புள்ளியியல்

மேல்நிலை - முதலாம் ஆண்டு

தீண்டாமை ஒரு பாவச்செயல்
தீண்டாமை ஒரு பெருங்குற்றம்
தீண்டாமை மனிதத்தன்மையற்ற செயல்

தமிழ்நாட்டுப் பாடநூல் கழகம்

கல்லூரிச் சாலை, சென்னை- 600 006.

© தமிழ்நாடு அரசு
முதற்பதிப்பு -2004
மறு பதிப்பு -2005

குழுத்தலைவர்

முனைவர் ஜெ.ஜோதிகுமார்
இணைப் பேராசிரியர்
புள்ளியியல் துறை
மாநிலக் கல்லூரி
சென்னை - 5

மேலாய்வாளர்கள்

திரு கி. நாகபூஷணம்
தேர்வுநிலை விரிவுரையாளர்
புள்ளியியல் துறை
மாநிலக் கல்லூரி
சென்னை - 600 005

திரு இரா. இராவணன்
தேர்வுநிலை விரிவுரையாளர்
புள்ளியியல் துறை
மாநிலக் கல்லூரி
சென்னை - 600 005

நூலாசிரியர்கள்

திரு கோ.ஞான சுந்தரம்
முதுகலை ஆசிரியர்
எஸ்.எஸ்.வி.மேனிலைப்பள்ளி
பூங்கா நகர், சென்னை - 600 003

திருமதி என்.சுசீலா
முதுகலை ஆசிரியை
அண்ணா ஆதர்ஷ் மெ.மே.நி.பள்ளி
அண்ணாநகர், சென்னை -600 04

திருமதி பா. இந்திராணி
முதுகலை ஆசிரியை
பெ.கா.அரசினர் மகளிர்
மேல்நிலைப் பள்ளி
அம்பத்தூர், சென்னை - 600 053

திருமதி சா. எழிலரசி
முதுகலை ஆசிரியை
பெ.கா.அரசினர் மகளிர்
மேல்நிலைப் பள்ளி
அம்பத்தூர், சென்னை - 600 053

விலை: ரூ.

பாடங்கள் தயாரிப்பு: தமிழ்நாடு அரசுக்காக பள்ளிக்கல்வி இயக்ககம், தமிழ்நாடு.

இந்நூல் 60 ஜி.எஸ்.எம். தாளில் அச்சிடப்பட்டுள்ளது.

ஆப்செட் முறையில் அச்சிட்டோர்:

பொருளடக்கம் பக்கம்

1.	புள்ளியியல் வரையறைகள், நோக்கங்கள் மற்றும் வரம்புகள்	**1**
	1.1 அறிமுகம்	**1**
	1.2 புள்ளியியலின் தோற்றமும் வளர்ச்சியும்	**1**
	1.3 புள்ளியியலின் விளக்கம்	**1**
	1.4 வரையறைகள்	**1**
	1.5 புள்ளியியலின் பணிகள்	**3**
	1.6 புள்ளியியலின் நோக்கம்	**5**
	1.7 புள்ளியியலின் வரம்புகள்	**8**
2.	மாதிரிக் கணிப்பு முறைகள் - அறிமுகம்	**11**
	2.1 அறிமுகம்:	**11**
	2.2 முழுமைத்தொகுதி	**11**
	2.3 மாதிரிக் கணிப்பு முறை	**13**
	2.4 மாதிரிக் கணிப்பின் வகைகள்	**17**
	2.5 மாதிரிகளைத் தெரிவு செய்யும் முறைகள்	**17**
3.	புள்ளி விவரம் சேகரித்தல், வகைப்படுத்துதல் மற்றும் அட்டவணைப்படுத்துதல்	**30**
	3.1 அறிமுகம்	**30**
	3.2 விவரங்களின் தன்மை	**31**
	3.3 விவரங்களின் பிரிவுகள்	**32**
	3.4 வகைப்படுத்துதல்	**40**
	3.5 அட்டவணைப்படுத்துதல்	**44**

4.	அலைவெண் பரவல்	**52**
	4.1 அறிமுகம்	**52**
	4.2 தொகுக்கப்படாத விவரங்கள்	**52**
	4.3 பிரிவுகளின் தன்மை	**55**
	4.4 பிரிவு இடைவெளிகளின் வகைகள்	**57**
	4.5 அலைவெண் அட்டவணை அமைத்தல்	**59**
	4.6 அலைவெண் அட்டவணை தயாரித்தல்	**60**
	4.7 சதவீத அலைவெண் அட்டவணை	**62**
	4.8 குவிவு அலைவெண் அட்டவணை	**63**
	4.9 குவிவு சதவீத அலைவெண் அட்டவணை	**65**
	4.10 இருமாறி அலைவெண் பரவல்	**65**
5.	விளக்கப்படங்களும் வரைபடங்களும்	**71**
	5.1 அறிமுகம்	**71**
	5.2 விளக்கப் படங்கள்	**71**
	5.3 விளக்கப்படங்கள் மற்றும் வரைபடங்களின் சிறப்புத் தன்மைகள்	**71**
	5.4 விளக்கப்படங்கள் வரைவதற்கான சில பொது விதிகள்	**72**
	5.5 விளக்கப் படங்களின் வகைகள்	**72**
	5.6 வரைபடங்கள்	**83**
6.	மையப்போக்கு அளவைகள்	**97**
7.	சிதறல் அளவைகள் - கோட்ட அளவை மற்றும் தட்டை அளவை	**145**
	7.1 அறிமுகம்	**145**
	7.2 தனித்த மற்றும் ஒப்பீட்டு சிதறல் அளவைகள்	**146**

	7.3 வீச்சு மற்றும் வீச்சுக் கெழு	146
	7.4 கால்மான விலக்கம் மற்றும் கால்மான விலக்கக் கெழு	148
	7.5 சராசரி விலக்கம் மற்றும் சராசரி விலக்கக் கெழு	153
	7.6 திட்டவிலக்கம் மற்றும் மாறுபாட்டுக் கெழு	160
	7.7 விலக்கப் பெருக்குத் தொகை	174
	7.8 ஆதியிலிருந்து எடுக்கப்பட்ட விலக்கப் பெருக்குத் தொகை மற்றும் மைய விலக்கப் பெருக்குத் தொகை இவற்றினிடையே உள்ள உறவு	176
	7.9 கோட்டம்	178
	7.10 கோட்ட அளவைகள்	179
	7.11 தட்டையளவு	189
8.	ஒட்டுறவு	**197**
9.	உடன்தொடர்புப் போக்கு	**224**
	9.1 அறிமுகம்	224
	9.2 உடன் தொடர்புப் போக்கின் வகைகள்	224
	9.3 நேர்கோட்டுத் தொடர்புப் போக்குச் சமன்பாடு	225
	9.4 உடன் தொடர்புப் போக்கு ஆய்வின் முறைகள்	228
	9.5 உடன் தொடர்புப் போக்குக் கெழுக்களின் பண்புகள்	232
	9.6 இரு உடன் தொடர்பு சமன் பாடுகள் இருப்பதற்கான காரணம்	233
	9.7 உடன் தொடர்புப் போக்கு ஆய்வின் பயன்கள்	242
	9.8 ஒட்டுறவுக்கும் உடன் தொடர்புப் போக்குக்கும் உள்ள வேறுபாடு	243

10. **குறியீட்டு எண்கள்** **249**
10.1 அறிமுகம் **249**
10.2 குறியீட்டெண்களின் பயன்கள் **249**
10.3 குறியீட்டெண்களின் வகைகள் **250**
10.4 குறியீட்டெண்கள் அமைப்பதில் உள்ள சிக்கல்கள் **251**
10.5 குறியீட்டெண்கள் அமைக்கும் முறை **251**
10.6 அளவுக் குறியீட்டெண் **261**
10.7 குறியீட்டெண்களின் பொருத்தமுடைமைக்கான சோதனைகள் **263**
10.8 நுகர்வோர் விலைக் குறியீடு **267**

1. புள்ளியியல் வரையறைகள், நோக்கங்கள் மற்றும் வரம்புகள்

1.1 அறிமுகம்:

கணினிகளும், தகவல் தொழில் நுட்பங்களும் நிறைந்த நவீன உலகில், புள்ளியியலின் முக்கியத்துவம், மிக நன்றாக அனைவராலும் உணரப்படுகிறது. புள்ளியியலானது, அறிவியல் சார்ந்த அரசுப்பணிகளில் ஆரம்பித்து, விவசாயம், பொருளியல், வணிகவியல், உயிரியியல், மருத்துவம், தொழில்துறை, திட்டமிடல், கல்வி போன்ற பல துறைகளில், அதன் பயன்பாடுகள் வளர்ந்து கொண்டே வருவதைக் காண்கிறோம். இன்றைய நிலையில் புள்ளியியல் பயன்படுத்தப்படாமல் மனித வாழ்விற்கு வளர்ச்சி இராது எனலாம்.

1.2 புள்ளியியலின் தோற்றமும் வளர்ச்சியும்:

'புள்ளியியல்' என்ற வார்த்தை 'ஸ்டேட்டஸ்' என்ற லத்தீன் சொல்லிலிருந்து பிறந்தது. "ஸ்டேட்டஸ் என்னும் சொல்லிற்கு 'அரசு' என்பது பொருள். தற்போதைய வளர்ச்சியடைந்த நிலையை ஒப்பிடும் பொழுது, புள்ளியியல் கொள்கை, அறிவியல் முறைகளில் தனி முத்திரை பதித்து வருகிறது. குறிப்பாக புள்ளியியலில் நடத்தப்படும் கணிதக் கொள்கை ஆய்வுகள் வேகமாக வளர்ச்சியடைந்து புதிய கண்டுபிடிப்புகளை உலகம் முழுவதும் உருவாக்கி வருகிறது.

