இவை எதிர்ப்பக்கங்கள் ஆகும், $\overline{AC}$, $\overline{BD}$ என்பன மூலைவிட்டங்கள் ஆகும்.

$\angle A$, $\angle B$, $\angle C$ மற்றும் $\angle D$ (அல்லது $\angle DAB$, $\angle ABC$, $\angle BCD$, $\angle CDA$) என்பன நாற்கரம் ABCD இன் கோணங்கள் ஆகும்.

$$\therefore \angle A + \angle B + \angle C + \angle D = 360^\circ$$

குறிப்பு: (i) நாற்கரத்திற்குப் பெயரிடும்போது ஒரு வட்டச் சுற்றில் ABCD என்றோ BCDA என்றோ குறிக்க வேண்டும்.

(ii) சதுரம், செவ்வகம், சாய்சதுரம், இணைகரம், சரிவகம் என்பன எல்லாம் நாற்கர வகைகள் ஆகும்.

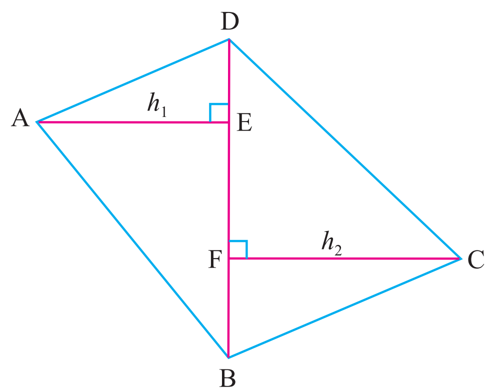
(iii) ஒரு நாற்கரத்தில் நான்கு உச்சிகள், நான்கு பக்கங்கள், நான்கு கோணங்கள் மற்றும் இரண்டு மூலைவிட்டங்கள் உள்ளன..

4.2.2 நாற்கரத்தின் பரப்பளவு

ABCD என்ற நாற்கரத்தில் $\overline{BD}$ என்பது ஒரு மூலைவிட்டமாகும்.

$\overline{AE}$, $\overline{FC}$ என்பன முறையே A, C என்ற உச்சிகளிலிருந்து மூலைவிட்டம் $\overline{BD}$ க்கு வரையப் பட்ட குத்துக்கோடுகளாகும்.

படம் 4.2 இல் இருந்து



படம் 4.2

நாற்கரம் ABCD யின் பரப்பளவு

$= \triangle$ ABDஇன் பரப்பளவு + $\triangle$ BCD இன் பரப்பளவு

$$= \frac{1}{2} \times BD \times AE + \frac{1}{2} \times BD \times CF$$

$$= \frac{1}{2} \times BD \times (AE + CF)$$

$$= \frac{1}{2} \times d \times (h_1 + h_2) \text{ சதுர அலகுகள்}$$

இங்கு $BD = d$, $AE = h_1$ மற்றும் $CF = h_2$.

குறியீட்டு முறை:

(i) செங்குத்து ($\perp$):

$\overline{PQ} \perp \overline{RS}$ எனில் $\overline{PQ}$, $\overline{RS}$ என்பன ஒன்றுக்கொன்று செங்குத்தானவை.

(ii) இணை ($||$):

$\overline{PQ} \,||\, \overline{RS}$ எனில் $\overline{PQ}$, $\overline{RS}$ என்பன ஒன்றுக்கொன்று இணையானவை.

ஒரு நாற்கரத்தின் பரப்பளவானது, மூலைவிட்டத்தின் நீளம் மற்றும் எதிர் உச்சிகளிலிருந்து மூலைவிட்டத்திற்கு வரையப்படும் செங்குத்துக் கோட்டுத் துண்டுகளின் நீளங்களின் கூடுதல், இவைகளின் பெருக்கற் பலனில் பாதியாகும்.

$A = \frac{1}{2} d (h_1 + h_2)$ இதில் 'd' என்பது நாற்கரத்தின் மூலைவிட்டத்தின் நீளம், h_1 மற்றும் h_2 என்பவை மூலைவிட்டத்தின் எதிர் உச்சிகளிலிருந்து மூலைவிட்டத்திற்கு வரையப்படும் செங்குத்துக் கோட்டுத்துண்டுகளின் நீளம் ஆகும்.

செய்து பார்

காகித மடிப்பு முறையைப் பயன்படுத்தி, $A = \frac{1}{2} d (h_1 + h_2)$ என்பதைச் சரிபார்.

4.2.3 நாற்கரம் அமைத்தல்

இவ்வகுப்பில் ஒரு நாற்கரத்தை வரையும் முறையை நாம் கற்போம்.

ஒரு நாற்கரத்தை வரைய முதலில் கொடுக்கப்பட்ட விவரங்களிலிருந்து ஒரு முக்கோணத்தை வரைய வேண்டும். பின்னர் நான்காவது உச்சி கண்டறியப்படுகிறது.

ஒரு முக்கோணம் வரைய ஒன்றுக்கொன்று தொடர்பற்ற மூன்று அளவுகள் தேவை. நான்காம் உச்சியைக் காண மேலும் இரண்டு ஒன்றுக்கொன்று தொடர்பற்ற அளவுகள் தேவை. எனவே ஒரு நாற்கரம் வரைய ஒன்றுக்கொன்று தொடர்பற்ற ஐந்து அளவுகள் தேவை.

பின்வரும் அளவுகள் கொடுக்கப்பட்டால் நாற்கரத்தை வரையலாம்.

(i) நான்கு பக்கங்கள், ஒரு மூலைவிட்டம்

(ii) நான்கு பக்கங்கள், ஒரு கோணம்

(iii) மூன்று பக்கங்கள், ஒரு மூலைவிட்டம் மற்றும் ஒரு கோணம்

(iv) மூன்று பக்கங்கள், இரண்டு கோணங்கள்

(v) இரண்டு பக்கங்கள், மூன்று கோணங்கள்

4.2.4 நான்கு பக்கங்களும், ஒரு மூலைவிட்டமும் கொடுக்கப்பட்டிருக்கும் போது நாற்கரம் அமைத்தல்

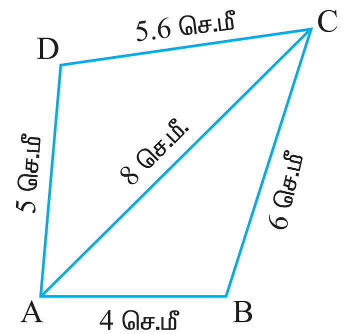
எடுத்துக்காட்டு 4.1

AB = 4 செ.மீ., BC = 6 செ.மீ., CD = 5.6 செ.மீ., DA = 5 செ.மீ., மற்றும் AC = 8 செ.மீ. என்ற அளவுகள் கொண்ட ABCD என்ற நாற்கரம் அமைத்து அதன் பரப்பளவைக் காண்க.

தீர்வு

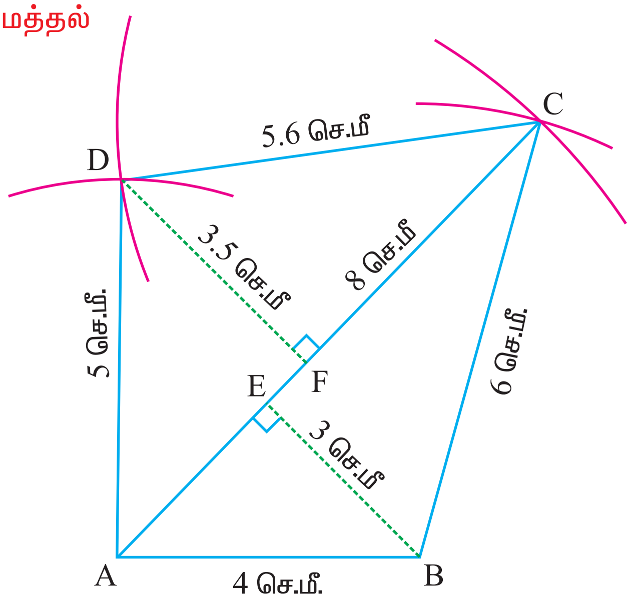
தரவு: AB = 4 செ.மீ., BC = 6 செ.மீ., CD = 5.6 செ.மீ.,
DA = 5 செ.மீ., மற்றும் AC = 8 செ.மீ.

உதவிப்படம்



படம் 4.3

நாற்கரம் அமைத்தல்



படம் 4.4

வரைதலுக்கான படிகள்

படி 1 : உதவிப்படம் ஒன்றினை வரைந்து அதில் கொடுக்கப்பட்ட அளவுகளைக் குறிக்கவும்.

படி 2 : 4 செ.மீ. நீளமுடைய AB என்ற ஒரு கோட்டுத் துண்டை வரையவும்.

படி 3 : A ஐயும் B ஐயும் மையங்களாகக் கொண்டு முறையே 8 செ.மீ., 6 செ.மீ. ஆரங்களை உடைய இரண்டு வட்ட விற்கள் வரையவும். அவை C இல் வெட்டட்டும்.

படி 4 : $\overline{AC}$ மற்றும் $\overline{BC}$ ஐ வரையவும்.

படி 5 : Aஐயும் Cஐயும் மையங்களாகக் கொண்டு முறையே 5 செ.மீ., 5.6 செ.மீ., ஆரங்களையுடைய இரண்டு வட்ட வில்கள் வரையவும். அவை D இல் வெட்டட்டும்.

படி 6 : $\overline{AD}$ மற்றும் $\overline{CD}$ஐ வரையவும். ABCD தேவையான நாற்கரம் ஆகும்.

படி 7 : B, D யிலிருந்து முறையே $\overline{BE} \perp \overline{AC}$ மற்றும் $\overline{DF} \perp \overline{AC}$ ஆகியவற்றை வரையவும். BE, DF இவற்றின் நீளங்களைக் காணவும். BE = $h_1 = 3$ செ.மீ., DF = $h_2 = 3.5$ செ.மீ. AC = d = 8 செ.மீ ஆகும்.

பரப்பளவு கணக்கிடுதல்:

நாற்கரம் ABCD இல், $d = 8$ செ.மீ., $h_1 = 3$ செ.மீ. மற்றும் $h_2 = 3.5$ செ.மீ.

நாற்கரம் ABCD இன் பரப்பளவு $= \frac{1}{2} d\,(h_1 + h_2)$ ச.அ.

$$= \frac{1}{2}(8)(3 + 3.5)$$

$$= \frac{1}{2} \times 8 \times 6.5$$

$= 26$ செ.மீ ^{2}.

4.2.5 நான்கு பக்கங்களும், ஒரு கோணமும் கொடுக்கப்பட்டிருக்கும் போது நாற்கரம் அமைத்தல்

எடுத்துக்காட்டு 4.2

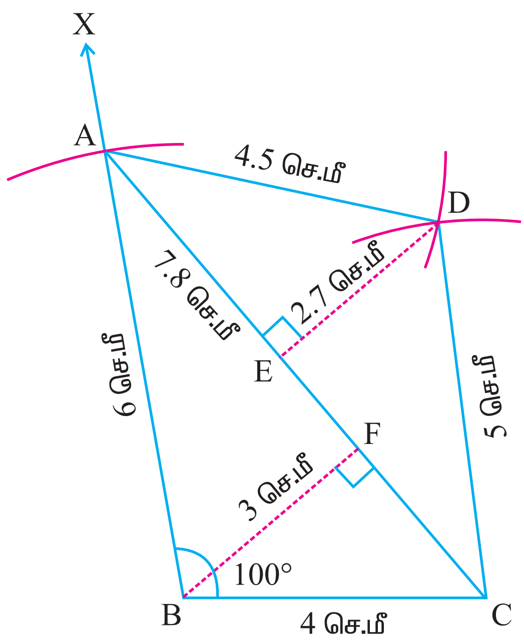
AB = 6 செ.மீ., BC = 4 செ.மீ., CD = 5 செ.மீ., DA = 4.5 செ.மீ. மற்றும் $\angle$ ABC = 100° என்ற அளவுகள் கொண்ட நாற்கரம் அமைத்து அதன் பரப்பளவைக் காணவும்.

தீர்வு

தரவு:

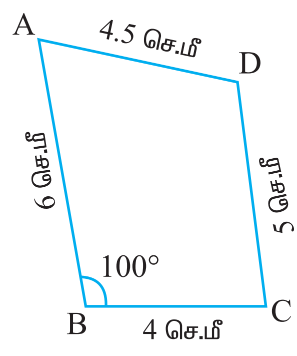
AB = 6 செ.மீ., BC = 4 செ.மீ., CD = 5 செ.மீ., DA = 4.5 செ.மீ. மற்றும் $\angle$ ABC = 100°

நாற்கரம் அமைத்தல்



படம் 4.6

உதவிப்படம்



படம் 4.5

வரைதலுக்கான படிகள்

படி 1 : உதவிப்படம் ஒன்றினை வரைந்து அதில் கொடுக்கப்பட்ட அளவுகளைக் குறிக்கவும்.

படி 2 : 4 செ.மீ., நீளமுடைய BC என்ற ஒரு கோட்டுத் துண்டை வரையவும்.

படி 3 : BC என்ற கோட்டுத்துண்டின் மேல் B இல் $\angle$ CBX = 100° உள்ளவாறு $\overrightarrow{BX}$ஐ அமைக்கவும்.

படி 4 : B ஐ மையமாகக் கொண்டு 6 செ.மீ., ஆரமுடைய ஒரு வட்ட வில் வரையவும். இது $\overrightarrow{BX}$ஐ A இல் வெட்டட்டும்.