1.3 புள்ளியியலின் விளக்கம்:

விவரங்களைச் சேகரித்து, முறையாக சுருக்கி அளிப்பதுடன், ஆய்வின் அடிப்படையில் தக்க காரணத்துடன் சரியான முடிவெடுப்பதால் புள்ளியியல் அறிவியல் முறையுடன் தொடர்புடையது. எண் விவரங்களை முறையாகச் சேகரித்து மேலும் தெளிவாக்குவதுடன் புள்ளியியல் தொடர்புடையது. 'புள்ளி விவரம்' என்ற சொல்

1. ஒரு குறிப்பிட்ட இடத்தில் வசிக்கும் மக்களின் எண்ணிக்கை, அதாவது விவரம்
2. விவரங்களை சேகரித்து, பகுத்தாய்வு செய்து, தெளிவாக்கும் முறை என்பதைக் குறிப்பதற்கு பயன்படுத்தப் படுகிறது.

1.4 வரையறைகள்:

பல்வேறு கால கட்டங்களில் புள்ளியியல் வெவ்வேறு ஆசிரியர்களால் வெவ்வேறு விதமாக வரையறுக்கப்படுகிறது. முன்பு புள்ளியியல் என்பது அரசு தகவலுக்கு மட்டுமே இருந்து வந்தது. இக் காலத்தில் மனித நடவடிக்கையின் ஒவ்வொரு செயலையும் சார்ந்துள்ளது. எனவே குறிப்பிட்ட துறைக்கு மட்டுமே உட்பட்ட பழைய வரையறை - களுக்குப் பதிலாக, முற்றிலும் எல்லாவற்றிற்கும் பொருந்துமாறு உள்ள

புதிய வரையறைகள் உருவாக்கப்படுகின்றன. மேலும் புள்ளியியல் என்பது புள்ளியியல் விவரங்கள், புள்ளியியல் ஆய்வு முறைகள் என்று இருவிதமாக வரையறுக்கப்படுகின்றன. புள்ளியியலை எண் விவரங்களாகக் கொண்ட சில வரையறைகள் பின் வருமாறு.

1. ஓர் இடத்திலுள்ள மக்களின் வாழ்க்கை நிலையைப் பொறுத்து திரட்டப்படும் தகவல்களை வகைப் படுத்தல். குறிப்பாக இவை எண்ணிக்கை அடிப்படையில் அட்டவணைப் படுத்தப்பட்டு, வகைப்படுத்தப்பட்ட முறையில் அமைந்திருக்கும்.
2. அளவிடுதல், கணக்கிடுதல், அல்லது தினப்படி இயற்கை நிகழ்வுகளை மதிப்பிடுதல், திட்டமிடுதல் முறைப்படுத்தல், பகுத்துக் கொள்ளல் அவற்றிற்கிடையேயுள்ள முக்கிய தொடர்புகளை வெளிப்படுத்தல் ஆகியன.

1.4.1 ஏ.எல்.பௌலியின் வரையறை:

ஒன்றுக்கொன்று தொடர்புடைய பல்வேறு துறைசார்ந்த விசாரணை நிகழ்வின் எண் வடிவ அறிக்கை.

பௌலியின் கூற்றுப்படி புள்ளியியல் என்பது ஒரு துறையின் எண் வடிவ அறிவியல்.

இது முழுமையற்ற வரையறை என்பது தெளிவாகிறது. அத்துடன் இது விவரங்களைத் திரட்டும் முறையை மட்டும் கருத்தில் கொண்டு மற்றவற்றை குறிப்பாக பகுத்தாய்தல், விளக்கம் கூறுதல், அளித்தல் முறை போன்றவற்றை விட்டு விடுகிறது.

'சராசரிகளைக் கூறும் முறையே புள்ளியியல் என்று சரியாகக் கூறலாம்' என்று பௌலி தன்னுடைய மற்றொரு வரையரையில் கூறுகிறார். புள்ளியியல் விவரங்களைப் புரிந்து கொள்வதற்கும், ஒப்பிடுவதற்கும், சராசரி மிக முக்கியமானது. எனினும், புள்ளியியல் என்பது மற்ற அளவைகளையும் தருவதால் மேற்கண்ட வரையறையும் முழுமையானதல்ல.

1.4.2 கிராக்ஸ்டன் மற்றும் கௌடனின் வரையறை:

'புள்ளியியல் என்பது எண் விவரங்களை சேகரிப்பது, அளிப்பது, பகுத்தாய்வது, மற்றும் விளக்கமளிப்பது என வரையறுக்கப் படலாம்' அளவையியல் பகுப்பாய்வின்படி இவர்களின் வரையறையானது, அறிவியல் பூர்வமாகவும் மிகச் சரியாகவும் உள்ளதைத் தெளிவாகக் காட்டுகிறது. இவ்வரையறையின்படி நான்கு நிலைகள் உள்ளன.

1. **விவரங்களைச் சேகரித்தல்:** இதுவே முதல் படியாகவும், மற்ற முறைகளுக்கு அடித்தளமாகவும் உள்ளது. விவரங்களை சேகரிப்பதற்கு முன்னர் கவனமாகத் திட்டமிடல் வேண்டும். விவரங்களைச் சேகரிப்பதில் முழுக்கணிப்பு முறை, மாதிரி கணிப்பு முறை, முதல் நிலை விவரங்களைச் சேகரித்தல், இரண்டாம் நிலை

விவரங்களை சேகரித்தல் போன்ற வெவ்வேறு முறைகள் உள்ளன. ஆய்வு செய்பவர் சரியான முறையைப் பயன்படுத்திக் கொள்ள வேண்டும்.

2. **விவரங்களை அளித்தல்:** அடுத்து வரும் ஆய்வுகளுக்கு உதவும் முறையில், மிகச் சுருக்கமாகவும், பொறுத்தமாகவும் சேகரித்த விவரங்கள் முழுமையும் அளித்தல் வேண்டும். அவ்விவரங்களை அட்டவணையாகவோ விளக்கப்படமாகவோ, வரைபடமாகவோ அளிக்கலாம்.
3. **விவரங்களின் பகுப்பாய்வு:** மைய ஈர்ப்பு அளவைகள், மாறுபாட்டளவை, ஒட்டுறவு, உடன் மாறுபாடு போன்ற அளவைகளை உயத்துணர்வதற்கு சேகரிக்கப்பட்ட விவரங்கள் கவனமாக ஆய்வு செய்யப்பட வேண்டும்.
4. **விளக்கமளித்தல்:** இறுதியாக சேகரிகப்பட்ட விவரங்களில் இருந்து ஒரு முடிவைப் பெறுதல் வேண்டும். இதுவே விளக்கமளித்தல் ஆகும். பகுப்பாய்வின் அடிப்படையில் ஏற்புடைய முடிவு எடுக்கப்பட வேண்டும். விளக்கமளிப்பதற்கு மிகச் சிறந்த திறமையும் அனுபவமும் அவசியம்.

1.4.3 ஹொரேஸ் செக்ரிஸ்டின் வரையறை

'முன்னதாகவே தீர்மானிக்கப்பட்ட ஒரு நோக்கத்திற்காக ஒழுங்கான முறையில் சேகரிக்கப்பட்டதும் ஒன்றோடொன்று ஒப்பிடக் கூடியதாகவும், எண்ணிக்கையில் கூற முடிவதும், நியாயமான அளவுக்கு செம்மையாக மதிப்பிடத் தக்கதும், பல்வகைக் காரணங்களால் குறிப்பிடத்தக்க அளவுக்கு பாதிக்கக் கூடியதுமான விவரங்களின் மொத்தமே புள்ளி விவரம் ஆகும்.

மேற்கண்ட வரையறையே மிக முழுமையானதாகவும், புரிந்து கொள்ளக் கூடியதாகவும் காணப்படுகிறது.

1.5 புள்ளியியலின் பணிகள் (Functions of Statistics):

புள்ளியியலில் பல பணிகள் உள்ளன. முக்கியமான ஐந்து பணிகள் பின்வருமாறு.

1.5.1 சுருங்கக் கூறுதல் (Condensation):

பொதுவாக கூறுமிடத்து 'சுருங்கக் கூறு' என்ற சொல்லுக்கு குறைப்பது அல்லது சுருக்குவது என்று பொருள். கொடுக்கப்பட்ட சில மதிப்புகளில் மிக அதிக விவரங்களின் தொகுப்பைப் புரிந்து கொள்ள வைப்பதே சுருங்கக் கூறுதலின் முக்கிய நோக்கம் ஆகும். குறிப்பாக, சென்னையில் உள்ள பள்ளியில் ஒரு வகுப்பின் தேர்வு மதிப்பெண்கள் மட்டும் கொடுக்கப்பட்டால், நமக்குத் தெளிந்த கருத்து கிடைக்காது. அதற்கு பதிலாக அத்தேர்வின் சராசரி மதிப்பெண் ஒரு தெளிவான

கருத்தைக் கொடுக்கும். இதே போல் மதிப்பெண்களின் வீச்சு அவ்விவரங்களின் மற்றொரு சிறந்த அளவையாகும். இவ்வாறாக நிறைய விவரங்கள் கொண்ட தொகுப்பைப் புரிந்துகொள்வதில் உள்ள சிக்கல்களை புள்ளியியல் அளவைகள் குறிக்கின்றன.