படி 5 : CA என்ற கோட்டுத் துண்டை வரையவும். C, A இவற்றை மையங்களாகக் கொண்டு முறையே 5 செ.மீ., 4.5 செ.மீ., ஆரங்களையுடைய இரண்டு வட்ட வில்கள் வரைக. இவை D இல் வெட்டட்டும்.

படி 6 : $\overline{CD}$ மற்றும் $\overline{AD}$ ஐ வரையவும்.
ABCD தேவையான நாற்கரம் ஆகும்.

படி 7 : B, D யிலிருந்து முறையே $\overline{BF} \perp \overline{AC}$ மற்றும் $\overline{DE} \perp \overline{AC}$ ஆகியவற்றை வரையவும். BF, DE இவற்றின் நீளங்களைக் காணவும். BF = $h_1 = 3$ செ.மீ., DE = $h_2 = 2.7$ செ.மீ. AC = d = 7.8 செ.மீ ஆகும்.

பரப்பளவு கணக்கிடுதல்:

நாற்கரம் ABCD இல், d = 7.8 செ.மீ., $h_1 = 3$ செ.மீ. மற்றும் $h_2 = 2.7$ செ.மீ.

நாற்கரம் ABCD இன் பரப்பளவு $= \frac{1}{2} d\,(h_1 + h_2)$

$= \frac{1}{2}(7.8)(3+2.7) = \frac{1}{2} \times 7.8 \times 5.7$

$= 22.23$ செ.மீ^{2}.

4.2.6 மூன்று பக்கங்கள், ஒரு மூலைவிட்டம் மற்றும் ஒரு கோணம் கொடுக்கப் பட்டிருக்கும்போது நாற்கரம் அமைத்தல்

எடுத்துக்காட்டு 4.3

PQ = 4 செ.மீ., QR = 6 செ.மீ., PR = 7 செ.மீ., PS = 5 செ.மீ. மற்றும் $\angle$ PQS = 40° என்ற அளவுகள் கொண்ட PQRS என்ற நாற்கரம் அமைத்து அதன் பரப்பளவைக் கணக்கிடவும்.

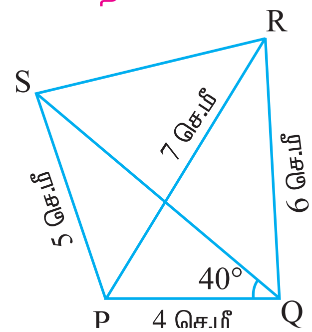
தீர்வு

தரவு: PQ = 4 செ.மீ., QR = 6 செ.மீ., PR = 7 செ.மீ.,
PS = 5 செ.மீ. மற்றும் $\angle$ PQS = 40°

நாற்கரம் அமைத்தல்

வரைதலுக்கான படிகள்

உதவிப்படம்

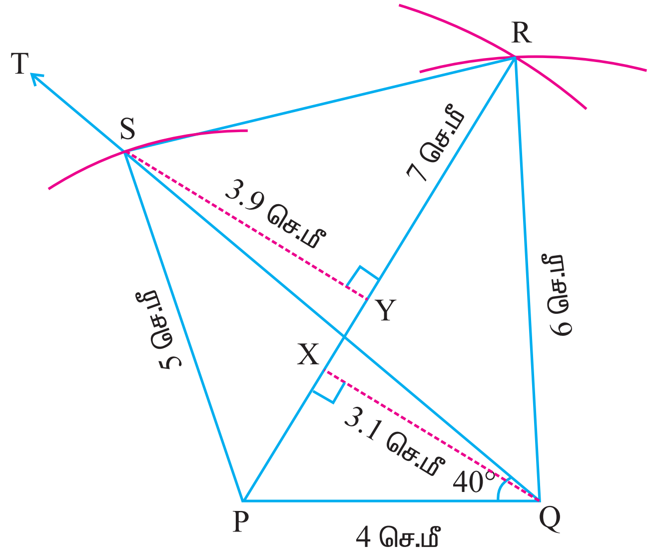


படம் 4.7

படி 1 : உதவிப்படம் ஒன்றினை வரைந்து அதில் கொடுக்கப்பட்ட அளவுகளைக் குறிக்கவும்.

படி 2 : 4 செ.மீ., நீளமுள்ள PQ என்ற கோட்டுத் துண்டை வரையவும்.

படி 3 : P, Q ஆகியவற்றை மையங்களாகக் கொண்டு முறையே 7 செ.மீ., 6 செ.மீ. ஆரங்களையுடைய இரண்டு வட்ட வில்கள் வரையவும். அவை R இல் வெட்டட்டும்.



படம். 4.8

படி 4 : $\overline{PR}$ மற்றும் $\overline{QR}$ ஐ வரையவும்.

படி 5 : $\overline{PQ}$ என்ற கோட்டுத்துண்டின் மேல் Q இடத்து $\angle PQT = 40°$ உள்ளவாறு $\overrightarrow{QT}$ ஐ அமைக்கவும்

படி 6 : P யை மையமாகக் கொண்டு 5 செ.மீ., ஆரமுடைய வட்டவில் ஒன்று வரையவும். இது $\overrightarrow{QT}$ ஐ S இல் வெட்டுகிறது.

படி 7 : $\overline{PS}$ ஐ வரையவும்.

PQRS தேவையான நாற்கரம் ஆகும்.

படி 8 : Q, S யிலிருந்து முறையே $\overline{QX} \perp \overline{PR}$ மற்றும் $\overline{SY} \perp \overline{PR}$ ஆகியவற்றை வரையவும். QX, SY இவற்றின் நீளங்களைக் காணவும்.

$QX = h_1 = 3.1$ செ.மீ., $SY = h_2 = 3.9$ செ.மீ., $PR = d = 7$ செ.மீ. ஆகும்.

பரப்பளவு கணக்கிடுதல்:

PQRS என்ற நாற்கரத்தில், $h_1 = 3.1$ செ.மீ., $h_2 = 3.9$ செ.மீ. மற்றும் $d = 7$ செ.மீ.

நாற்கரம் PQRS இன் பரப்பளவு $= \frac{1}{2} d\,(h_1 + h_2)$

$$= \frac{1}{2}(7)(3.1 + 3.9)$$

$$= \frac{1}{2} \times 7 \times 7$$

$= 24.5$ செ.மீ ^{2}.

4.2.7 மூன்று பக்கங்களும் மற்றும் இரண்டு கோணங்களும் கொடுக்கப்பட்டிருக்கும் போது நாற்கரம் அமைத்தல்

எடுத்துக்காட்டு 4.4

$AB = 6.5$ செ.மீ., $AD = 5$ செ.மீ., $CD = 5$ செ.மீ., $\angle BAC = 40°$ மற்றும் $\angle ABC = 50°$ என்ற அளவுகள் கொண்ட ABCD என்ற நாற்கரம் அமைத்து அதன் பரப்பளவைக் காணவும்.

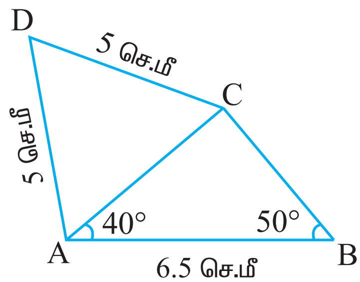
தீர்வு

தரவு:

AB $=$ 6.5 செ.மீ., AD = 5 செ.மீ., CD = 5 செ.மீ.,

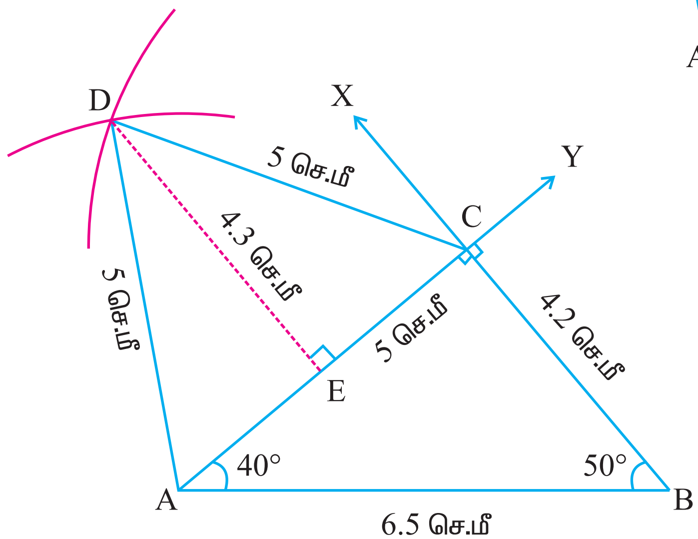
$\angle$ BAC = 40° மற்றும் $\angle$ ABC = 50°

உதவிப்படம்



படம். 4.9

நாற்கரம் அமைத்தல்



படம் 4.10

வரைதலுக்கான படிகள்

படி 1 : உதவிப்படம் ஒன்றினை வரைந்து அதில் கொடுக்கப்பட்ட அளவுகளைக் குறிக்கவும்.

படி 2 : 6.5 செ.மீ. நீளமுடைய AB என்ற ஒரு கோட்டுத் துண்டை வரையவும்.

படி 3 : AB என்ற கோட்டுத்துண்டின் மேல் A இல் $\angle$ BAX = 40° உள்ளவாறும், B இல் $\angle$ ABY = **50°** உள்ளவாறும் $\overrightarrow{AX}$, $\overrightarrow{BY}$ஐ வரைக. $\overrightarrow{AX}$, $\overrightarrow{BY}$இவை C இல் வெட்டட்டும்.

படி 4 : A மற்றும் C களை மையங்களாகக் கொண்டு 5 செ.மீ., ஆரத்திற்கு இரு வட்ட வில்கள் வரையவும். அவை D இல் வெட்டட்டும்.

படி 5 : $\overline{AD}$ மற்றும் $\overline{CD}$ ஐ வரையவும்.

ABCD தேவையான நாற்கரம் ஆகும்.

படி 6 : B, D யிலிருந்து முறையே $\overline{BC} \perp \overline{AC}$ மற்றும் $\overline{DE} \perp \overline{AC}$ ஆகியவற்றை வரையவும்.

BC, DE இவற்றின் நீளங்களைக் காணவும். BC = $h_1 = 4.2$ செ.மீ., DE = $h_2 = 4.3$ செ.மீ., மற்றும் AC = d = 5 செ.மீ. ஆகும்.

பரப்பளவு கணக்கிடுதல்:

ABCD என்ற நாற்கரத்தில், $d = 5$ செ.மீ., $h_1 = 4.2$ செ.மீ. மற்றும் $h_2 = 4.3$ செ.மீ.

நாற்கரம் ABCD இன் பரப்பளவு $= \frac{1}{2} d\,(h_1 + h_2)$

$= \frac{1}{2}(5)(4.2 + 4.3)$

$= \frac{1}{2} \times 5 \times 8.5 = 21.25$ செ.மீ ^{2}.

4.2.8 இரண்டு பக்கங்கள் மற்றும் மூன்று கோணங்கள் கொடுக்கப்பட்டிருக்கும் போது நாற்கரம் அமைத்தல்

எடுத்துக்காட்டு 4.5

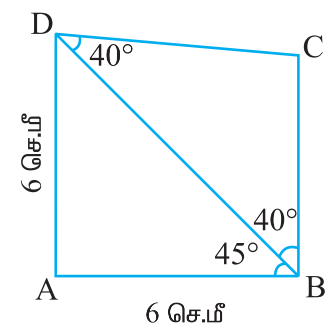
AB = 6 செ.மீ., AD = 6 செ.மீ., $\angle$ ABD = 45°, $\angle$ BDC = 40° மற்றும் $\angle$ DBC = 40° என்ற அளவுகள் கொண்ட ABCD என்ற நாற்கரம் அமைத்து அதன் பரப்பளவைக் கணக்கிடவும்.

தீர்வு

தரவு: AB = 6 செ.மீ., AD = 6 செ.மீ.,

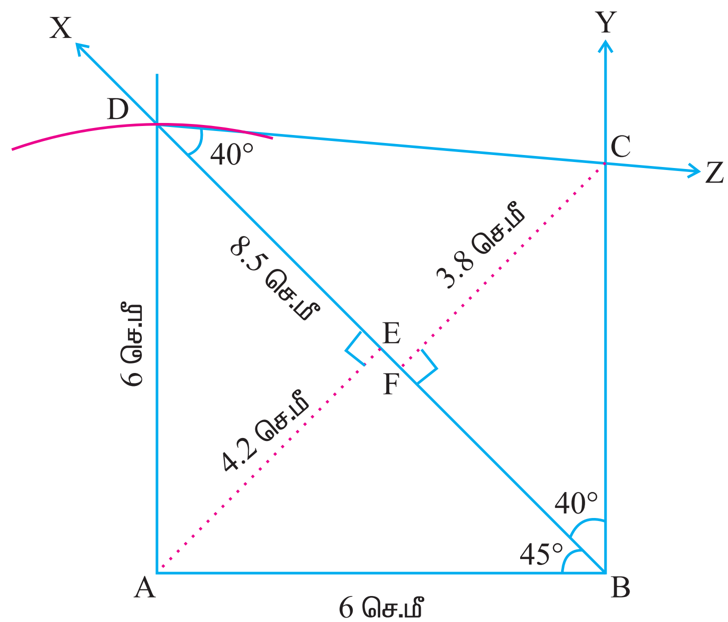
$\angle$ ABD = 45°, $\angle$ BDC = 40° மற்றும் $\angle$ DBC = 40°

உதவிப்படம்



படம் 4.11

நாற்கரம் அமைத்தல்



படம் 4.12

வரைதலுக்கான படிகள்

படி 1 : உதவிப்படம் ஒன்றினை வரைந்து அதில் கொடுக்கப்பட்ட அளவுகளைக் குறிக்கவும்.

படி 2 : 6 செ.மீ. நீளமுடைய AB என்ற கோட்டுத்துண்டை வரையவும்.

படி 3 : AB என்ற கோட்டுத்துண்டின் மேல் B யிடத்து $\angle ABX = 45^\circ$ உள்ளவாறு $\overrightarrow{BX}$ஐ அமைக்கவும்.

படி 4 : A ஐ மையமாகக் கொண்டு 6 செ.மீ., ஆரமுடைய வட்ட வில் வரையவும். அது $\overrightarrow{BX}$ ஐ D இல் வெட்டட்டும்.

படி 5 : $\overline{AD}$ ஐ வரையவும்.

படி 6 : B இல் $\overline{BD}$ இன் மீது $\angle DBY = 40°$ உள்ளவாறு $\overrightarrow{BY}$ ஐ அமைக்கவும்.

படி 7 : D இல் $\overline{BD}$ இன் மீது $\angle BDZ = 40°$ உள்ளவாறு $\overrightarrow{DZ}$ ஐ அமைக்கவும்.

படி 8 : $\overrightarrow{BY}$, $\overrightarrow{DZ}$ என்பன C இல் வெட்டட்டும்.

ABCD தேவையான நாற்கரம் ஆகும்.

படி 9 : A, C யிலிருந்து முறையே $\overline{AE} \perp \overline{BD}$ மற்றும் $\overline{CF} \perp \overline{BD}$ ஆகியவற்றை வரையவும்.

AE மற்றும் CF இன் நீளங்களைக் காணவும்.

$AE = h_1 = 4.2$ செ.மீ.,, $CF = h_2 = 3.8$ செ.மீ., மற்றும் $BD = d = 8.5$ செ.மீ.

பரப்பளவு கணக்கிடுதல்:

ABCD என்ற நாற்கரத்தில், $d = 8.5$ செ.மீ., $h_1 = 4.2$ செ.மீ. மற்றும் $h_2 = 3.8$ செ.மீ.

நாற்கரம் ABCD இன் பரப்பளவு $= \frac{1}{2} d\,(h_1 + h_2)$

$$= \frac{1}{2}(8.5)\,(4.2 + 3.8)$$

$$= \frac{1}{2} \times 8.5 \times 8 \ = \ 34 \text{ செ.மீ}^2.$$

பயிற்சி 4.1

கொடுக்கப்பட்ட அளவுகளைக் கொண்டு ABCD என்ற நாற்கரம் வரைந்து அதன் பரப்பளவைக் கணக்கிடவும்.

1. AB = 5 செ.மீ, BC = 6 செ.மீ, CD = 4 செ.மீ, DA= 5.5 செ.மீ மற்றும் AC = 7 செ.மீ.
2. AB =7 செ.மீ, BC = 6.5 செ.மீ, AC = 8 செ.மீ, CD = 6 செ.மீ மற்றும் DA = 4.5 செ.மீ.
3. AB = 8 செ.மீ, BC = 6.8 செ.மீ, CD = 6 செ.மீ, AD = 6.4 செ.மீ மற்றும் $\angle B = 50°$.
4. AB = 6 செ.மீ, BC = 7 செ.மீ, AD = 6 செ.மீ, CD = 5 செ.மீ மற்றும் $\angle BAC = 45°$.
5. AB = 5.5 செ.மீ, BC = 6.5 செ.மீ, BD = 7 செ.மீ, AD = 5 செ.மீ மற்றும் $\angle BAC = 50°$.
6. AB = 7 செ.மீ, BC = 5 செ.மீ, AC = 6 செ.மீ, CD = 4 செ.மீ மற்றும் $\angle ACD = 45°$.
7. AB = 5.5 செ.மீ, BC = 4.5 செ.மீ, AC = 6.5 செ.மீ, $\angle CAD = 80°$ மற்றும் $\angle ACD = 40°$.
8. AB = 5 செ.மீ, BD = 7 செ.மீ, BC = 4 செ.மீ, $\angle BAD = 100°$ மற்றும் $\angle DBC = 60°$.
9. AB = 4 செ.மீ, AC = 8 செ.மீ, $\angle ABC = 100°$, $\angle ABD = 50°$ மற்றும் $\angle CAD = 40°$.
10. AB = 6 செ.மீ, BC = 6 செ.மீ, $\angle BAC = 50°$, $\angle ACD = 30°$ மற்றும் $\angle CAD = 100°$.

கணக்கு

4.3 சரிவகம்

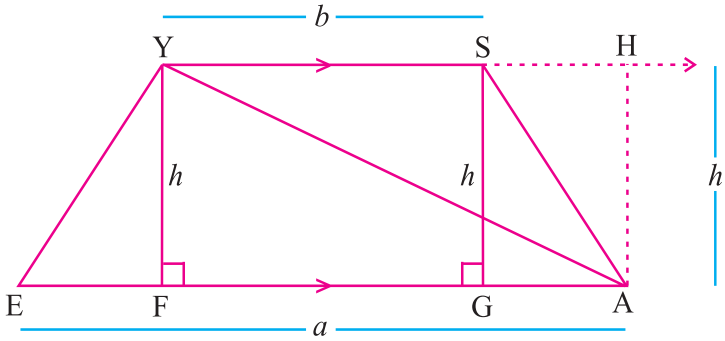
4.3.1 அறிமுகம்

ஏழாம் வகுப்பில் சரிவகம், இருசமபக்க சரிவகம் என்ற சிறப்பு நாற்கரங்களைப் பற்றியும், அவற்றின் பண்புகளையும் கற்றறிந்துள்ளோம். இப்பொழுது சரிவகத்தின் வரையறையை நினைவு கூர்க.

ஒரு நாற்கரத்தில் ஒரு சோடி எதிர்ப்பக்கங்கள் மட்டும் இணையாக இருப்பின் அந்த நாற்கரம் சரிவகம் ஆகும்.

4.3.2 சரிவகத்தின் பரப்பளவு

EASY என்ற சரிவகத்தை எடுத்துக்கொள்வோம்.



படம் 4.13

கொடுக்கப்பட்ட சரிவகத்தில் $\overline{YA}$ என்ற மூலைவிட்டத்தை வரைந்து இரு முக்கோணங்களாகப் பிரிக்கலாம்.

$\triangle$ EAY இன் அடிப்பக்கம் = $\overline{EA}$ (EA = a அலகுகள்)

$\triangle$ YAS இன் அடிப்பக்கம் = $\overline{YS}$ (YS = b அலகுகள்)

$\overline{EA} \,||\, \overline{YS}$ என்று நாம் அறிவோம்.

மேலும் $YF = HA = h$ அலகுகள்

$\triangle$ EAY இன் பரப்பளவு = $\frac{1}{2}\,ah$. இது போலவே, $\triangle$ YAS இன் பரப்பளவு = $\frac{1}{2}\,bh$.

எனவே,

சரிவகம் EASY இன் பரப்பளவு = $\triangle$ EAY இன் பரப்பளவு + $\triangle$ YAS இன் பரப்பளவு

$$= \frac{1}{2}\,ah + \frac{1}{2}\,bh$$

$$= \frac{1}{2}\,h\,(a + b) \text{ சதுர அலகுகள்.}$$

$$= \frac{1}{2} \times \text{உயரம்} \times (\text{இணைப்பக்க அளவுகளின் கூடுதல்}) \text{ சதுர அலகுகள்.}$$

சரிவகத்தின் பரப்பளவு

$A = \frac{1}{2}\,h\,(a + b)$ ச.அ. 'a' மற்றும் 'b' என்பவை இணைப்பக்கங்களின் நீளங்கள், மேலும் h என்பது இணைப்பக்கங்களுக்கு இடையேயுள்ள செங்குத்துத் தொலைவு ஆகும்.

4.3.3 சரிவகம் அமைத்தல்

பொதுவாக, நாம் சரிவகத்தை வரையும் பொழுது, அதிக நீளமுள்ள இணைப் பக்கத்தை அடிப்பக்கமாக எடுத்துக் கொள்கிறோம். இந்த அடிப்பக்கத்தின் மீது கொடுக்கப்பட்ட அளவுகளுக்கு ஒரு முக்கோணம் வரைய வேண்டும். இம்முக்கோணம் இணைப்பக்கங்களுக்கு இடையில் அமையுமாறு வரைய வேண்டும்.

இப்பொழுது, முக்கோணத்தின் அடிப்பக்கத்திற்கு எதிராக அமையும் உச்சி, சரிவகத்தின் அடிப்பக்கத்திற்கு எதிராக உள்ள இணை கோட்டில் அமைகின்றது. இந்த உச்சியின் வழியாக அடிப்பக்கத்திற்கு இணையாக ஒரு கோடு வரைகின்றோம்.

சரிவகத்தின் நான்காவது உச்சி இக்கோட்டில் அமைகின்றது. கொடுக்கப்பட்ட அளவுகளில் எஞ்சியுள்ள அளவின் உதவியால் இந்த நான்காவது உச்சி குறிக்கப்படுகின்றது. பின்னர் தக்க உச்சிகளைக் கோட்டுத் துண்டுகளின் மூலம் முறையாகச் சேர்ப்பதால் சரிவகம் நமக்குக் கிடைக்கின்றது.

ஒரு சரிவகத்தை வரைய ஒன்றுக்கொன்று தொடர்பற்ற நான்கு அளவுகள் கொடுக்கப்பட வேண்டும்.

பின்வரும் அளவுகள் கொடுக்கப்பட்டிருந்தால் நாம் சரிவகத்தை வரைய இயலும்:

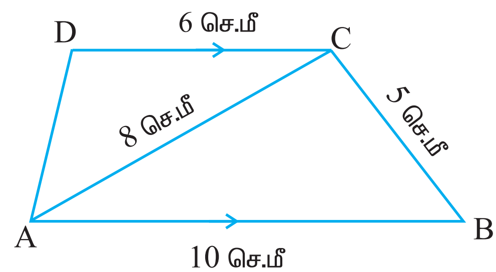
(i) மூன்று பக்கங்கள், ஒரு மூலைவிட்டம்
(ii) மூன்று பக்கங்கள், ஒரு கோணம்
(iii) இரண்டு பக்கங்கள், இரண்டு கோணங்கள்
(iv) நான்கு பக்கங்கள்

4.3.4 மூன்று பக்கங்களும், ஒரு மூலைவிட்டமும் கொடுக்கப்பட்டிருக்கும் போது சரிவகம் அமைத்தல்

எடுத்துக்காட்டு 4.6

$\overline{AB} \parallel \overline{DC}$. AB = 10 செ.மீ., BC = 5 செ.மீ., AC = 8 செ.மீ. மற்றும் CD = 6 செ.மீ. அளவுகள் கொண்ட ABCD என்ற சரிவகம் அமைத்து அதன் பரப்பளவைக் காண்க.

உதவிப்படம்



படம் 4.14

தீர்வு

தரவு : $\overline{AB} \parallel \overline{DC}$.

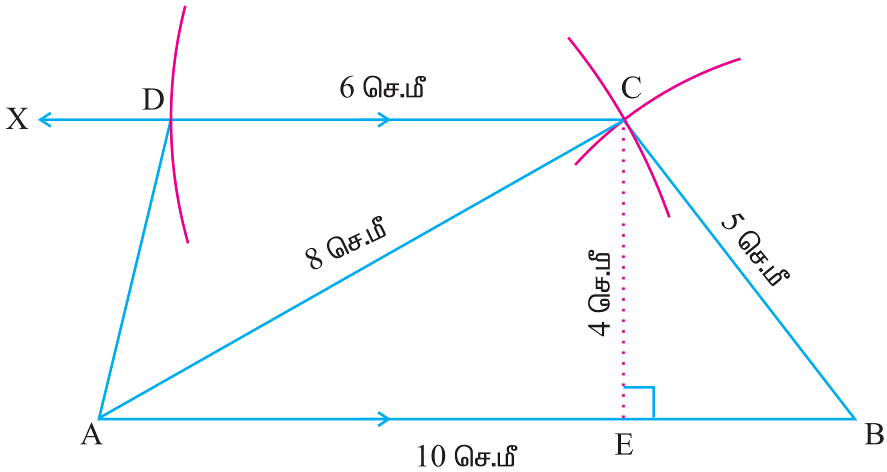
AB = 10 செ.மீ., BC = 5 செ.மீ., AC = 8 செ.மீ. மற்றும் CD = 6 செ.மீ.

சரிவகம் அமைத்தல்

வரைதலுக்கான படிகள்

படி 1 : உதவிப்படம் ஒன்றினை வரைந்து அதில் கொடுக்கப்பட்ட அளவுகளைக் குறிக்கவும்.

படி 2 : 10 செ.மீ. நீளமுடைய AB என்ற ஒரு கோட்டுத்துண்டை வரையவும்.



படம் 4.15

படி 3 : A யையும், B யையும் மையங்களாகக் கொண்டு முறையே 8 செ.மீ., 5 செ.மீ., ஆர அளவுகளையுடைய இரண்டு வட்ட வில்கள் வரையவும். அவை C இல் வெட்டட்டும்.