1.5.2 ஒப்பிடல் (Comparison):

வகைப்படுத்துதல், அட்டவணைப்படுத்துதல் என்ற இரு முறைகளும் விவரங்களைச் சுருங்கக் கூறுவதற்கு உதவுகின்றன. இவை சேகரிக்கப்பட்ட விவரங்களை ஒப்பிடப்பயன்படுகிறது. கூடுதல்கள், மையப் போக்கு அளவைகள். சிதறல் அளவைகள், வரைபடங்கள், விளக்கப் படங்கள், ஒட்டுறவுக்கெழு போன்றவை போதுமான அளவு ஒப்பிடுவதற்குப் பயன்படுகின்றன.விவரங்களின் ஒரு வரைபடம் இருந்தால், அவற்றின் தொடர்பை ஒப்பிட இயலும் தஞ்சை மாவட்டத்தின் அரிசி உற்பத்தி அளவு தெரிந்தால், அம்மாவட்டத்தில் உள்ள ஒரு பகுதி உற்பத்தியை மற்றொரு பகுதி உற்பத்தியுடன் ஒப்பிட இயலும். தமிழ்நாட்டில் உள்ள இரு வெவ்வேறு மாவட்டங்களின் அரிசி உற்பத்தி அளவு தெரிந்தால், ஒப்பீட்டாய்வு காண இயலும். புள்ளியியல் என்பது நிகழ்வுகள் மற்றும் எண்களின் ஒட்டுமொத்த தொகுதியாக இருப்பதால், எப்பொழுதும் ஒப்பிட இயலும். உண்மையில், ஒப்பிடுதல் விவரங்களை நல்ல முறையில் புரிந்து கொள்ள உதவுகிறது.

1.5.3 முன்னறிதல் (Forecasting):

'முன்னறிதல்' என்பதன் பொருள் முன் கூட்டியே அறிவதற்காக மதிப்பீடு செய்தல், அல்லது முன்பாகவே கணித்தல் ஆகும். தமிழ்நாட்டில் மாவட்டங்களில் கடந்த பத்தாண்டுகளில் பெய்த மழையளவு விவரம் கொடுக்கப்பட்டால், வரப்போகும் காலத்திற்கான மழையளவை முன்பாக அறிவிக்க இயலும். வணிகத் துறையில் 'முன்னறிதல்' என்பது உற்பத்தி, விற்பனை, இலாபம் போன்றவற்றுடன் மிக அதிக அளவு தொடர்புடையது, காலத்தொடர்வரிசை பகுப்பாய்வு, உடன் தொடர்புப் பகுப்பாய்வு என்பன முன்பாக மதிப்பீடு செய்து அறிவிக்க முக்கியமானவை ஆகும்.

1.5.4 முன்கூட்டி மதிப்பிடுதல் (Estimation):

முழுமைத் தொகுதியில் இருந்து எடுக்கப்பட்ட மாதிரிக்கூறு பகுப்பாய்வின் மூலம் முழுமைத் தொகுதியைப் பற்றி உய்த்துணர்வதே, புள்ளியியலின் முக்கிய குறிக்கோள் ஆகும். புள்ளியியல் உய்த்துணர்தலில் உள்ள முக்கிய நான்கு பிரிவுகளாவன.

1. முன்கூட்டி மதிப்பிடுதல்
2. எடுகோள் சோதனைகள்
3. பண்பளவைச் சாரா சோதனைகள்
4. தொடர் பகுப்பாய்வு

முன்கூட்டி மதிப்பிடுதலில், மாதிரிக்கூறு மதிப்புகளின் அடிப்படையில் தெரியாத தொகுதிப் பண்பளவை மதிப்பீடு செய்யப்படுகிறது. ஒரு பள்ளியில் உள்ள ஏதேனும் நூறு மாணவர்களை மாதிரிக் கூறாகக் கொண்டு, அவர்களின் உயரங்கள் கொடுக்கப்பட்டால், அப்பள்ளி மாணவர்களின் சராசரி உயரத்தை மதிப்பிட இயலும்.

1.5.5 எடுகோள் சோதனைகள் (Test of Hypothesis):

மாதிரிக்கூறு மதிப்புகளிலிருந்து கிடைக்கப்பெற்ற தகவல்களை அடிப்படையாகக் கொண்டு, முழுமைத் தொகுதியின் பண்புகளையும் நிகழ்த்தகவு பரவல்களையும் பற்றிய கூற்றுகளே புள்ளியியல் எடுகோள்கள் ஆகும். எடுகோள்களை உருவாக்குவதிலும், அவற்றை சோதனை செய்வதிலும் புள்ளியியல் முறைகள் மிக அதிக அளவில் பயன்படுகிறது. புதிய உரத்தின் பயனாக விளைச்சல் அதிகரித்துள்ளதா, அல்லது புதிய மருந்து ஒரு குறிப்பிட்ட நோயைத் தீர்ப்பதில் அதிக சக்தியுடன் செயல்படுகிறதா? போன்ற கூற்றுகள் எடுகோள்களுக்கு எடுத்துகாட்டுகள் ஆகும். அவை தகுந்த புள்ளியியல் முறைகள் மூலம் சோதனை செய்யப்பட வேண்டும்.

1.6 புள்ளியியலின் நோக்கம் (Scope of Statistics):

புள்ளியியல் எனபது புள்ளி விவரங்களை சேகரிக்கும் கருவியாக மட்டுமேயல்லாமல் அதன் சரியான யுக்திகளைக் கையாள்வதன் மூலமும் பகுப்பாய்வு செய்வதன் மூலமும் அவ்விவரங்களில் இருந்து சரியான உய்த்துணர்தலைக் கொண்டு வர இயலும். மனிதச் செயல்பாடுகள் ஒவ்வொன்றிலும் புள்ளியியல் பயன்படுத்தப்படுகின்றது. உயிரியல், வணிகவியல், கல்வி, திட்டமிடல், வணிகமேலாண்மை, தகவல் தொழில்நுட்பத்துறை போன்ற சமூகம் சார்ந்த துறைகளிலும், பயன்படுகிறது. புள்ளியியல் பயன்படாத துறையே காண இயலாது எனலாம். புள்ளியியலின் பல்துறைப் பயன்பாடுகள் பற்றிச் சுருக்கமாக இங்கு காணலாம்.

1.6.1 புள்ளியியலும் தொழில் துறையும்:

புள்ளியியல் என்பது பல தொழிலகங்களில் விரிவாகப் பயன்படுதப்படுகிறது. தொழிலகங்களில் தரக்கட்டுப்பாட்டுப் படங்கள் ஒரு குறிப்பிட்ட தர நிலையை நீடிக்கச் செய்ய பயன்படுகிறது. உற்பத்தி பொறியியலில், உற்பத்தியானது குறிப்பிட்ட நிலையளவை நிறைவு செய்கிறது என்பதில் ஆய்வு திட்டங்கள், தரக்கட்டுப்பாட்டு படங்கள் போன்ற புள்ளியியல் கருவிகளின் தேவை மிக முக்கியத்துவம் வாய்ந்தவை. ஆய்வுத் திட்டத்தில் நமக்குப் புகலிடம் அளிக்கும் மாதிரிக் கணிப்பு முறையே புள்ளியியலின் மிக முக்கிய அம்சமாகும்.

1.6.2 புள்ளியியலும் வணிகவியலும்:

வெற்றிகரமான வணிகத்திற்கு புள்ளியியலே உயிர்த்துடிப்பாகும். எந்த ஒரு வியாபாரியும், பொருள்களில் மிகக் குறைவான இருப்பையோ அல்லது மிக அதிகமான இருப்பையோ வைத்திருக்க இயலாது. ஆரம்பத்திலேயே, அவரது பொருளுக்கான தேவையையும், அதற்கான அவரது வெளியீடுகள் அல்லது வாங்குதல் மூலம் சரிசெய்யும் தன்மையையும் மதிப்பீடு செய்கிறார். எனவே வியாபாரம் மற்றும் வணிகவியலில் இருந்து புள்ளியியலைப் பிரிக்க இயலாது.

இந்திய பொருளாதாரத்தில், பல வெளிநாட்டு நிறுவனங்கள் நுழைந்திருப்பதால் வியாபாரத்தின் அளவு பெருகியுள்ளது. ஒரு புறத்தில் கடுமையான போட்டி அதிகரித்த போதிலும் மறுபுறத்தில் விருப்பங்கள் மாறுபடுவதால் புதிய நாகரீகம் நுழைகிறது. இதன் தொடர்பாக தற்போதைய நிலை மற்றும் எதிர்காலத்தில் ஏற்படும் மாற்றங்களைப் பற்றி அறிவதற்கும் சந்தை ஆய்வு மிக முக்கியமானது. குறியீட்டெண்கள், காலத் தொடர் வரிசை பகுப்பாய்வு, மதிப்பீட்டுக் கொள்கை, புள்ளியியல் எடுகோள் சோதனைகள் போன்ற புள்ளியியல் கருவிகள் பொருளியலில் மிக அதிக அளவில் பயன்படுத்தப்படுகிறது.

1.6.3 புள்ளியியலும் விவசாயமும்:

மாறுபாட்டளவை பகுப்பாய்வு (Analysis of Variance) என்பது பேராசிரியர் R.A. பிஷர் என்பவரால் உருவாக்கப்பட்ட புள்ளியியல் கருவியாகும். இது விவசாயத் துறை சோதனைகளில் மிகப் பிரபலமான ஒன்று. சிறு கூறுகளுக்கான சிறப்புச் சோதனைகளில், இரு மாதிரிக் கூறுகளுக்கிடையேயான வேறுபாடு சிறப்பு வாய்ந்தது என்பதைக் காட்டுகிறது. மாறுபாட்டளவை பகுப்பாய்வில் பல்வேறு முழுமைத் தொகுதிகளின் சராசரிகளில் சமதன்மையையும் சோதிக்கப்படுகிறது. எடுத்துக்காட்டாக, கோதுமை பயிரிடப்பட்ட ஐந்து நிலப்பகுதிகளுக்கு ஐந்து இரசாயண உரங்கள் இட்டு, அதன் விளை பலன்கள் கணக்கிடப் படுகின்றன.

இந்த வெவ்வேறு உரங்களால் விளை பலன்களின் அளவு குறிப்பிடத் தகுந்த அளவு வேறுபடுகின்றதா அல்லது அந்த கூறு ஒரே தொகுதியிலிருந்து எடுக்கப்பட்டிருக்குமா என நாம் காண விழையலாம். இப்பிரச்சனைக்கான தீர்வை மாறுபாட்டளவைப் பகுப்பாய்வு அளிக்கிறது. பல தொகுதி சராசரிகளின் ஒரே தன்மையை சோதிப்பதற்கும் பயன்படுகிறது.

1.6.4 புள்ளியியலும் பொருளியலும்:

சிக்கல் நிறைந்த தொகுதியின் எண்ணளவு மாற்றங்களை அளக்கவும் சேகரிக்கப்பட்ட விவரங்களைத் தெளிவாக விளக்கவும் புள்ளியியல் முறைகள் பயன்படுகின்றன. தற்காலத்தில் புள்ளியியலின் பயன்கள், பொருளியியல் ஆய்வில் ஏராளமாக உள்ளன. பொருளியல்

கொள்கை, அதன் செயல்பாடு இரண்டிலும் புள்ளியியலின் பங்கு மிக முக்கியமானது.

ஆல்பிரட் மார்ஷெல் என்ற பொருளியலாளர், 'புள்ளியியல் என்பது சிறிய குச்சிகளை போன்றதே. இதை வைத்து கொண்டே பொருளியியல் வல்லுநர்கள் வீட்டை எழுப்ப வேண்டும் என்று விரும்புகிறேன்' என்று கூறியிருக்கிறார். பொருளாதாரப் பிரச்சினைகளான ஊதியம், விலை, உற்பத்தி, வருமானம் மற்றும் செல்வம் இவற்றின் பங்கீடுகள் ஆகியவற்றைத் தீர்ப்பதில் புள்ளி விவரங்களும், புள்ளியியல் கருவிகளும் மிக அதிக அளவில் பயன்படுகின்றன என்பது குறிப்பிடத் தக்கது.

1.6.5 புள்ளியியலும் கல்வியும்

கல்வியில், புள்ளியியல் பரவலாகப் பயன்படுத்தப் படுகிறது. எல்லாவகை செயல்பாட்டுப் பிரிவுகளிலும் ஆய்வு என்பது மிகப் பொதுவான குணமாகும். கொள்கை உருவாக்கத்திற்கும், புதிய பாட வழியை அறிமுகப் படுத்துவதற்கும் புதிய பாட வழிகளில் உள்ள வசதிகளைத் தருவதற்கும் தேவையானது புள்ளியியல். பழைய கல்வி திட்டத்தில் இருந்து புதிய கல்வி திட்டத்தை மதிப்பீடு செய்யும் சோதனை ஆய்வில் அதிகமாக மக்கள் ஈடுபடுத்தப்படுகின்றனர். இவையனைத்தும் புள்ளியியல் மூலமாக நடைபெறக் கூடியது.

1.6.6 புள்ளியியலும் திட்டமிடலும்:

புள்ளியியல், திட்டமிடலில் மிக இன்றியமையாத ஒன்றாகும். நவீன உலகமானது 'திட்டமிடப்பட்ட உலகம்' என்று அழைக்கப்படுகிறது. கொள்கை முடிவு உருவாக்கத்திற்கும் அதை அமல்படுத்தும் திறமையான வேலைக்காக அரசாங்கத்தின் அனைத்து நிறுவனங்களும் திட்டமிடுதலின் உதவியை நாடுகின்றன.

மேலே குறிப்பிடப்பட்ட நோக்கத்தில் வெற்றியடைய, உற்பத்தி, நுகர்தல், தேவை, அளிப்பு, விலைகள், முதலீடுகள் வரவு செலவு போன்றவற்றுடன் தொடர்புடைய புள்ளி விவரங்களும், வேறு பல முன்னேற்றமடைந்த புள்ளியியல் யுக்திகளும் நடைமுறைப் படுத்துதல், பகுத்தாய்வு செய்தல், தெளிவாக்குதல் போன்ற சிக்கலான விவரங்களில் பயன்படுத்தப்படும் முன்னேற்றமடைந்த பல்வேறு புள்ளியியல் யுக்திகளும் முக்கியமானவை. இந்தியாவில் மத்திய மற்றும் மாநில அரசு இரண்டிலும் உள்ள திட்டக் குழுவில் புள்ளியியலின் பங்கு மிக முக்கியமானது.

1.6.7 புள்ளியியலும் மருத்துவமும்:

மருத்துவ அறிவியலில் புள்ளியியல் கருவிகள் மிக அதிக அளவில் பயன்படுத்தப்படுகின்றன. ஒரு புதிய மருந்தின் செயல்திறனை அறிய t-சோதனை மேற்கொள்ளப்படுகிறது. இரு வகை மருந்துகளின் செயல் திறன்களை ஒப்பிட இரு மாதிரிக் கணிப்பிற்கான t- சோதனையைப்

பயன்படுத்தி ஒப்பிடப்படுகிறது. தற்போதுள்ள மருத்துவ ஆய்வுகளில் புள்ளியியலின் பயன்பாடுகள் மேன்மேலும் அதிகரித்துக் கொண்டே வருகின்றன.

1.6.8 புள்ளியியலும் அதன் நவீன பயன்பாடுகளும்:

சமீபத்தில் வளர்ச்சி பெற்று வரும் கணினி மற்றும் தகவல் தொழில் நுட்பத் துறை, புள்ளியியல் பயன்பாட்டை அதிகரித்து புதிய மாதிரி வடிவங்களை ஒருங்கிணைத்து உருவாக்க வேண்டியுள்ளது. இப்புள்ளியியல் மாதிரி வடிவங்களிலிருந்து பல்வேறு நிறுவனங்கள், சில முடிவுகளைப் பெற முடிகிறது. சோதனைத் திட்ட அமைப்பு, முன்மதிப்பீடு செய்தல், சூழ்நிலை உருவாக்கும் கணக்குகள் போன்றவற்றின் தீர்விற்காக நிறைய மென்பொருட்கள் கிடைக்கின்றன.

SYSTAT *என்ற கணினி மென் பொருள், அறிவியல் மற்றும்* தொழில் நுட்ப வரைப்படங்களை புள்ளியியல் விவரங்களைக் கொண்டு தருவதில் மற்றெந்த மென்பொருட்களைக் காட்டிலும் சிறந்து விளங்குகிறது.

பல்வேறுபட்ட ஆய்வுகளுக்கு SYSTAT பயன்படுத்தப்படுகிறது. அவற்றுள் சில

1. தொல்லியல்: மண்டை ஓடுகளின் தொன்மை பற்றி ஆராய்தல்
2. தொற்று நோய்: நெஞ்சக, நுரையீரல் நோய் பற்றி ஆய்வு செய்வதற்காக.
3. புள்ளியியல்: பரவல்களின் போக்கு பற்றி ஆராய்தல்.
4. உற்பத்தி தரம் உயர்த்துவதற்கான ஆய்வு
5. மருத்துவம்: நோய்களைப் பற்றி ஆராய்தல்
6. நிலவியல்: நிலத்தடி நீரில் உள்ள யுரேனியம் போன்றவற்றின் அளவினை ஆராய்தல்

1.7 *புள்ளியியலின் வரம்புகள்:*

புள்ளியியலின் பயன்பாடுகள், மனித செயல்களின் ஒவ்வொன்றிலும் பரவலாக இருந்தாலும், அவற்றிற்கென்று சில வரம்புகள் உள்ளன. அவற்றில் சில கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளன.

1. **பண்பு விவரங்களை அறிவதற்கு புள்ளியியல் பொருந்தாது.** புள்ளியியல் எண்ணிக்கையில் தெரிவிக்கக் கூடிய அளவின் விவரங்களை மட்டுமே ஆய்வு செய்கிறது. எண்ணிக்கையில் தெரிவிக்க முடியாத பண்பு விவரங்களை அழகு, அறிவு, நேர்மை, கடின உழைப்பு, உடல் நலம், துன்பம் போன்றவற்றில் நேரடியாக புள்ளியியல் பகுப்பாய்வைப் பயன்படுத்த முடியாது. ஆனால் இவற்றிற்குச் சமமான எண்களைக் கொடுப்பதன் மூலம் புள்ளியியல் முறைகளைக் கொண்டு இவைகளையும் ஆய்வு செய்யலாம்.

எடுத்துக்காட்டாக மாணவர்கள் தேர்வில் மதிப்பெண்கள் அடிப்படையில் அவர்களின் அறிவுக் கூர்மையைப் பற்றி அறியலாம்.