படி 4 : $\overline{AC}$ மற்றும் $\overline{BC}$ ஐ வரையவும்.

படி 5 : BA க்கு இணையாக $\overrightarrow{CX}$ ஐ மூலைவிட்டங்களைப் பயன்படுத்தி வரையவும்.

படி 6 : C ஐ மையமாகக்கொண்டு 6 செ.மீ., ஆரமுடைய ஒரு வட்டவில் $\overrightarrow{CX}$ ஐ D இல் வெட்டுமாறு வரையவும்.

படி 7 : $\overline{AD}$ ஐ வரையவும்.

ABCD தேவையான சரிவகம் ஆகும்.

படி 8 : C யிலிருந்து $\overline{AB}$ க்கு $\overline{CE} \perp \overline{AB}$ ஆக வரையவும்.

CE இன் அளவு காணவும்.

CE = h = 4 செ.மீ. AB = a = 10 செ.மீ., DC = b = 6 செ.மீ. ஆகும்.

பரப்பளவு கணக்கிடுதல்:

ABCD என்ற சரிவகத்தில், a = 10 செ.மீ., b = 6 செ.மீ. மற்றும் h = 4 செ.மீ.

$$\text{சரிவகம் ABCD இன் பரப்பளவு} = \frac{1}{2}h(a+b)$$
$$= \frac{1}{2}(4)(10+6)$$
$$= \frac{1}{2} \times 4 \times 16 = 32 \text{ செ.மீ}^2.$$

4.3.5 மூன்று பக்கங்களும், ஒரு கோணமும் கொடுக்கப்பட்டிருக்கும் போது சரிவகம் அமைத்தல்

எடுத்துக்காட்டு 4.7

$\overline{PQ} \parallel \overline{SR}$. PQ = 8 செ.மீ., $\angle PQR = 70°$, QR = 6 செ.மீ. மற்றும் PS = 6 செ.மீ. ஆகிய அளவுகள் கொண்ட PQRS என்ற சரிவகம் அமைத்து அதன் பரப்பளவைக் காண்க.

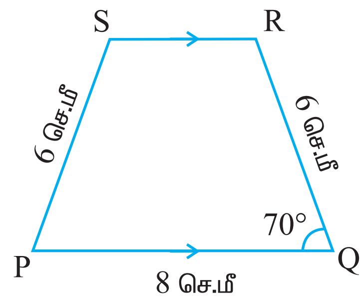
தீர்வு

தரவு: $\overline{PQ} \parallel \overline{SR}$

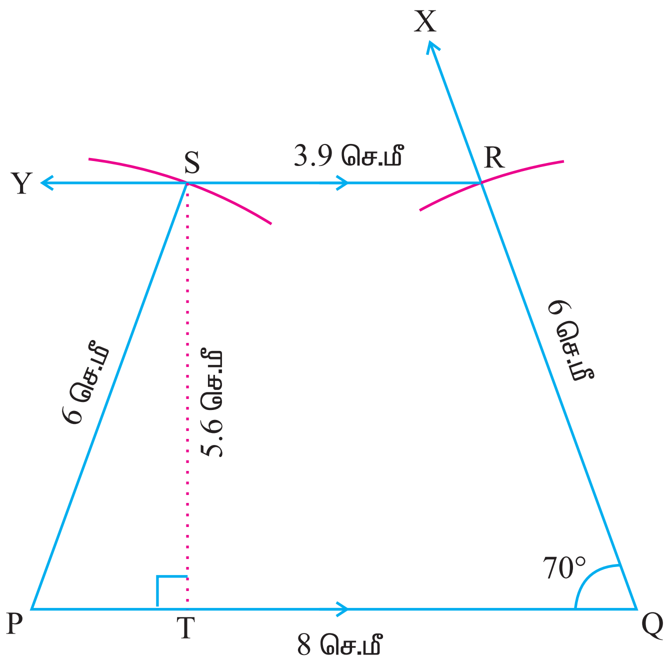
$PQ = 8$ செ.மீ., $\angle PQR = 70°$, $QR = 6$ செ.மீ. மற்றும் $PS = 6$ செ.மீ.

சரிவகம் அமைத்தல்

உதவிப்படம்



படம் 4.16



படம் 4.17

வரைதலுக்கான படிகள்

படி 1 : உதவிப்படம் ஒன்றினை வரைந்து அதில் கொடுக்கப்பட்ட அளவுகளைக் குறிக்கவும்.

படி 2 : 8 செ.மீ. நீளமுடைய PQ என்ற ஒரு கோட்டுத்துண்டை வரையவும்.

படி 3 : PQ என்ற கோட்டுத்துண்டின் மேல் Q இல் $\angle PQX = 70°$ உள்ளவாறு $\overrightarrow{QX}$ ஐ வரையவும்.

படி 4 : Q ஐ மையமாகக் கொண்டு 6 செ.மீ. ஆரமுடைய வட்டவில் ஒன்று வரையவும். இது $\overrightarrow{QX}$ ஐ R இல் வெட்டட்டும்.

படி 5 : $\overline{QP}$ க்கு இணையாக $\overrightarrow{RY}$ ஐ வரையவும்.

படி 6 : P ஐ மையமாகக் கொண்டு 6 செ.மீ. ஆரமுடைய வட்டவில் ஒன்று $\overrightarrow{RY}$ ஐ S இல் வெட்டுமாறு வரையவும்.

படி 7 : கோட்டுத்துண்டு PS ஐ வரையவும்.

PQRS தேவையான சரிவகம் ஆகும்.

படி 8 : S இலிருந்து $\overline{PQ}$ க்கு, $\overline{ST} \perp \overline{PQ}$ ஆக வரையவும். ST இன் அளவு காணவும். $ST = h = 5.6$ செ.மீ.,

$PQ = a = 8$ செ.மீ., $RS = b = 3.9$ செ.மீ. ஆகும்.

பரப்பளவு கணக்கிடுதல்:

PQRS என்ற சரிவகத்தில், $a = 8$ செ.மீ., $b = 3.9$ செ.மீ. மற்றும் $h = 5.6$ செ.மீ.

சரிவகம் PQRS இன் பரப்பளவு $= \frac{1}{2}h(a+b)$

$= \frac{1}{2}(5.6)(8+3.9)$

$= \frac{1}{2} \times 5.6 \times 11.9$

$= 33.32$ செ.மீ ².

4.3.6 இரண்டு பக்கங்களும், இரண்டு கோணங்களும் கொடுக்கப்பட்டிருக்கும் போது சரிவகம் அமைத்தல்

எடுத்துக்காட்டு 4.8

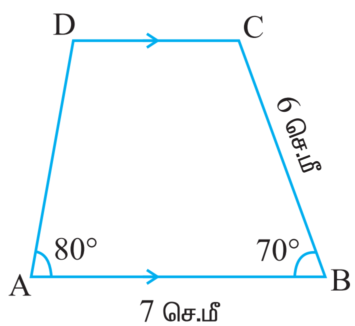
$\overline{AB} \parallel \overline{DC}$. AB = 7 செ.மீ., BC = 6 செ.மீ., $\angle$ BAD = 80° மற்றும் $\angle$ ABC = 70° ஆகிய அளவுகள் கொண்ட ABCD என்ற சரிவகம் அமைத்து அதன் பரப்பளவைக் காண்க.

தீர்வு

தரவு: $\overline{AB} \parallel \overline{DC}$ AB = 7 செ.மீ., BC = 6 செ.மீ.,

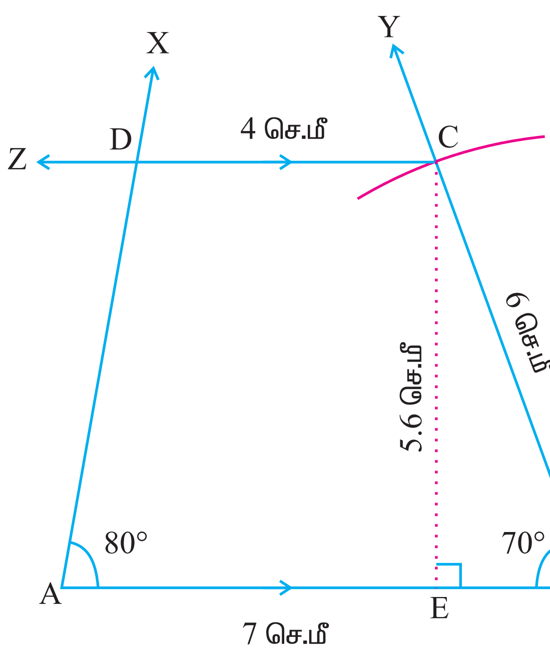
$\angle$ BAD = 80° மற்றும் $\angle$ ABC = 70°

உதவிப்படம்



படம் 4.18

சரிவகம் அமைத்தல்



படம் 4.19

வரைதலுக்கான படிகள்

படி 1 : உதவிப்படம் ஒன்றினை வரைந்து அதில் கொடுக்கப்பட்ட அளவுகளைக் குறிக்கவும்.

படி 2 : 7 செ.மீ. நீளமுடைய AB என்ற ஒரு கோட்டுத்துண்டை வரையவும்.

படி 3 : AB என்ற கோட்டுத்துண்டின் மேல் A இடத்து $\angle$ BAX = 80° உள்ளவாறு $\overrightarrow{AX}$ஐ அமைக்கவும்.

படி 4 : AB என்ற கோட்டுத்துண்டின் மேல் B இடத்து $\angle$ ABY = 70° உள்ளவாறு $\overrightarrow{BY}$ஐ அமைக்கவும்.

படி 5 : B ஐ மையமாகக் கொண்டு 6 செ.மீ. ஆரமுடைய வட்டவில் ஒன்று வரையவும். இந்த வில் $\overrightarrow{BY}$ ஐ C இல் வெட்டட்டும்.

படி 6 : $\overline{AB}$ க்கு இணையாக C இன் வழியாக $\overrightarrow{CZ}$ ஐ வரையவும்.

இது $\overrightarrow{AX}$ஐ D இல் வெட்டட்டும். ABCD தேவையான சரிவகம் ஆகும்.

படி 7 : C யிலிருந்து $\overline{AB}$ க்கு $\overline{CE} \perp \overline{AB}$ ஆக வரையவும். CE யின் அளவு காணவும்.

CE = h = 5.6 செ.மீ. மற்றும் CD = b = 4 செ.மீ. ஆகும்.

AB = a = 7 செ.மீ.

பரப்பளவு கணக்கிடுதல்:

சரிவகம் ABCD இல், a = 7 செ.மீ., b = 4 செ.மீ., மற்றும் h = 5.6 செ.மீ.

சரிவகம் ABCD இன் பரப்பளவு $= \frac{1}{2} h(a+b)$

$$= \frac{1}{2}(5.6)\ (7+4)$$

$$= \frac{1}{2} \times 5.6 \times 11$$

= 30.8 செ.மீ ^{2}.

4.3.7 நான்கு பக்கங்கள் கொடுக்கப்பட்டிருக்கும் போது சரிவகம் அமைத்தல்

எடுத்துக்காட்டு 4.9

$\overline{AB} \parallel \overline{DC}$. AB = 7 செ.மீ., BC = 5 செ.மீ., CD = 4 செ.மீ. மற்றும் AD = 5 செ.மீ., ஆகிய அளவுகள் கொண்ட ABCD என்ற சரிவகம் அமைத்து அதன் பரப்பளவைக் காண்க.

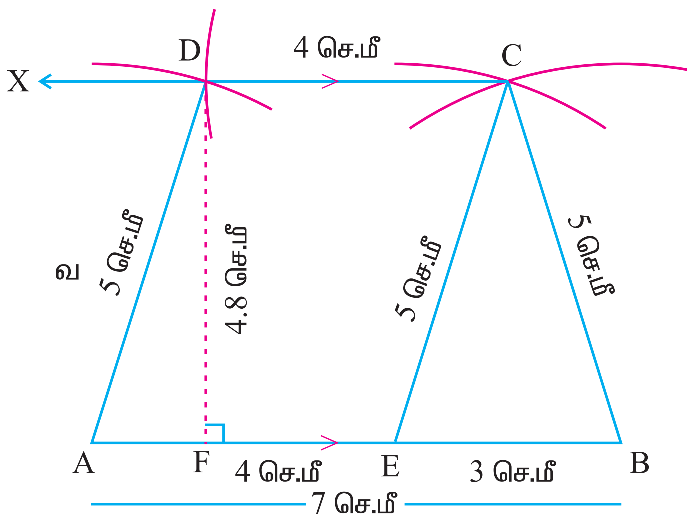
தீர்வு

தரவு: $\overline{AB} \parallel \overline{DC}$.

AB = 7 செ.மீ., BC = 5 செ.மீ.,

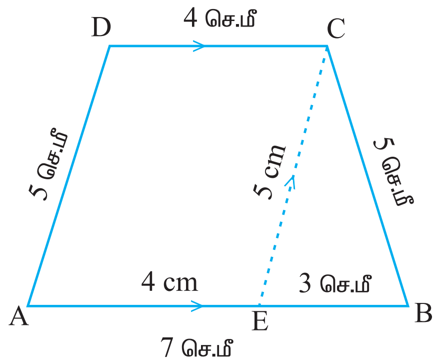
CD = 4 செ.மீ. மற்றும் AD = 5 செ.மீ.