2. **புள்ளியியல் தனி மதிப்பை ஆய்வு செய்வது இல்லை.** புள்ளியியல் அநேக புள்ளி விவரங்களடங்கிய தொகுதியை மட்டும் ஆய்வு செய்யுமே ஒழிய தனிப்பட்ட ஓர் உறுப்பைப் பற்றி ஆய்வு செய்வதில்லை. தனியாக உள்ள ஓர் உறுப்பின் விவரம் புள்ளியியல் ஆகாது. அது புள்ளியியல் ஆய்விற்குப் பயன்படாது.
3. **புள்ளியியல் விதிகள் மிகச் சரியானவை என்று கூற முடியாது.** கணிதம், இயற்பியல், அறிவியலில் மிகச் சரியான விதிகள் உள்ளன என்பது நாம் அறிந்ததே. ஆனால் புள்ளியியல் விதிகள் மிகச் சரியானவை அல்ல, தோராயமானதே. புள்ளியியல் முடிவுகள் உலகம் முழுவதிலும் உண்மையாக இருப்பதில்லை. சராசரி அளவில் மட்டுமே உண்மையாக உள்ளது.
4. **புள்ளியியல் அட்டவணைகள் தவறாகப் பயன்படுத்தப்படலாம்.** புள்ளியியலை மிகத் திறமை வாய்ந்தவர்களால் மட்டுமே பயன்படுத்த முடியும். இல்லையெனில் புள்ளியியலில் செயல்முறைகள், சரியாகப் பயன்படுத்தத் தெரியாதவரிடம் கிடைத்த மிக மோசமான கருவியாகிவிட வாய்ப்பு உண்டு. புள்ளியியல் கருவிகளைச் சரியாகப் பயன்படுத்தத் தெரியாததாலும், அல்லது உரிய நபர் வேண்டுமென்றே தவறாகப் பயன்படுத்துவதாலும் தவறான முடிவுக்கு வர நேரிடும். தவறான எண் விவரங்களால், புள்ளியியல் முறைகேடாகப் பயன்படுத்தக் கூடும். கிங் என்பவரின் சரியான கூற்றுப்படி 'புள்ளியியல் என்பது ஒரு களிமண், ஒருவர் அதில் இருந்து அவரவர் விருப்பத்திற்கேற்ற வண்ணம் கடவுளையோ, பூதத்தையோ வடிவமாக்க இயலும்'.
5. **பிரச்சினையைக் காணும் ஆய்வுக் கருவிகளில் புள்ளியியலும் ஒரு ஆய்வுக்கருவியே.** புள்ளியியல் முறைகள் மட்டுமே ஒரு பிரச்சினையின் முழுத்தீர்வையும் தர இயலாது. எடுத்துக்காட்டாக, சமூக அமைப்பைப் பற்றி ஆய்வு செய்யும் போது, புள்ளியியல் விவரங்களை மட்டும் சார்ந்திராமல், அந்நாட்டின் பண்பாடு, மதம், தத்துவம் இவற்றையும் சேர்த்தே முடிவெடுக்க வேண்டும். எனவே புள்ளியியல் ஆய்வுகள் மற்ற சான்றுகளோடு இணைத்து முடிவுகளைத் தரவேண்டும்.

பயிற்சி - 1

I. சரியான விடையைத் தேர்ந்தெடுத்து எழுதுக:

1. புள்ளியியல் கருத்தின் தோற்றம் காணப்பட்ட இடம்
   (அ) அரசு (ஆ) வணிகவியல்
   (இ) பொருளியல் (ஈ) தொழில்துறை

2. 'எண்ணுதல் புள்ளியியலில் அறிவியல் என அழைக்கப்படலாம்' என்ற வரையறையைக் கூறியவர்
   (அ) கிராக்ஸ்டன் (ஆ) ஏ.எல்.பௌலி
   (இ) போடிங்டன் (ஈ) வெப்ஸ்டர்

II. கோடிட்ட இடங்களை நிரப்புக:

3. முற்காலத்தில் புள்ளியியல் கருத்து ____________ இல் பயன்படுத்தப்பட்டது
4. விவரங்களைச் சுருக்குவதற்கு வகைப்படுத்தல் மற்றும் _________ ஆகிய இருமுறைகள் பயன்படுத்தப்படுகின்றன
5. காலத் தொடர்வரிசையும், உடன் தொடர்பு போக்கும் _________ செய்வதில் பெரும் பங்கு வகிக்கிறது
6. _________ என்ற முறை வேளாண்மை ஆய்வுகளில் முக்கிய புள்ளியியல் கருவிகளில் ஒன்றாக விளங்குகிறது

III. கீழ்க்கண்ட வினாக்களுக்கு விடையளி:

7. A.L. பௌலியின் புள்ளியியல் பற்றிய வரையறைகளை எழுதுக.
8. கிராக்ஸ்டன், மற்றும் கௌடனால் கொடுக்கப்பட்ட புள்ளியியல் வரையறைகளை எழுதுக.
9. கிராக்ஸ்டன் மற்றும் கௌடனால் வரையறுக்கப்பட்ட புள்ளியியலின் நான்கு நிலைகளை எழுதுக.
10. ஹொரேஸ் செக்ரிஸ்ட்டின் புள்ளியியல் பற்றிய வரையறையை எழுதுக.
11. புள்ளியியலின் பணிகளைக் கூறி விளக்குக.
12. புள்ளியியலின் முக்கியத்துவத்தை விளக்குக.
13. புள்ளியியலின் வரம்புகள் யாவை?
14. புள்ளியியலின் ஏதேனும் இரு பணிகளை விளக்குக.
15. புள்ளியியலின் ஏதேனும் இரு பயன்பாடுகளை விளக்குக.
16. புள்ளியியலின் ஏதேனும் இரு குறைபாடுகளைக் கூறுக.

IV. செய்து பார்க்க:

17. செய்தித் தாள், இதழ்கள், தொலைக்காட்சி, இணைய தளம் போன்றவற்றில் இருந்து புள்ளியியல் தகவல்களைச் சேகரிக்க.
18. மிகச் சிறந்த, முக்கியமான புள்ளியியல் தகவல்களைச் சேகரித்து உனது நோட்டுப் புத்தகத்தில் (Album) ஒட்டுக.

விடைகள்

I. 1. (அ) 2. (ஆ)

II. 3. அரசு தகவல்களில் 4. அட்டவணைப்படுத்துதல்
5. முன்னறிதல் 6. மாறுபாட்டளவைப் பகுப்பாய்வு

2. மாதிரிக் கணிப்பு முறைகள் - அறிமுகம்

2.1 அறிமுகம்:

மாதிரிக் கணிப்பு (sampling) என்பது நமது அன்றாட வாழ்க்கையில் அடிக்கடி பயன்படுத்தப்படுவதாகும். கடைக்குச் சென்று தானியவகைகளை நாம் வாங்கும்போது ஒரு கைப்பிடியளவே எடுத்து அதன் தரம் அறிந்து அப்பொருட்களை வாங்குகிறோம். ஒரு மருத்துவர் ரத்தத்தின் சில துளிகளை மாதிரியாக எடுத்து சோதித்தபின் நம் உடலில் ஏற்பட்ட நோயின் தன்மையைப் பற்றிய முடிவுக்கு வருகிறார். இவ்வாறாக நடைமுறையில் பெரும்பாலான ஆய்வுகள் மாதிரிகளை அடிப்படையாகக் கொண்டே அமைகின்றன.

இப்பகுதியில் மாதிரிக் கணிப்புகளின் முக்கியத்துவத்தையும், முழுமைத்தொகுதியிலிருந்து மாதிரி எடுப்பதற்கான பல்வேறு முறைகளையும் காண்போம்.

2.2 முழுமைத்தொகுதி (Population):

புள்ளியியல் சோதனையில் முழுமைத்தொகுதி என்பது ஓர் ஆய்வுக்கு உட்படுத்தப்படும் அனைத்து உறுப்புகளின் தொகுப்பினைக் கொண்டதாகும். ஒரு பள்ளி அல்லது கல்லூரியில் பயிலும் மொத்த மாணவர்களின் எண்ணிக்கை, ஒரு நூலகத்திலுள்ள மொத்த நூல்களின் எண்ணிக்கை, ஒரு கிராமம் அல்லது நகரத்தில் உள்ள மொத்த வீடுகளின் எண்ணிக்கை போன்றவை முழுமைத்தொகுதிக்கான எடுத்துக் காட்டுகளாகும்.

சில சமயங்களில் முழுமைத்தொகுதியில் உள்ள எல்லா உறுப்புகளைப் பற்றிய விவரங்களையும் சேகரித்துக் கொண்டு, நடைமுறைக்கேற்ப ஆய்வு செய்ய முடிகிறது. இதை முழுக் கணிப்புமுறை (Complete enumeration or census) என்று அழைக்கிறோம். அவ்வாறு முழுமைத்தொகுதியில் உள்ள ஒவ்வொரு உறுப்பையும் அளந்து, எல்லா உறுப்புகளையும் எடுத்துக் கொள்ள இயலாத சமயங்களில் மாதிரிக்கணிப்பு முறையைக் கையாள்கிறோம்.

2.2.1 முடிவுறு முழுமைத்தொகுதி, முடிவுறா முழுமைத்தொகுதி

முடிவுறு முழுமைத்தொகுதி (Finite population) எனில் அதிலுள்ள உறுப்புகளின் எண்ணிக்கை, முடிவுறு எண்ணிக்கையைக் கொண்டதாக இருக்க வேண்டும். ஒரு தொழிற்சாலையில் உள்ள தொழிலாளர்களின் எண்ணிக்கை, ஒரு தொழிலகத்தில் ஒரு நாளில் உற்பத்தியாகும் பொருட்களின் எண்ணிக்கை போன்றவை முடிவுறு முழுமைத்தொகுதிக்கு உரிய சில எடுத்துக் காட்டுகளாகும். முழுமைத்தொகுதியில் உள்ள

மொத்த உறுப்புகளின் எண்ணிக்கை முழுமைத்தொகுதி அளவு (population size) என்று அழைக்கப்படுகிறது. ஒரு முழுமைத்தொகுதி எண்ணற்ற உறுப்புகளைக் கொண்டதாக இருந்தால் அது வரம்பற்ற முழுமைத்தொகுதி அல்லது முடிவுறா முழுமைத்தொகுதி (Infinite population) என்று அழைக்கப்படுகிறது. வானத்தில் உள்ள விண்மீன்களின் எண்ணிக்கை, தொலைக்காட்சி நிகழ்ச்சிகளைக் காண்போரின் எண்ணிக்கை போன்றவை முடிவுறா முழுமைத்தொகுதிக்கு சில எடுத்துக்காட்டுகளாகும்.

2.2.2 முழுக் கணிப்பு முறை (Census method):

முழுமைத்தொகுதியைப் பற்றிய விவரங்கள் இரு வழிகளில் சேகரிக்கப்படுகின்றன. அவை முழுக்கணிப்பு முறை மற்றும் மாதிரிக் கணிப்புமுறை ஆகும். முழுக் கணிப்பு முறையில், முழுமைத்தொகுதியில் உள்ள ஒவ்வோர் உறுப்பும் ஆய்வுக்கு உட்படுத்தப்படுகிறது. எடுத்துக்காட்டாக, ஒரு கிராமம் அல்லது ஒரு குறிப்பிட்ட பகுதியில் உள்ள குடும்பங்களின் சராசரி ஆண்டு வருமானத்தைக் கணக்கிட வேண்டுமென்றால், அப்பகுதியில் 1000 குடும்பங்கள் இருக்குமாயின், ஆயிரம் குடும்பங்களின் வருமானத்தையும் கணக்கிட வேண்டும். இம்முறையில் ஒவ்வோர் குடும்பமும் முழுமைத்தொகுதியின் உறுப்பாதலால் ஒன்றையும் விட்டுவிடக் கூடாது.

இந்திய மக்கட்தொகைக் கணக்கெடுப்பு:

நம் நாட்டின் மக்கட்தொகைக் கணக்கெடுப்பு 10 ஆண்டுகளுக்கு ஒரு முறை மேற்கொள்ளப்படுகிறது. முதல் கணக்கெடுப்பு நடைபெற்ற ஆண்டு 1871-72. சமீபத்திய மக்கட்தொகைக் கணக்கெடுப்பு 2001 ஆம் ஆண்டில் எடுக்கப்பட்டது. அதன் விவரம் இப்பாட இறுதியில் தரப்பட்டுள்ளது.

முழுக்கணிப்பு முறையின் நிறைகளும் குறைகளும்:

நிறைகள்:

1. முழுமைத்தொகுதியில் உள்ள ஒவ்வோர் உறுப்பிலிருந்தும் விவரங்கள் சேகரிக்கப்படுகின்றன.
2. இம்முறையில் பெறப்படும் முடிவுகள் துல்லியமாகவும் நம்பிக்கைக்கு உரியதாகவும் இருக்கும்.
3. ஆழ்ந்த ஆய்வினை மேற்கொள்ள வேண்டும்.
4. இம்முறையில் சேகரிக்கப்பட்ட விவரங்களை பல்வேறு கள ஆய்வுகளுக்கும், பகுப்பாய்வுகளுக்கும் பயன்படுத்திக் கொள்ளலாம்.

குறைகள்:

1. இம்முறைக்கு அதிக கணிப்பாளர்களின் உழைப்பு தேவைப்படுகிறது. அதனால் இது அதிக செலவு பிடிக்கும் முறையாகும்.

2. இம்முறைக்கு அதிக பணம், காலம், உழைப்பு, சக்தி தேவைப்படுகிறது.
3. முடிவுறா முழுமைத்தொகுதியாக இருப்பின், சில சமயங்களில் இம்முறைமூலம் விவரங்களைச் சேகரிக்க இயலாது.

2.3 மாதிரிக் கணிப்பு முறை (Sampling):

மாதிரிக் கணிப்பு முறை என்பது சமீப காலத்தில் வளர்ச்சி பெற்றதாயினும் இது புதிய கருத்தன்று. முன்னுரையில் கூறியுள்ளபடி நம் அன்றாட வாழ்வில் நம்மை அறியாமலே மாதிரிக் கணிப்பு முறையைப் பயன்படுத்தி வருகிறோம். அவ்வெடுத்துக்காட்டுகள் அனைத்திலும் மாதிரிகளே முழுமைத்தொகுதிகளைப் பற்றிய சரியான கருத்தை உருவாக்குகின்றன என நம்புகிறோம். நமது பெரும்பாலான முடிவுகள், சில உறுப்புகளைச் சோதனை செய்வதின் அடிப்படையிலேயே அமைகின்றன.அதனாலேயே மாதிரிக்கணிப்பு முறை பற்றிய விவரங்களை நாம் அறிந்து கொள்வதற்கான அவசியம் ஏற்படுகிறது.

2.3.1 மாதிரி (Sample):

புள்ளியியலாளர், முழுமைத்தொகுதியிலிருந்து ஒரு பகுதியைத் தேர்வு செய்யும் முறையை மாதிரி எடுத்தல் அல்லது கூறு எடுத்தல் என்கின்றனர். முழுமைத்தொகுதியில், புள்ளியியல் கணிப்பிற்காக வரையறுக்கப்பட்ட உறுப்புகளைக் கொண்ட ஒரு முடிவுறு உட்கணம் மாதிரி என்று அழைக்கப்படுகிறது. ஒரு மாதிரியில் உள்ள உறுப்புகளின் எண்ணிக்கையை மாதிரிஅளவு (sample size) என்கிறோம்.

மாதிரிக் கணிப்பு அலகு (Sampling Unit):

ஒரு முழுமைத்தொகுதியில் உள்ள உறுப்புகளின் மாதிரி எடுக்கப்படும்போது அந்த உறுப்புகள் மேலும் பிரிக்கப்படாமல் இருப்பின் அவை மாதிரிக்கணிப்பு அலகுகள் எனப்படும். எடுத்துக்காட்டாக, ஒவ்வொரு குடும்பத்தின் சராசரி வருவாயைக் காண வேண்டுமெனில், குடும்பத்தலைமையே மாதிரிக் கணிப்பு அலகாகக் கருதப்படும். சராசரி நெல்விளைச்சல் பற்றிக் கருதும்போது, ஒவ்வோர் உரிமையாளர் பெறும் நெல் விளைச்சலே மாதிரிக் கணிப்பு அலகு ஆகிறது.

மாதிரிக் கணிப்புப் பட்டியல் (Sampling frame):

மாதிரிக் கணிப்பு முறையை செயல்படுத்தும்போது, ஒவ்வொரு மாதிரிக் கணிப்பு அலகிற்கும் அதை அடையாளம் காண ஓர் எண் தருவது அவசியமாகிறது. அவ்வாறு பெறப்பட்ட பட்டியல், மாதிரிக் கணிப்புப் பட்டியல் என்று அழைக்கப்படுகிறது. வாக்களிப்போர் பட்டியல், வீடு வைத்திருப்போர் பட்டியல் ஊரிலுள்ள விவசாயிகளின் பட்டியல் போன்றவை மாதிரிக் கணிப்புப் பட்டியலுக்கு சில எடுத்துக்காட்டுகளாகும்.

2.3.2 மாதிரி எடுப்பதற்கான காரணங்கள்:

பின்வரும் சூழ்நிலைகளில் மாதிரிக் கணிப்பு தவிர்க்க முடியாததாகும்.

1. முழுமைத்தொகுதி முடிவுறாததாக இருக்கும்போது முழுக்கணிப்பு முறை நடைமுறையில் சாத்தியமாகாது.
2. குறுகிய கால இடைவெளியில் விவரங்கள் தேவைப்படும்போது
3. ஆய்வுக்களம் பரந்து விரிந்து மிகப்பெரிதாக இருக்கும்போது
4. பணம், பயிற்சி பெற்ற கணிப்பாளர்கள் போன்ற ஆதாரங்கள் ஒரு குறிப்பிட்ட வரம்புக்கு உட்பட்டிருப்பின்
5. ஆய்வின்போது, தேர்ந்தெடுக்கும் பொருள் அழிந்து விடக்கூடியது எனில் மாதிரிக் கணிப்பே உகந்ததாகும்.

2.3.3 முழுமைத்தொகுதி பண்பளவைகள் (Parameters) மற்றும் மாதிரிப்பண்பளவைகள் (Statistics):

சராசரி, இடைநிலையளவு, முகடு, திட்ட விலக்கம் போன்ற அளவைகளால், முழுமைத்தொகுதி மற்றும் மாதிரிகளின் பண்புகளை விளக்கலாம். மேற்கூறிய அளவைகள் முழுமைத்தொகுதியிலிருந்து *அளக்கப்பட்டு, அதன் பண்புகளைப் பெற்றிருப்பின் அவற்றை* முழுமைத்தொகுதி பண்பளவைகள் (Parameters) அல்லது தொகுதிப் பண்பளவைகள் என்கிறோம். அதே அளவைகள் மாதிரியிலிருந்து எடுக்கப்பட்டு மாதிரியின் பண்புகளைப் பெற்றிருப்பின் அவற்றை மாதிரிப் பண்பளவைகள் (Statistics) என்கிறோம்.