சரிவகம் அமைத்தல்



படம் 4.21

உதவிப்படம்



படம் 4.20

வரைதலுக்கான படிகள்

படி 1 : உதவிப்படம் ஒன்றினை வரைந்து அதில் கொடுக்கப்பட்ட அளவுகளைக் குறிக்கவும்.

$\overline{CE} \parallel \overline{DA}$ ஆக வரையவும். AECD ஓர் இணைகரம் ஆகும்.

$\therefore$ EC = 5 செ.மீ., AE = DC = 4 செ.மீ.,

படி 2 : 7 செ.மீ. நீளமுடைய AB என்ற ஒரு கோட்டுத்துண்டை வரையவும்.

படி 3 : DC = 4 செ.மீ. என்பதால் AB இல் AE = 4 செ.மீ. உள்ளவாறு E என்ற புள்ளியைக் குறிக்கவும்.

படி 4 : B மற்றும் E ஐ மையங்களாகக் கொண்டு 5 செ.மீ., ஆர அளவுகளுடைய இரண்டு வட்ட வில்கள் வரையவும். அவை வெட்டும் புள்ளியை C எனக் குறிக்கவும்.

படி 5 : $\overline{BC}$ மற்றும் $\overline{EC}$ ஐ வரையவும்.

படி 6 : C மற்றும் A ஐ மையங்களாகக் கொண்டு முறையே 4 செ.மீ., மற்றும் 5 செ.மீ., ஆரங்களையுடைய இரண்டு வட்ட வில்கள் வரையவும். அவை D இல் வெட்டட்டும்.

படி 7 : $\overline{AD}$ மற்றும் $\overline{CD}$ ஐ வரையவும்.

ABCD என்பது தேவையான சரிவகம் ஆகும்.

படி 8 : D யிலிருந்து $\overline{AB}$க்கு $\overline{DF} \perp \overline{AB}$ ஆக வரையவும். DF இன் அளவு காணவும். DF = h = 4.8 செ.மீ.

AB = a = 7 செ.மீ., CD = b = 4 செ.மீ. ஆகும்.

பரப்பளவு கணக்கிடுதல்:

சரிவகம் ABCD இல், $a = 7$ செ.மீ., $b = 4$ செ.மீ., மற்றும் $h = 4.8$ செ.மீ.

சரிவகம் ABCD இன் பரப்பளவு $= \frac{1}{2}\, h\,(a+b)$

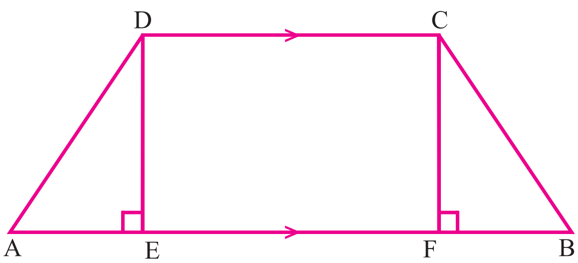
$$= \frac{1}{2}(4.8)\ (7+4)$$

$$= \frac{1}{2} \times 4.8 \times 11$$

$$= 2.4 \times 11 = 26.4 \text{ செ.மீ}^2.$$

4.3.8 இருசமபக்க சரிவகம்

படம் **6.22** இல் ABCD ஒரு இருசமபக்க சரிவகம். இதில்



படம் 4.22

(i) இணையில்லாப் பக்கங்கள் AD மற்றும் BC இன் அளவுகள் சமம்.
அதாவது, AD = BC.

(ii) $\angle A = \angle B$.
மற்றும் $\angle ADC = \angle BCD$

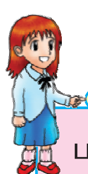
(iii) மூலைவிட்டங்களின் அளவுகள் சமம்.
அதாவது, AC = BD

(iv) AE = BF, ($\overline{DE} \perp \overline{AB}$, $\overline{CF} \perp \overline{BA}$)

ஒரு இருசமபக்க சரிவகத்தில்

(i) ஒரு சோடி எதிர்ப் பக்கங்கள் இணை
(ii) இணையில்லாப் பக்கங்கள் சமம்

என்பதால் இருசமபக்க சரிவகம் அமைத்திட ஒன்றுக்கொன்று தொடர்பில்லாத மூன்று அளவுகள் மட்டுமே நமக்குத் தேவைப்படுகின்றன.



நீவிர் அறிவீரா?

பழங்கால இந்தியர்கள் நாற்கரங்களின் பல பண்புகளை அறிந்திருந்தனர் என்பது குறிப்பிடத்தக்கது. "பௌத்தயான சூத்ராஸ்" என்னும் நூலில் தெளிவாகக் குறிப்பிடப்பட்ட இரண்டு வடிவியல் தேற்றங்கள் கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளன.

i) செவ்வகத்தின் இரு மூலைவிட்டங்கள் ஒன்றையொன்று இரு சமக் கூறிடும். அவை செவ்வகத்தினை நான்கு சமப் பகுதிகளாகப் பிரிக்கும்.

ii) சாய்சதுரத்தின் மூலைவிட்டங்கள் ஒன்றையொன்று செங்குத்தாக இரு சமக் கூறிடும்.

கணக்கு

4.3.9 இரு சமபக்க சரிவகம் அமைத்தல்

எடுத்துக்காட்டு 4.10

$\overline{AB} \parallel \overline{DC}$. AB = 11 செ.மீ., DC = 7 செ.மீ. மற்றும் AD = BC = 6 செ.மீ. அளவுகள் கொண்ட ABCD என்ற இருசமபக்க சரிவகம் அமைத்து அதன் பரப்பளவைக் காண்க.

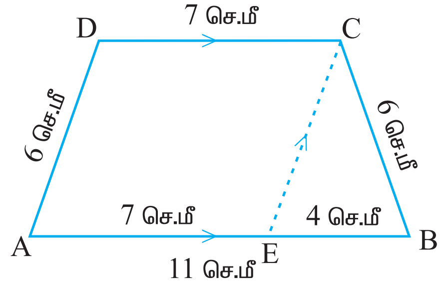
தீர்வு

தரவு: $\overline{AB} \parallel \overline{DC}$.

AB = 11 செ.மீ., DC = 7 செ.மீ. மற்றும்

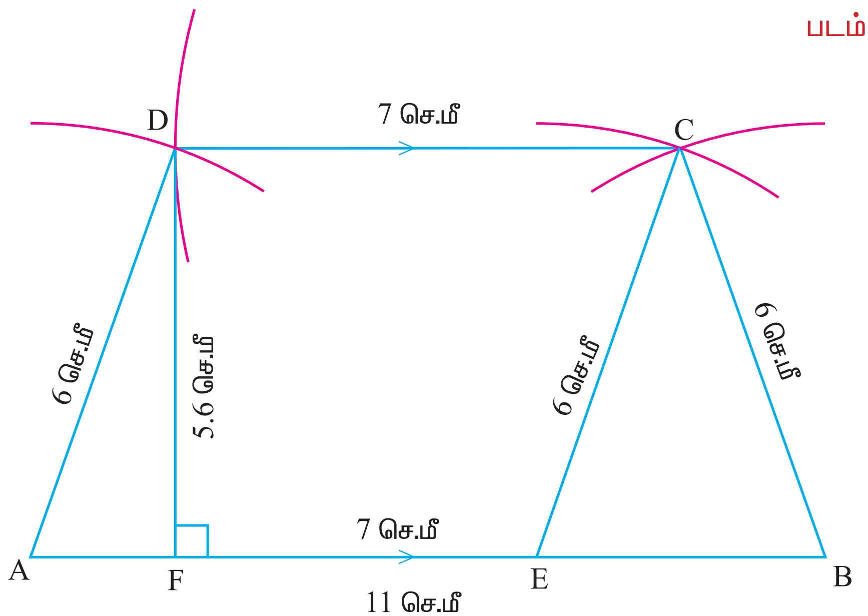
AD = BC = 6 செ.மீ.

உதவிப் படம்



படம் 4.23

இருசமபக்க சரிவகம் அமைத்தல்



படம் 4.24

வரைதலுக்கான படிகள்

படி 1 : உதவிப்படம் ஒன்றினை வரைந்து அதில் கொடுக்கப்பட்ட அளவுகளைக் குறிக்கவும்.

படி 2 : 11 செமீ நீளமுடைய AB என்ற ஒரு கோட்டுத்துண்டை வரையவும்.

படி 3 : DC = 7 செ.மீ., என்பதால் $\overline{AB}$ இல் AE = 7 செ.மீ., உள்ளவாறு E என்ற புள்ளியைக் குறிக்கவும்.

படி 4 : E, B இவற்றை மையங்களாகக் கொண்டு (AD = EC = 6 செ.மீ.) 6 செ.மீ. ஆர அளவுடைய இரு வட்ட வில்கள் வரையவும். அவை வெட்டுமிடம் C எனக் குறிக்கவும்.

படி 5 : $\overline{BC}$ மற்றும் $\overline{EC}$ ஐ வரையவும்.

படி 6 : C, A இவற்றை மையங்களாகக் கொண்டு முறையே 7 செ.மீ. மற்றும் 6 செ.மீ. ஆர அளவுகளையுடைய இரு வட்ட வில்கள் வரையவும். அவை வெட்டுமிடம் D எனக் குறிக்கவும்.

படி 7 : $\overline{AD}$ மற்றும் $\overline{CD}$ ஐ வரையவும்.

ABCD தேவையான இருசமபக்க சரிவகம் ஆகும்.

படி 8 : D யிலிருந்து $\overline{AB}$ க்கு $\overline{DF} \perp \overline{AB}$ ஆக வரையவும். DF இன் அளவு காணவும்.

DF = h = 5.6 செ.மீ. AB = a = 11 செ.மீ. மற்றும் CD = b = 7 செ.மீ. ஆகும்.

பரப்பளவு கணக்கிடுதல்:

ABCD என்ற இருசமபக்க சரிவகத்தில், a = 11 செ.மீ., b = 7 செ.மீ., மற்றும் h = 5.6 செ.மீ.

இருசமபக்க சரிவகம் ABCD இன் பரப்பளவு $= \frac{1}{2} h(a+b)$

$= \frac{1}{2} (5.6)\ (11+7)$

$= \frac{1}{2} \times 5.6 \times 18$ = 50.4 செ.மீ ^{2}.

பயிற்சி 4.2

I. கொடுக்கப்பட்ட அளவுகளைக் கொண்டு PQRS என்ற சரிவகம் அமைத்து அதன் பரப்பளவைக் காணவும்.

1. $\overline{PQ} \parallel \overline{SR}$. PQ = 6.8 செ.மீ., QR = 7.2 செ.மீ., PR = 8.4 செ.மீ. மற்றும் RS = 8 செ.மீ.
2. $\overline{PQ} \parallel \overline{SR}$. PQ = 8 செ.மீ., QR = 5 செ.மீ., PR = 6 செ.மீ. மற்றும் RS = 4.5 செ.மீ.
3. $\overline{PQ} \parallel \overline{SR}$. PQ = 7 செ.மீ., $\angle$ Q = 60°, QR = 5 செ.மீ., மற்றும் RS = 4 செ.மீ.
4. $\overline{PQ} \parallel \overline{SR}$. PQ = 6.5 செ.மீ., QR = 7 செ.மீ., $\angle$ PQR = 85° மற்றும் PS = 9 செ.மீ.
5. $\overline{PQ} \parallel \overline{SR}$. PQ = 7.5 செ.மீ., PS = 6.5 செ.மீ., $\angle$ QPS = 100° மற்றும் $\angle$ PQR = 45°.
6. $\overline{PQ} \parallel \overline{SR}$. PQ = 6 செ.மீ., PS = 5 செ.மீ., $\angle$ QPS = 60° மற்றும் $\angle$ PQR = 100°.
7. $\overline{PQ} \parallel \overline{SR}$. PQ = 8 செ.மீ., QR = 5 செ.மீ., RS = 6 செ.மீ. மற்றும் SP = 4 செ.மீ..
8. $\overline{PQ} \parallel \overline{SR}$. PQ = 4.5 செ.மீ., QR = 2.5 செ.மீ., RS = 3 செ.மீ. மற்றும் SP = 2 செ.மீ..

II. கொடுக்கப்பட்ட அளவுகளைக் கொண்டு இருசமபக்க சரிவகம் ABCD வரைந்து அதன் பரப்பளவைக் கணக்கிடவும்.

1. $\overline{AB} \parallel \overline{DC}$, AB = 9 செ.மீ., DC = 6 செ.மீ. மற்றும் AD = BC = 5 செ.மீ.
2. $\overline{AB} \parallel \overline{DC}$, AB = 10 செ.மீ., DC = 6 செ.மீ. மற்றும் AD = BC = 7 செ.மீ.

கணக்கு

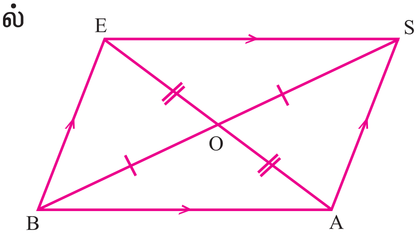
4.4 இணைகரம்

4.4.1 அறிமுகம்

ஏழாம் வகுப்பில் இணைகரம் பற்றிய கருத்துகளைக் கற்றுள்ளீர்கள். இணைகரத்தைப் பின்வருமாறு வரையறுக்கலாம்.

எதிர்ப் பக்கங்கள் இணையாக உள்ள ஒரு நாற்கரம், இணைகரம் ஆகும்.