ஒரு முழுமைத்தொகுதிப் பண்பளவு முழுமைத்தொகுதியின் பண்புகளையும், ஒரு மாதிரிப் பண்பளவு மாதிரியின் பண்புகளையும் பெற்றிருக்கும்.

மாதிரிகள், முழுமைத்தொகுதியின் உட்கணங்களாக இருப்பதால், மாதிரிகளிலிருந்து முழுமைத்தொகுதியின் பண்புகளைக் கணித்துக் கூற இயலும். எனவே தொகுதிப் பண்பளவைகளைப் பற்றிய விவரங்கள் தெரியாத போது, மாதிரிப் பண்பளவைகளிலிருந்தே அவற்றைக் கணிக்க முடிகிறது.

பொதுவாக, முழுமைத்தொகுதிப் பண்பளவைகளைக் குறிப்பதற்கு கிரேக்க எழுத்துக்கள் அல்லது ஆங்கில-பெரிய எழுத்துக்களைக் குறியீடாகப் பயன்படுத்துகிறோம். மாதிரிப் பண்பளவைகளைக் குறிப்பதற்கு ஆங்கிலத்தில் உள்ள சிறிய எழுத்துக்களைப் பயன்படுத்துகிறோம்.

முழுமைத்தொகுதியில் உள்ள அளவைகளான, தொகுதி அளவு, சராசரி, திட்டவிலக்கம் போன்றவற்றிற்கு முறையே N, μ, σ ஆகிய குறியீடுகளையும், மாதிரியில் அவற்றிற்கு முறையே n, $\bar{x}$, s ஆகிய குறியீடுகளையும் பயன்படுத்துகிறோம்.

2.3.4 மாதிரிக் கணிப்பின் கோட்பாடுகள்:

மாதிரிகள் நன்கு கணிக்கும் திறன் கொண்டவையாக இருக்க வேண்டும். அதற்கு மாதிரிகள் கீழ்க்கண்ட கோட்பாடுகளுக்கு உட்பட்டிருக்க வேண்டும்.

1. புள்ளியியலின் ஒழுங்கு நியதி (Statistical regularity):

ஒருபெரிய தொகுதியினின்று, சமவாய்ப்பு முறையில் எடுக்கப்படும் உறுப்புகளின் எண்ணிக்கையை அதிகரிப்பதற்கு ஏற்ப, மாதிரிகளில் உள்ள ஒரு நிகழ்வின் சராசரியும், தொகுதியின் சராசரியும் அதே பண்புகளைப் பெற்றிருப்பதற்கான வாய்ப்புகள் நிச்சயமாகிறது. அதாவது, ஒரு நிகழ்விற்கான சோதனை செய்யும்போது, மாதிரிகளில் சமவாய்ப்பு முறையில் எடுக்கப்படும் உறுப்புகளின் எண்ணிக்கையை அதிகரிப்பதற்கு ஏற்ப அச்சோதனையின் முடிவுகளில் ஓர் ஒழுங்கு முறை அல்லது நிலைத்தன்மை ஏற்படுகிறது. அதனால் அம்மாதிரிகளின் சராசரிகள் பெருந்தொகுதியின் பண்புகளைப் பெற்றிருக்கக் காரணமாகிறது.

2. பேரினங்களில் மாறாப் பொதுமை (Inertia of large numbers):

மாதிரியின் அளவை அதிகரிப்பதால் மாதிரிக்குள்ளேயுள்ள வேறுபட்ட பண்புகளும் சமப்படுத்தப்பட்டு முடிவில் மாறாப் பொதுமையைப் பெறுகிறது. எனவே கிடைக்கவிருக்கும் சராசரி முடிவுகள் மிகவும் துல்லியமாகவும் நம்பிக்கைக்கு உகந்ததாகவும் இருக்கும்.

3. ஏற்புடைத் தன்மையுடைமை (Validity):

மாதிரிக் கணிப்பு முறைகள், தொகுதிப் பண்பளவைகளை ஏற்புடைய அளவிற்கு உகந்ததாகக் கணிக்கும் திறன் பெற்றிருக்க வேண்டும்.

4. உத்தமத் தன்மையுடைமை (Optimisation):

உத்தம முடிவுகளைப் பெறும் வகையில் மாதிரிக் கணிப்பு முறைகளை, முன்பே நன்கு வடிவமைத்துத் தேர்ந்தெடுக்க வேண்டும் என்று இக்கோட்பாடு கூறுகிறது. இதனால் மாதிரிக் கணிப்பை வடிவமைப்பதில் ஏற்படும் இழப்பு குறைகிறது.

மாதிரிக் கணிப்பு முறையைப் பயன்படுத்துவதற்கான மிக முக்கிய காரணம், முழுமைத்தொகுதியைப் பற்றிய அதிகபட்ச விவரங்களை மிகக் குறைந்த அளவிலான செலவு, நேரம் மற்றும் மனித உழைப்பு ஆகியவற்றைப் பயன்படுத்தி சேகரிப்பதற்காகவே. எனவே மாதிரிகள், முழுமைத்தொகுதியின் எல்லாப்பண்புகளையும் பெற்றிருக்கும்போதுதான், இவை சிறந்த முறையில் நிறைவேற்றப்படும்.

மாதிரிக் கணிப்புப்பிழைகள் மற்றும் மாதிரிக்கணிப்பில் அல்லாத பிழைகள் (Sampling errors and non-sampling errors):

மாதிரிக் கணிப்பு முறைகளை மேற்கொள்ளும் போது இருவகைப் பிழைகள் ஏற்பட வாய்ப்புண்டு. அவை மாதிரிக் கணிப்புப் பிழைகள், மாதிரிக்கணிப்பில் அல்லாத பிழைகள் எனப்படும்.

1. மாதிரிக் கணிப்புப்பிழைகள் (Sampling errors):

மாதிரி என்பது முழுமைத்தொகுதியின் ஒரு பகுதியாக இருந்த போதிலும், முழுமைத்தொகுதியைப் பற்றிய விவரங்கள் அனைத்தையும் மாதிரிக் கணிப்பினால் பெற முடியும் என்று எதிர்பார்க்க இயலாது. எனவே பெரும்பாலான சமயங்களில் தொகுதிப் பண்பளவைகளுக்கும், மாதிரிப் பண்பளவைகளுக்கும் இடையே வித்தியாசங்களைக் காண முடிகிறது. இவ்வாறாக ஒரு தொகுதிப் பண்பளவைக்கும், மாதிரிக் கணிப்பின் மூலமாகக் கணிக்கப்பட்ட மதிப்பிற்கும் உள்ள வித்தியாசம் அல்லது முரண்பாடு மாதிரிக் கணிப்புப்பிழை எனப்படுகிறது.

2. மாதிரிக் கணிப்பில் அல்லாத பிழைகள் (Non sampling errors):

களப்பணி ஆய்வில், நேரிடையாக விவரங்களைச் சேகரிக்க முற்படும்போது சில பிழைகள் ஏற்பட வாய்ப்புகள் உண்டு. இப்பிழைகள் மாதிரிக் கணிப்பில் அல்லாத பிழைகள் என்று அழைக்கப்படுகின்றன.

2.3.5 மாதிரிக் கணிப்பு முறையின் நன்மைகளும் வரம்புகளும்:

முழுக்கணிப்பு முறையை விட மாதிரிக்கணிப்பு முறையில் பல நன்மைகள் உள்ளன. அவை

1. மாதிரிக் கணிப்பு முறை நேரத்தையும் உழைப்பையும் சேமிக்கிறது.
2. அதனால் பணச்செலவும் மனித நேரமும் குறைவதற்குக் காரணமாகிறது.
3. மாதிரிக் கணிப்பு முறையினால் மிகத்துல்லியமான முடிவுகளைப் பெற முடிகிறது.
4. இதற்கு அதிக வாய்ப்பு உள்ளது.
5. இதை அதிக அளவில் உட்படுத்திக் கொள்ள முடிகிறது.
6. முழுமைத்தொகுதியானது மிகப் பெரியதாகவோ எடுகோள் சார்ந்ததாகவோ சோதனையின் போது அழியக் கூடியதாகவோ இருக்குமாயின் மாதிரிக் கணிப்பு முறையை மட்டுமே பயன்படுத்த இயலும்.

மாதிரிக் கணிப்பு முறையை சில வரம்புகளுக்குட்பட்டே எடுக்க வேண்டும். அவை பின்வருமாறு

1. மாதிரிக் கணிப்பில் ஈடுபடுபவர்கள் தகுதி வாய்ந்தவர்களாகவும் நல்ல அனுபவம் பெற்றவர்களாகவும் இருக்க வேண்டும். இல்லையெனில் பெறப்படும் முடிவுகள் நம்பத் தகுந்ததாக இருக்காது.
2. மாதிரியைச் சரியாக தேர்ந்தெடுக்காவிடின் சில சமயங்களில், உகந்த மதிப்புகளைத் தருவதற்கு பதில் விளிம்பு மதிப்புகளைத் தரும்.
3. மாதிரிக் கணிப்பு செய்வதில் மாதிரிப் பிழைகள் இருக்கும். ஆனால் முழுக்கணிப்பு முறையில் மாதிரிப்பிழைகள் ஏற்பட வாய்ப்பில்லை.