படம் 6.25 இல் காட்டப்பட்டுள்ள இணைகரம் BASE இல் பின்வரும் பண்புகளைப் பற்றி நாம் அறிவோம்.



படம் 4.25

(i) $\overline{BA} \parallel \overline{ES}$; $\overline{BE} \parallel \overline{AS}$

(ii) எதிர்ப் பக்கங்களின் அளவுகள் சமம்.

அதாவது $BA = ES$; $BE = AS$

(iii) எதிர்க்கோணங்களின் அளவுகள் சமம்.

அதாவது $\angle BES = \angle BAS$; $\angle EBA = \angle ESA$

(iv) மூலைவிட்டங்கள் ஒன்றையொன்று இரு சமபாகங்களாக வெட்டிக்கொள்கின்றன.

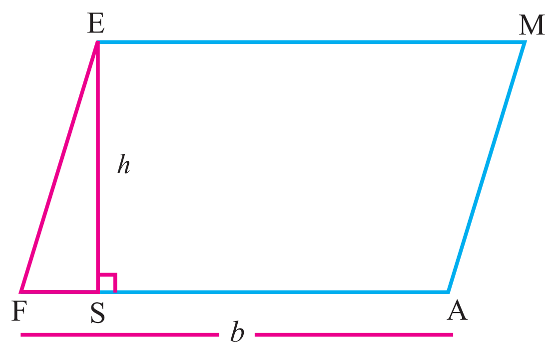
$OB = OS$; $OE = OA$, ஆனால் $BS \neq AE$.

(v) இரு அடுத்துள்ள கோணங்களின் கூடுதல் 180° ஆகும்.

இப்பொழுது நாம் இணைகரங்களை வரையும் முறை மற்றும் அதன் பரப்பளவு காணும் முறையைப் பற்றிக் காண்போம்.

4.4.2 இணைகரத்தின் பரப்பளவு

சிவப்புப் பகுதியை FAME என்ற இணைகரத்திலிருந்து வெட்டி எடுப்போம். (செங்கோண முக்கோணம் EFS). இதை வலப்புறம் FAME உடன் இணைப்போம், முடிவில் கிடைத்த உருவம் ஒரு செவ்வகம் ஆகும்.

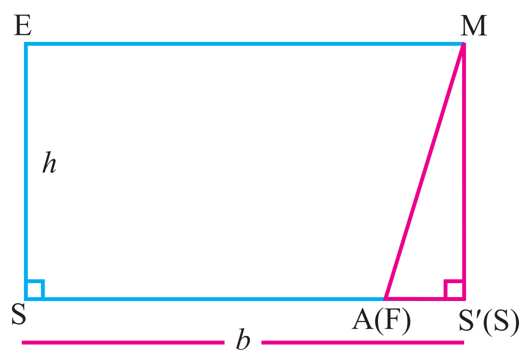


படம் 4.26

நீள அளவு b அலகுகள், உயர அளவு h அலகுகள் எனில் செவ்வகத்தின் பரப்பு

$A = bh$ சதுர அலகுகள்.

இங்கு நாம் FAME என்ற இணைகரத்தை ESS′M என்ற செவ்வகமாக மாற்றியுள்ளோம். எனவே இணைகரத்தின் பரப்பு $A = bh$ சதுர அலகுகள் ஆகும்.



படம் 4.27

இதில் 'b' என்பது இணைகரத்தின் அடிப்பக்கம். மேலும் 'h' என்பது இணைப் பக்கங்களுக்கு இடையேயுள்ள செங்குத்துத் தொலைவு ஆகும்.

4.4.3 இணைகரம் அமைத்தல்

பொருத்தமான இருமுக்கோணங்களாகப் பிரிப்பதன்மூலம் இணைகரங்கள் வரையப் படுகின்றன. கொடுக்கப்பட்ட அளவுகளிலிருந்து ஒரு முக்கோணம் வரைந்த பின்னர் நான்காவது உச்சியைக் காண்கிறோம். எனவே, இணைகரம் அமைப்பதற்கு ஒன்றுக்கொன்று தொடர்பில்லாத மூன்று அளவுகள் தேவைப்படுகின்றன.

பின்வருவனவற்றின் அளவுகளைக் கொடுத்தால் நாம் இணைகரத்தை வரையலாம்.

(i) இரண்டு அடுத்துள்ள பக்கங்கள், ஒரு கோணம்

(ii) இரண்டு அடுத்துள்ள பக்கங்கள், ஒரு மூலைவிட்டம்

(iii) இரண்டு மூலைவிட்டங்கள், அவற்றிற்கு இடைப்பட்ட ஒரு கோணம்

(iv) ஒரு பக்கம், ஒரு மூலைவிட்டம் மற்றும் ஒரு கோணம்

4.4.4 இரண்டு அடுத்துள்ள பக்கங்களும், ஒரு கோணமும் கொடுக்கப்பட்டிருக்கும் போது இணைகரம் அமைத்தல்

எடுத்துக்காட்டு 4.11

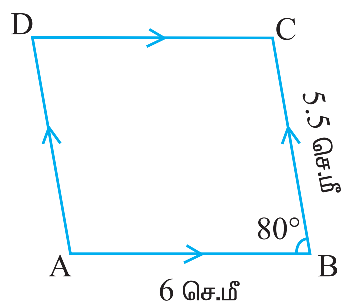
AB = 6 செ.மீ., BC = 5.5 செ.மீ. மற்றும் $\angle$ ABC = 80° அளவுகள் கொண்ட ABCD என்ற இணைகரம் அமைத்து அதன் பரப்பளவு காண்க.

தீர்வு

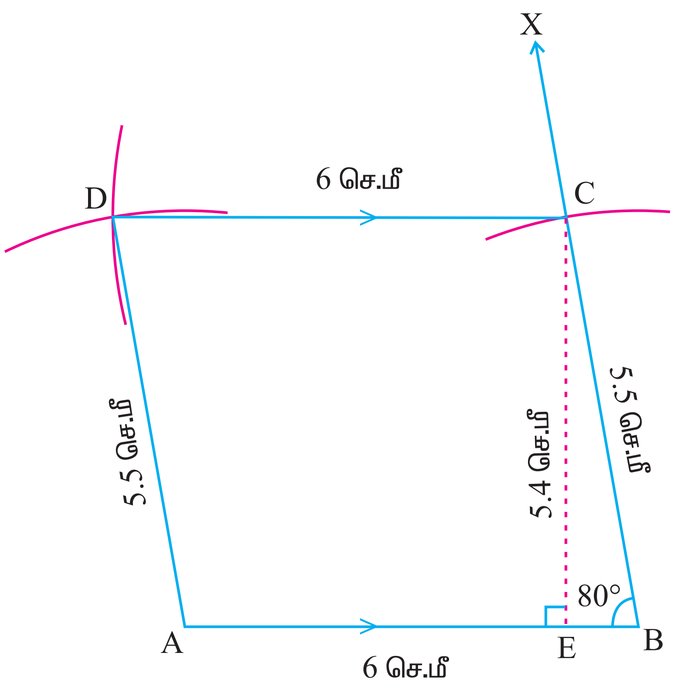
தரவு: AB = 6 செ.மீ., BC = 5.5 செ.மீ. மற்றும் $\angle$ ABC = 80°

இணைகரம் அமைத்தல்

உதவிப்படம்



படம் 4.28



படம் 4.29

கணக்கு

வரைதலுக்கான படிகள்

படி 1 : உதவிப்படம் ஒன்றினை வரைந்து அதில் கொடுக்கப்பட்ட அளவுகளைக் குறிக்கவும்.

படி 2 : 6 செ.மீ. நீளமுடைய AB என்ற ஒரு கோட்டுத்துண்டை வரையவும்.

படி 3 : AB என்ற கோட்டுத்துண்டின் மேல் B இல் $\angle ABX = 80°$ உள்ளவாறு $\overrightarrow{BX}$ ஐ வரையவும்.

படி 4 : B ஐ மையமாகக் கொண்டு 5.5 செ.மீ. ஆரமுடைய வட்டவில் ஒன்று வரைக. இது $\overrightarrow{BX}$ ஐ C இல் வெட்டுகிறது.

படி 5 : C ஐயும், A ஐயும் மையங்களாகக் கொண்டு முறையே 6 செ.மீ., 5.5 செ.மீ. ஆரங்களையுடைய இரண்டு வட்ட வில்கள் வரையவும். அவை D இல் வெட்டட்டும்.

படி 6 : $\overline{AD}$ மற்றும் $\overline{CD}$ஐ வரையவும்
ABCD தேவையான இணைகரம் ஆகும்.

படி 7 : C யிலிருந்து $\overline{AB}$க்கு $\overline{CE} \perp \overline{AB}$ ஆக வரையவும். CE இன் அளவு காணவும். CE = h = 5.4 செ.மீ. AB = b = 6 செ.மீ. ஆகும்.

பரப்பளவு கணக்கிடுதல்:

இணைகரம் ABCD, b = 6 செ.மீ., h = 5.4 செ.மீ.

இணைகரம் ABCDஇன் பரப்பளவு $= b \times h = 6 \times 5.4 = 32.4$ செ.மீ^{2}.

4.4.5 இரண்டு அடுத்துள்ள பக்கங்களும், ஒரு மூலைவிட்டமும் கொடுக்கப்பட்டிருக்கும் போது இணைகரம் அமைத்தல்

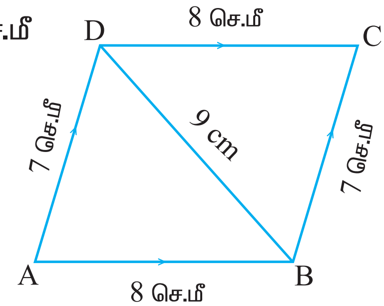
எடுத்துக்காட்டு 4.12

AB = 8 செ.மீ., AD = 7 செ.மீ. மற்றும் BD = 9 செ.மீ. அளவுகள் கொண்ட ABCD என்ற இணைகரம் அமைத்து அதன் பரப்பளவைக் காண்க.

தீர்வு

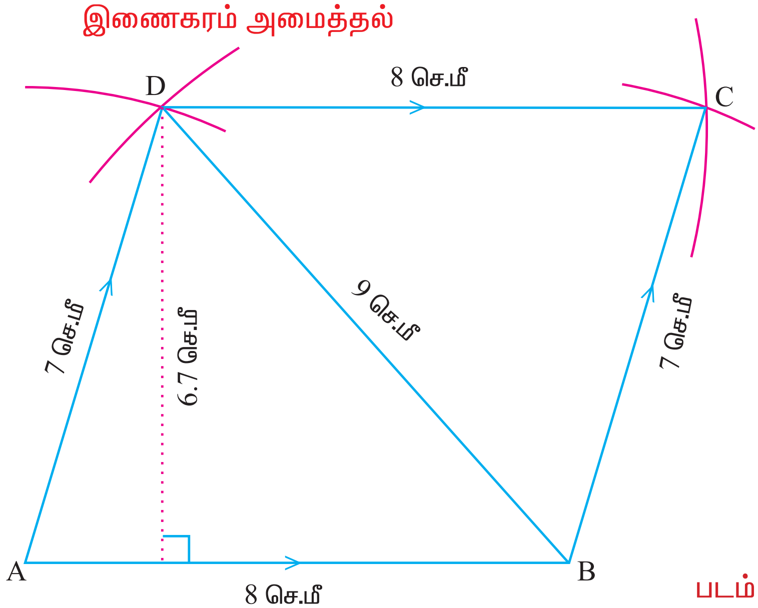
தரவு: AB = 8 செ.மீ., AD = 7 செ.மீ. மற்றும் BD = 9 செ.மீ

உதவிப்படம்



படம் 4.30

இணைகரம் அமைத்தல்



படம் 6.31

வரைதலுக்கான படிகள்

படி 1 : உதவிப்படம் ஒன்றினை வரைந்து அதில் கொடுக்கப்பட்ட அளவுகளைக் குறிக்கவும்.

படி 2 : 8 செ.மீ. நீளமுடைய AB என்ற ஒரு கோட்டுத் துண்டை வரையவும்.

படி 3 : A ஐயும், B ஐயும் மையங்களாகக் கொண்டு முறையே 7 செ.மீ., 9 செ.மீ. ஆர அளவுகளையுடைய இரண்டு வட்ட வில்கள் வரையவும். அவை D இல் வெட்டட்டும்.

படி 4 : $\overline{AD}$ மற்றும் $\overline{BD}$ ஐ வரையவும்.

படி 5 : B ஐயும், D ஐயும் மையங்களாகக் கொண்டு முறையே 7 செ.மீ., 8 செ.மீ. ஆர அளவுகளையுடைய இரண்டு வட்ட வில்கள் வரையவும். அவை C இல் வெட்டட்டும்.

படி 6 : $\overline{CD}$ மற்றும் $\overline{BC}$ஐ வரையவும்.
ABCD தேவையான இணைகரம் ஆகும்.

படி 7 : D யிலிருந்து $\overline{AB}$ க்கு $\overline{DE} \perp \overline{AB}$ ஆக வரையவும். DE யின் அளவு காணவும். DE = h = 6.7 செ.மீ., AB = DC = b = 8 செ.மீ. ஆகும்.

பரப்பளவு கணக்கிடுதல்:

இணைகரம் ABCD இல், b = 8 செ.மீ. மற்றும் h = 6.7 செ.மீ.

இணைகரம் ABCD இன் பரப்பளவு $= b \times h$

$= 8 \times 6.7 = 53.6$ செ.மீ ^{2}.

4.4.6 இரண்டு மூலைவிட்டங்களும், அவற்றிற்கு இடைப்பட்ட ஒரு கோணமும் கொடுக்கப் பட்டிருக்கும்போது இணைகரம் அமைத்தல்

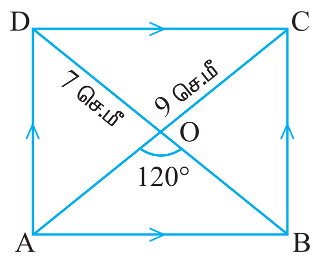
எடுத்துக்காட்டு 4.13

AC = 9 செ.மீ, BD = 7 செ.மீ. மற்றும் $\angle$ AOB = 120°, $\overline{AC}$, $\overline{BD}$ என்பன ‘O’ வில் வெட்டிக்கொள்கின்றன. இந்த அளவுகள் கொண்ட ABCD என்ற இணைகரம் அமைத்து அதன் பரப்பளவைக் காண்க.

தீர்வு

தரவு: AC = 9 செ.மீ, BD = 7 செ.மீ. மற்றும் $\angle$ AOB = 120°, $\overline{AC}$, $\overline{BD}$ என்பன ‘O’ வில் வெட்டிக்கொள்கின்றன.

உதவிப்படம்



படம் 4.32

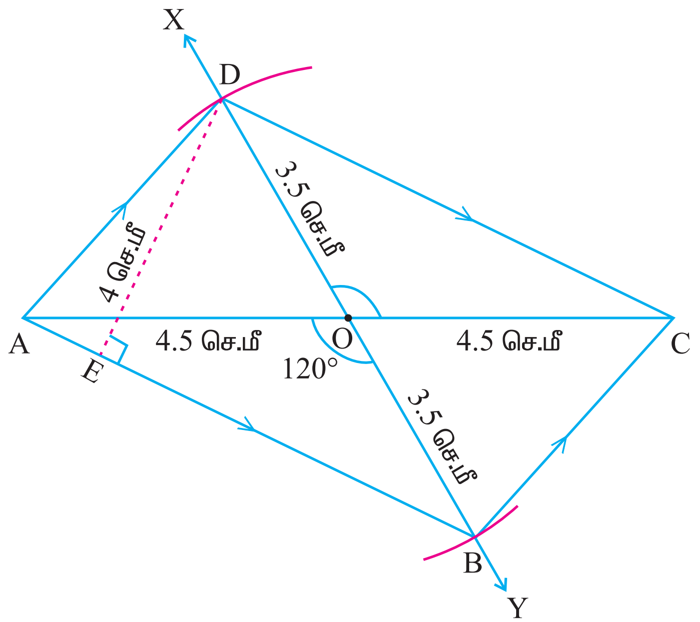
இணைகரம் அமைத்தல்

வரைதலுக்கான படிகள்

படி 1 : உதவிப்படம் ஒன்றினை வரைந்து அதில் கொடுக்கப்பட்ட அளவுகளைக் குறிக்கவும்.

படி 2 : 9 செ.மீ. நீளமுடைய AC என்ற ஒரு கோட்டுத்துண்டை வரையவும்.

படி 3 : $\overline{AC}$இன் மையப்புள்ளியை ‘O’ எனக் குறிக்கவும்.



படம் 4.33

படி 4 : $\angle AOY = 120°$ என இருக்குமாறு 'O' இன் வழியாக $\overleftrightarrow{XY}$ ஐ வரையவும்.

படி 5 : 'O' வை மையமாகக் கொண்டு $\overline{AC}$ இன் இருபுறங்களிலும் $\overleftrightarrow{XY}$ இல் 3.5 செ.மீ. ஆர அளவுடைய இரண்டு வட்ட வில்கள் வரையவும். இவ்வில்கள் $\overrightarrow{OX}$ ஐ D யிலும் $\overrightarrow{OY}$ ஐ B யிலும் வெட்டட்டும்.

படி 6 : $\overline{AB}, \overline{BC}, \overline{CD}$ மற்றும் $\overline{DA}$ ஐ வரையவும்.

ABCD தேவையான இணைகரம் ஆகும்.

படி 7 : D யிலிருந்து $\overline{AB}$ க்கு $\overline{DE} \perp \overline{AB}$ ஆக வரையவும். DE இன் அளவு காணவும்.

DE = h = 4 செ.மீ. AB = b = 7 செ.மீ. ஆகும்.

பரப்பளவு கணக்கிடுதல்:

இணைகரம் ABCD இல், b = 7 செ.மீ. மற்றும் h = 4 செ.மீ.

இணைகரம் ABCD இன் பரப்பளவு = $b \times h = 7 \times 4 = 28$ செ.மீ ^{2}.

4.4.7 ஒரு பக்கம், ஒரு மூலைவிட்டம் மற்றும் ஒரு கோணம் கொடுக்கப்பட்டிருக்கும்போது இணைகரம் அமைத்தல்

எடுத்துக்காட்டு 4.14

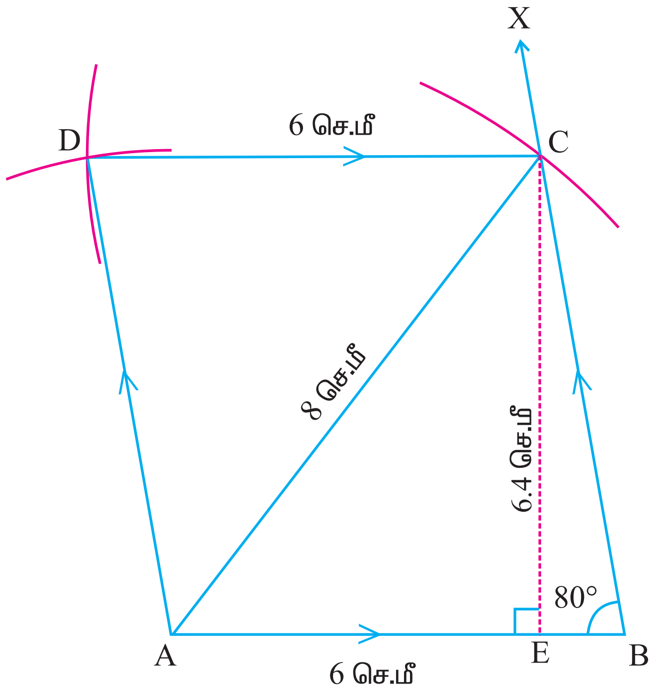
AB = 6 செ.மீ., $\angle ABC = 80°$ மற்றும் AC = 8 செ.மீ. அளவுகள் கொண்ட ABCD என்ற இணைகரம் அமைத்து அதன் பரப்பளவைக் காண்க.

தீர்வு

தரவு:

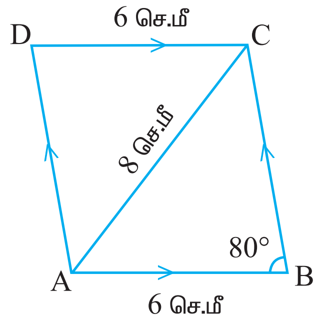
AB = 6 செ.மீ., $\angle ABC = 80°$ மற்றும் AC = 8 செ.மீ.

இணைகரம் அமைத்தல்



படம் 4.35

உதவிப்படம்



படம் 4.34

வரைதலுக்கான படிகள்

படி 1 : உதவிப்படம் ஒன்றினை வரைந்து அதில் கொடுக்கப்பட்ட அளவுகளைக் குறிக்கவும்.

படி 2 : 6 செ.மீ. நீளமுடைய AB என்ற ஒரு கோட்டுத்துண்டை வரையவும்.

படி 3 : AB என்ற கோட்டுத்துண்டின் மேல் B இல் $\angle ABX = 80^\circ$ உள்ளவாறு $\overrightarrow{BX}$ ஐ அமைக்கவும்.

படி 4 : A ஐ மையமாகக்கொணடு 8 செ.மீ. ஆரமுடைய ஒரு வட்ட வில் வரையவும். அது $\overrightarrow{BX}$ ஐ C இல் வெட்டட்டும்.

படி 5 : $\overline{AC}$ ஐ வரையவும்.

படி 6 : C ஐ மையமாகக் கொண்டு 6 செ.மீ. ஆர அளவுடைய வட்டவில் ஒன்று வரையவும்.

படி 7 : A ஐ மையமாகக் கொண்டு, BC இன் அளவுக்குச் சமமான ஆரமுடைய மற்றொரு வில் வரையவும். இவ்விரண்டு வில்களும் D இல் வெட்டட்டும்.

படி 8 : $\overline{AD}$ மற்றும் $\overline{CD}$ ஐ வரையவும்.

ABCD தேவையான இணைகரம் ஆகும்.

படி 9 : C யிலிருந்து $\overline{AB}$ இக்கு $\overline{CE} \perp \overline{AB}$ ஆக வரையவும். CE யின் அளவு காணவும்.

$CE = h = 6.4$ செ.மீ., $AB = b = 6$ செ.மீ. ஆகும்.

பரப்பளவு கணக்கிடுதல்:

இணைகரம் ABCD இல், $b = 6$ செ.மீ. மற்றும் $h = 6.4$ செ.மீ.

இணைகரம் ABCD இன் பரப்பளவு $= b \times h$

$= 6 \times 6.4 = 38.4$ செ.மீ ^{2}.

பயிற்சி 4.3

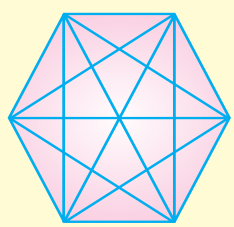
கொடுக்கப்பட்ட அளவுகளைக் கொண்டு ABCD என்ற இணைகரம் வரைந்து அதன் பரப்பளவைக் கணக்கிடவும்.

1. AB = 7 செ.மீ., BC = 5 செ.மீ. மற்றும் $\angle$ ABC = 60°.
2. AB = 8.5 செ.மீ., AD = 6.5 செ.மீ. மற்றும் $\angle$ DAB = 100°.
3. AB = 6 செ.மீ., BD = 8 செ.மீ. மற்றும் AD = 5 செ.மீ.
4. AB = 5 செ.மீ., BC = 4 செ.மீ. மற்றும் AC = 7 செ.மீ.
5. AC = 10 செ.மீ., BD = 8 செ.மீ. மற்றும் $\angle$ AOB = 100°.

   $\overline{AC}$ ம் $\overline{BD}$ ம் 'O' இல் வெட்டுகின்றன.
6. AC = 8 செ.மீ., BD = 6 செ.மீ. மற்றும் $\angle$ COD = 90°.
   $\overline{AC}$ ம் $\overline{BD}$ ம் 'O' இல் வெட்டுகின்றன.
7. AB = 8 செ.மீ., AC = 10 செ.மீ. மற்றும் $\angle$ ABC = 100°.
8. AB = 5.5 செ.மீ., $\angle$ DAB = 50° மற்றும் BD = 7 செ.மீ.

ஆர்வமூட்டும் தகவல்கள்

- தங்கச் செவ்வகம் என்பது பன்னெடுங் காலமாக கலை மற்றும் கட்டடக்கலையில் காணப்படும் ஒருவித செவ்வகமாகும். தங்கச் செவ்வகத்தின் பக்கங்கள் தோராயமாக 1 : 1.6 என்ற விகிதத்தில் அமைந்து இருக்கும். இந்த விகிதம் தங்க விகிதம் என்று அழைக்கப்படுகிறது. தங்கச் செவ்வகம் கண்ணுக்கு விருந்தாகும். தங்க விகிதம் கி.மு. 5ஆம் நூற்றாண்டின் மத்தியில் கிரேக்கர்களால் கண்டுபிடிக்கப்பட்டது.
- 1855இல் காலமான கணிதமேதை கௌஸ், 17 பக்கங்களைக் கொண்ட ஒரு பலகோணத்தைத் தன்னுடைய கல்லறையின் மீது வரையப்பட வேண்டும் என விரும்பினார். ஆனால் சிற்பி அதைச் செதுக்கும் போது அது ஒரு வட்டத்தைப் போன்று அமைந்துவிட்டது.
- புதிர் அறுகோணம்: எல்லா மூலைவிட்டங்களும் வரையப்பட்ட ஒரு ஒழுங்கு அறுகோணம் புதிர் அறுகோணம் ஆகும்.



கருத்துச் சுருக்கம்

- ஒரு தளத்தில் நான்கு கோடுகளால் அடைபடும் வடிவம் ஒரு நாற்கரம்.
- ஒரு நாற்கரம் அமைப்பதற்கு ஒன்றுக்கொன்று தொடர்பில்லாத ஐந்து அளவுகள் தேவை.
- ஒரு சோடி எதிர்ப்பக்கங்கள் இணையாக உள்ள நாற்கரம் சரிவகம் ஆகும்.
- ஒரு சரிவகம் அமைப்பதற்கு ஒன்றுக்கொன்று தொடர்பில்லாத நான்கு அளவுகள் தேவை.
- ஒரு சரிவகத்தில் இணையில்லாத பக்க அளவுகள் சமமெனில் அச்சரிவகம் இருசமபக்க சரிவகம் ஆகும்.
- ஓர் இருசமபக்க சரிவகம் அமைப்பதற்கு ஒன்றுக்கொன்று தொடர்பில்லாத மூன்று அளவுகள் தேவை.
- ஒவ்வொரு சோடி எதிர்ப் பக்கங்கள் இணையாக உள்ள நாற்கரம் இணைகரம் ஆகும்.
- ஓர் இணைகரம் அமைப்பதற்கு ஒன்றுக்கொன்று தொடர்பில்லாத மூன்று அளவுகள் தேவை.
- ஒரு நாற்கரத்தின் பரப்பளவு $A = \frac{1}{2} d (h_1 + h_2)$ சதுர அலகுகள். இதில் d என்பது மூலைவிட்டத்தின் அளவு h_1 மற்றும் h_2 என்பவை எதிர் உச்சிகளிலிருந்து மூலைவிட்டத்திற்கு வரையப்படும் செங்குத்துத் தொலைவுகள்.
- ஒரு சரிவகத்தின் பரப்பளவு $A = \frac{1}{2} h (a + b)$ சதுர அலகுகள். இதில் a மற்றும் b என்பன இணைப்பக்கங்களின் அளவுகள் மற்றும் h என்பது இணைப் பக்கங்களுக்கு இடையேயுள்ள செங்குத்துத் தொலைவு.
- ஒரு இணைகரத்தின் பரப்பளவு $A = b \times h$ சதுர அலகுகள். இதில் b என்பது இணைகரத்தின் அடிப்பக்கத்தின் அளவு மற்றும் h என்பது இணைப் பக்கங்களுக்கு இடையேயுள்ள செங்குத்துத் தொலைவு.

கணக்கு

விடைகள்

அத்தியாயம் 1

பயிற்சி 1.1

1. i) A ii) C iii) B iv) D v) A
2. i) பரிமாற்றுப் பண்பு ii) சேர்ப்புப்பண்பு iii) பரிமாற்றுப் பண்பு
   iv) கூட்டல் சமனி v) கூட்டல் தலைகீழி
3. i) பரிமாற்றுப் பண்பு ii) பெருக்கல் சமனி
   iii) பெருக்கல் தலைகீழி iv) சேர்ப்பு
   v) பெருக்கலின் மேல் கூட்டலுக்கான பங்கீட்டுப் பண்பு
6. i) $\frac{-505}{252}$ ii) $\frac{-1}{14}$

பயிற்சி 1.2

1. i) $\frac{13}{15}$ ii) $\frac{23}{84}$ iii) $\frac{117}{176}$ iv) $\frac{53}{24}$
2. i) $\frac{31}{70}, \frac{51}{140}$ ii) $\frac{111}{110}, \frac{243}{220}$ iii) $\frac{17}{30}, \frac{9}{20}$ iv) $\frac{-1}{24}, \frac{1}{12}$
3. i) $\frac{3}{8}, \frac{5}{16}, \frac{9}{32}$ ii) $\frac{41}{60}, \frac{83}{120}, \frac{167}{240}$
   iii) $\frac{7}{12}, \frac{1}{8}, \frac{-5}{48}$ iv) $\frac{5}{48}, \frac{11}{96}, \frac{23}{192}$

குறிப்பு: 1, 2, 3 ஆகிய கணக்குகளுக்கு உள்ள சரியான விடைகளுள் ஒன்று மட்டுமே தரப்பட்டுள்ளது.

பயிற்சி 1.3

1. i) A ii) B iii) C iv) A v) B
2. i) $2\frac{7}{24}$ ii) $\frac{16}{17}$ iii) $\frac{11}{32}$ iv) $1\frac{7}{18}$ v) $\frac{-8}{19}$
   vi) $4\frac{23}{32}$ vii) 4 viii) $-5\frac{41}{60}$

பயிற்சி 1.4

1. i) C ii) B iii) A iv) D v) C
   vi) A vii) B viii) B ix) B x) D
2. i) $\frac{-1}{64}$ ii) $\frac{1}{64}$ iii) 625 iv) $\frac{2}{675}$ v) $\frac{1}{3^{22}}$
   vi) 54 vii) 1 viii) $256\,p^{q}$ ix) 231 x) $5\frac{1}{3}$

3. i) 5 ii) $\frac{1}{2}$ iii) 29 iv) 1 v) $5\frac{1}{16}$ vi) $\frac{6}{7^{21}}$

4. i) $m = 2$ ii) $m = 3$ iii) $m = 3$ iv) $m = 3$ v) $m = -6$ vi) $m = \frac{1}{4}$

5. a) i) 4 ii) 4 iii) 256 iv) 64 v) $\frac{1}{4}$

5. b) i) 4 ii) 2187 iii) 9 iv) 6561 v) $\frac{1}{9}$

பயிற்சி 1.5

1. (ii), (iii), (v) ஆகியவை வர்க்க எண்கள் அல்ல.

2. i) 4 ii) 9 iii) 1 iv) 5 v) 4

3. i) 64 ii) 16 iii) 81

4. i) 1 + 3 + 5 + 7 + 9 +11 + 13 ii) 1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 + 13 + 15 + 17

iii) 1 + 3 + 5 + 7 + 9 iv) 1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 + 13 + 15 + 17 + 19 + 21

5. i) $\frac{9}{64}$ ii) $\frac{49}{100}$ iii) $\frac{1}{25}$ iv) $\frac{4}{9}$ v) $\frac{961}{1600}$

6. i) 9 ii) 49 iii) 0.09 iv) $\frac{4}{9}$ v) $\frac{9}{16}$ vi) 0.36

7. a) $4^2 + 5^2 + \underline{20}^2 = 21^2$ b) 10000200001

$5^2 + \underline{6}^2 + 30^2 = 31^2$ 100000020000001

$6^2 + 7^2 + \underline{42}^2 = \underline{43}^2$

பயிற்சி 1.6

1. i) 12 ii) 10 iii) 27 iv) 385

2. i) $\frac{3}{8}$ ii) $\frac{1}{4}$ iii) 7 iv) 4

3. i) 48 ii) 67 iii) 59 iv) 23 v) 57

vi) 37 vii) 76 viii) 89 ix) 24 x) 56

4. i) 27 ii) 20 iii) 42 iv) 64 v) 88

vi) 98 vi) 77 viii) 96 ix) 23 x) 90

5. i) 1.6 ii) 2.7 iii) 7.2 iv) 6.5 v) 5.6

vi) 0.54 vii) 3.4 viii) 0.043

6. i) 2 ii) 53 iii) 1 iv) 41 v) 31

7. i) 4 ii) 14 iii) 4 iv) 24 v) 149

8. i) 1.41 ii) 2.24 iii) 0.13 iv) 0.94 v) 1.04

9. 21 மீ 10. i) $\frac{15}{56}$ ii) $\frac{46}{59}$ iii) $\frac{23}{42}$ iv) $1\frac{13}{76}$

கணக்கு

பயிற்சி 1.7

1. i) A ii) D iii) B iv) A v) B
   vi) D vii) A viii) A ix) A x) D
2. ii) 216 iii) 729 v) 1000
3. i) 128 ii) 100 v) 72 vi) 625
4. i) 3 ii) 2 iii) 5 iv) 3 v) 11 vi) 5
5. i) 3 ii) 2 iii) 3 iv) 5 v) 10
6. i) 9 ii) 7 iii) 8 iv) 0.4 v) 0.6
   vi) 1.75 vii) – 1.1 viii) – 30
7. 2.7 செ.மீ.

பயிற்சி 1.8

1. i) 12.57 ii) 25.42 கி.கி. iii) 39.93 மீ
   iv) 56.60 மீ v) 41.06 மீ vi) 729.94 கி.மீ.
2. i) 0.052 மீ ii) 3.533 கி.மீ. iii) 58.294 லி
   iv) 0.133 கிராம் v) 365.301 vi) 100.123
3. i) 250 ii) 150 iii) 6800 iv) 10,000
   v) 36 லட்சங்கள் vi) 104 கோடிகள்
4. i) 22 ii) 777 iii) 402 iv) 306 v) 300 vi) 10,000

பயிற்சி 1.9

1. i) 25, 20, 15 ii) 6, 8, 10 iii) 63, 56, 49
   iv) 7.7, 8.8, 9.9 v) 15, 21, 28 vi) 34, 55, 89
   vii) 125, 216, 343
2. a) 11 தாவல்கள் b) 5 தாவல்கள்
3. a) 10ஆவது வரிசைகளிலும் உள்ள ஆப்பிள்கள் = 55ஆப்பிள்கள்
   b) 210 ஆப்பிள்கள்

வரிசை	1	2	3	4	5	6	7	8	9
மொத்த ஆப்பிள்கள்	1	3	6	10	15	21	28	36	45

அத்தியாயம் 2

பயிற்சி 2.1

1. i) C ii) B iii) A iv) D v) A
vi) D vii) B viii) C ix) A x) C
2. i) 180 செ.மீ., 1925 செ.மீ^{2} ii) 54 செ.மீ., 173.25 செ.மீ^{2}
iii) 32.4 மீ, 62.37 மீ^{2} iv) 25.2 மீ, 37.73 மீ^{2}
3. i) 7.2 செ.மீ., 3.08 செ.மீ^{2} ii) 144 செ.மீ., 1232 செ.மீ^{2}
iii) 216 செ.மீ., 2772 செ.மீ^{2} iv) 288மீ, 4928 மீ^{2}
4. i) 350 செ.மீ., 7546 செ.மீ^{2} ii) 250 செ.மீ., 3850 செ.மீ.^{2}
iii) 150 மீ, 1386 மீ^{2} iv) 100 மீ, 616 மீ^{2}
5. 77 செ.மீ^{2}, 38.5 செ.மீ^{2} 6. ₹ 540

பயிற்சி 2.2

1. i) 32 செ.மீ. ii) 40 செ.மீ. iii) 32.6 செ.மீ.
iv) 40 செ.மீ. v) 98 செ.மீ.
2. i) 124 செ.மீ^{2} ii) 25 செ.மீ^{2} iii) 273 செ.மீ^{2}
iv) 49.14 செ.மீ^{2} v) 10.40செ.மீ^{2}
3. i) 24 மீ^{2} ii) 284 செ.மீ^{2} iii) 308 செ.மீ^{2}
iv) 10.5 செ.மீ^{2} v) 135.625 செ.மீ^{2} vi) 6.125 செ.மீ^{2}
4. 770 செ.மீ^{2} 5. 1286 மீ^{2} 6. 9384 மீ^{2}
7. 9.71 செ.மீ^{2} 8. 203 செ.மீ^{2} 9. 378 செ.மீ^{2}
10. i) 15,100 மீ^{2} ii) 550000 மீ^{2}

அத்தியாயம் 3

திருப்புதல் பயிற்சி

1. $y° = 52°$ 2. $x° = 40°$ 3. $\angle A = 110°$
4. $x° = 40°$ 5. $x° = 105°$
6. i) ஒத்த கோணங்கள் ii) ஒன்று விட்ட கோணங்கள் iii) ஒத்த கோணங்கள்

பயிற்சி 3.1

1. i) B ii) A iii) A iv) B v) A
2. $x° = 65°$ 3. $x° = 42°$
5. i) $x° = 58°, y° = 108°$ ii) $x° = 30°, y° = 30°$ iii) $x° = 42°, y° = 40°$
6. $x° = 153°, y° = 132°, z° = 53°$.

பயிற்சி 3.2

1. i) C ii) C iii) C iv) C v) B vi) A vii) B
2. $x° = 66°, y° = 132°$ 3. $x° = 70°$
4. $x° = 15°$ 7. $x° = 30°, y° = 60°, z° = 60°$

எண்களோடு விளையாடு

8 இல் உருவாகும் வியப்பூட்டும் எண்வரிசை

$$1 \times 8 + 1 = 9$$
$$12 \times 8 + 2 = 98$$
$$123 \times 8 + 3 = 987$$
$$1234 \times 8 + 4 = 9876$$
$$12345 \times 8 + 5 = 98765$$
$$123456 \times 8 + 6 = 987654$$
$$1234567 \times 8 + 7 = 9876543$$
$$12345678 \times 8 + 8 = 98765432$$
$$123456789 \times 8 + 9 = 987654321$$

9 உடனான 8 இன் வரிசை

$$9 \times 9 + 7 = 88$$
$$98 \times 9 + 6 = 888$$
$$987 \times 9 + 5 = 8888$$
$$9876 \times 9 + 4 = 88888$$
$$98765 \times 9 + 3 = 888888$$
$$987654 \times 9 + 2 = 8888888$$
$$9876543 \times 9 + 1 = 88888888$$
$$98765432 \times 9 + 0 = 888888888$$

8 அல்லாத எண் உடனான எண்வரிசை

$$12345679 \times 9 = 111111111$$
$$12345679 \times 18 = 222222222$$
$$12345679 \times 27 = 333333333$$
$$12345679 \times 36 = 444444444$$
$$12345679 \times 45 = 555555555$$
$$12345679 \times 54 = 666666666$$
$$12345679 \times 63 = 777777777$$
$$12345679 \times 72 = 888888888$$
$$12345679 \times 81 = 999999999$$

1 ஆல் அமைந்த எண் பிரதிபலிப்பான்கள்

$$1 \times 1 = 1$$
$$11 \times 11 = 121$$
$$111 \times 111 = 12321$$
$$1111 \times 1111 = 1234321$$
$$11111 \times 11111 = 123454321$$
$$111111 \times 111111 = 12345654321$$
$$1111111 \times 1111111 = 1234567654321$$
$$11111111 \times 11111111 = 123456787654321$$
$$111111111 \times 111111111 = 12345678987654321$$