2.4 மாதிரிக் கணிப்பின் வகைகள்:

ஒரு மாதிரியைத் தேர்ந்தெடுப்பதில் உள்ள நுட்பத் திறமையே மாதிரிக்கணிப்பு முறைக்கு அடிப்படை அவசியமாகவும் புள்ளியியல் ஆய்வின் தன்மைக்கு ஏற்ப முக்கியத்துவத்தையும் பெறுகிறது.

மாதிரிக்கணிப்பு முறைகளில் பொதுவாகப் பயன்படுத்த படுபவைகளைப் பின்வருமாறு பிரிக்கலாம்.

1. நிகழ்தகவு மாதிரிக் கணிப்பு முறை (Probability sampling)
2. நிகழ் தகவற்ற மாதிரிக் கணிப்பு முறை (Non-Probability sampling)
3. கலவை மாதிரிக் கணிப்பு முறை (Mixed sampling)

2.4.1 நிகழ்தகவு மாதிரிக் கணிப்பு முறை:

நிகழ்தகவு மாதிரி என்பது முழுமைத்தொகுதியிலிருந்து நிகழ்தகவின் மூலமாக உறுப்புகள் தெரிந்தெடுக்கப்படுகிறது. சாதாரண சமவாய்ப்பு மாதிரி, எண்ணிக்கைக்கு ஏற்ப சரியான விகித அளவில் எடுக்கப்படும் மாதிரி போன்றவை நிகழ்தகவு மாதிரிகளாகும்.

2.4.2 நிகழ்தகவற்ற மாதிரிக் கணிப்பு முறை:

இது தன்விருப்பத்தைப் பிரதிபலிக்கும் வகையில் உறுப்புகளை, முழுமைத்தொகுதியிலிருந்து தேர்வு செய்யும் முறையாகும். இம்முறையை **நோக்கமுடைமாதிரிக் கணிப்பு** (Purposive sampling) என்பர். இம்முறை பெரும்பாலும் கருத்துக் கணிப்புகளில் பயன்படுத்தப்படுகிறது. நோக்கமுடை மாதிரிக் கணிப்பைச் சேர்ந்த, பங்கு மாதிரிக் கணிப்பு (Judgement sampling) முறை என்பது அளவீடு செய்யும் போது பயன்படுத்தப்படுகிறது. ஆனால் களப்பணியாளரின் முன் தீர்மானிக்கும் எண்ணம், தவறுகள் போன்றவற்றால் பெரும்பாலும் இம்முறை பயன்படுத்தப்படுவதில்லை. இருப்பினும் களப்பணியாளர் முன் அனுபவம் பெற்றவராகவும் திறமைசாலியாகவும் இருந்தால் இக்கணிப்பின் மூலம் நல்ல முடிவுகளைப் பெறலாம்.

எடுத்துக்காட்டாக, புதிய வகை உந்துகளின் செயல் திறமையைப் பற்றிய சந்தை ஆய்வில் எடுக்கப்படும் மாதிரி, புதிய உந்துகளை வாங்குவோரைப் பங்காகக் கொண்ட மாதிரியைத் தான் எடுக்க வேண்டும்.

2.4.3 கலப்பு மாதிரிக் கணிப்பு:

இங்கு மாதிரிகளின் ஒரு பகுதி நிகழ்தகவின் படியாகவும் மற்றொரு பகுதி தேவைக்கேற்ப விதிக்கப்படும் நிலைத்த ஒரு விதியின் படியாகவும் கலந்த முறையோடு மாதிரிகள் எடுக்கப்படுகின்றன. இவ்வாறாக எடுக்கப்படும் மாதிரியைக் கொண்டு கணிக்கும் முறைக்கு கலப்பு மாதிரிக் கணிப்பு முறை என்கிறோம்.

2.5 மாதிரிகளைத் தெரிவு செய்யும் முறைகள்:

இப்பகுதியில் பின்வரும் மூன்று வகையான முறைகளைக் காண்போம்.

1. சாதாரண சமவாய்ப்பிலான மாதிரிக் கணிப்பு முறை.
2. பகுதி முறை மாதிரிக் கணிப்பு முறை
3. முறை சார்ந்த மாதிரிக் கணிப்பு முறை

1. சாதாரண சமவாய்ப்பிலமையும் மாதிரிக் கணிப்பு முறை: (Simple random sampling)

ஒரு முடிவுறு முழுமைத்தொகுதியில் உள்ள உறுப்புகளைத் தெரிவு செய்யும்போது, ஒவ்வொரு உறுப்பும் தெரிந்தெடுக்கப்பட சமவாய்ப்பு அமையுமானால், அவ்வகையில் பெறப்பட்ட சில உறுப்புகளைக் கொண்ட மாதிரி, சாதாரண சமவாய்ப்பிலமையும் மாதிரி அல்லது சாதாரண ராண்டம் மாதிரி எனப்படும்.

2. மாதிரித்தேர்வு செய்த உறுப்பினை மீண்டும் மாதிரித் தேர்வுக்கு உட்படுத்தாமை (Sampling without replacement)

இம்முறையில் முழுமைத்தொகுதியில் உள்ள உறுப்புகள் மாதிரியில் எடுக்கப்படும்போது ஒரே ஒரு முறைதான் அமையும். அதாவது மாதிரித் தேர்வில் ஓர் உறுப்பைத் தேர்வு செய்த பிறகு அதே உறுப்பு முழுமைத்தொகுதிக்கு மறுபடியும் அனுப்பப் படுவதில்லை.

3. மாதிரித் தேர்வு செய்த உறுப்பினை மீண்டும் மாதிரி தேர்வுக்கு உட்படுத்துதல்: (Sampling with replacement)

இம்முறையில், முழுமைத்தொகுதியிலிருந்து எடுக்கப்படும் உறுப்புகள், மாதிரியிலிருந்து மீண்டும் அனுப்பப்படுவதால், ஒரு முறைக்கு மேல் அமையும்.

சாதாரண சமவாய்ப்பிலமையும் மாதிரிக் கணிப்புகள் மேற்கூறிய இரு வகையிலும் அமைகின்றன.

2.5.1 சாதாரண சமவாய்ப்பிலமையும் மாதிரிக் கணிப்புகளைத் தேர்வு செய்யும் முறைகள்:

கீழ்கண்டவை சாதாரண சமவாய்ப்பிலமையும் மாதிரிக் கணிப்புகளின் சில வகைகளாகும்.

(அ) குலுக்கல் முறை (Lottery method)

இம்முறை எல்லோரும் நன்கறிந்த எளிமையான முறையாகும். இம்முறையில் முழுமைத்தொகுதியில் உள்ள எல்லா உறுப்புகளுக்கும் எண்கள் தரப்பட்டு அவை ஒவ்வொன்றும் துண்டு சீட்டுகளில் குறிக்கப்படுகின்றன.

துண்டு சீட்டுகள் ஒரே அளவு, வடிவம் மற்றும் வண்ணம் கொண்டதாக இருக்க வேண்டும். அவற்றை நன்கு மடித்து ஒரு கொள்கலனில் கலந்து வைத்திருக்க வேண்டும். பிறகு அனைத்து சீட்டுகளையும் குலுக்கி மாதிரி எண்ணிக்கைக்கு ஏற்றவாறு அவற்றிலிருந்து தேர்வு செய்ய வேண்டும்.

எடுத்துக்காட்டாக, ஒரு வகுப்பில் உள்ள 50 மாணவர்களில் 5 பேரைத் தேர்ந்தெடுக்க வேண்டுமெனில், 50 துண்டு சீட்டுகளில் அம்மாணவர்களின் பெயர் அல்லது வரிசை எண்ணைக் குறிப்பிட்டு அத்தாள்களைக் கலந்துவிட வேண்டும். அவற்றிலிருந்து 5 மாணவர்களைச் சமவாய்ப்பு முறையில் நாம் தேர்ந்தெடுக்கலாம். இம்முறை பாிசுச்சீட்டுக் குலுக்கல் முறையில் பயன்படுத்தப்படுகிறது. முழுமைத்தொகுதி முடிவுறாதிருப்பின் இக்குலுக்கல் முறையைப் பயன்படுத்த முடியாது.

(ஆ) சமவாய்ப்பில் எண்களைத் தரும் பட்டியல் முறை: (Table of Random number method)

முழுமைத்தொகுதியில் உள்ள உறுப்புகளின் எண்ணிக்கை முடிவுறாதிருப்பின், குலுக்கல் முறையைப் பயன்படுத்த முடியாது. இதற்கு மாற்றாக சமவாய்ப்பில் எண்களைத் தரும் பட்டியலைப் பயன்படுத்தி மாதிரி எடுக்கலாம். தரப்படுத்தப்பட்ட பல வகை ராண்டம் எண்கள் பட்டியல்கள் உள்ளன. அவற்றுள் (i) டிப்பெட்டின் அட்டவணை (ii) ஃபிஷர் , யேட்ஸ் உருவாக்கிய அட்டவணை (iii) கெண்டால், ஸ்மித் உருவாக்கிய அட்டவணை முக்கியமானவையாகும்.

இப்பட்டியல்களில் 0,1,2 . . . 9 ஆகிய எண்கள் ஒன்றுக்கொன்று சார்ந்திராத வகையில், சமமாக பல முறை நிகழும் படி அமைக்கப் பட்டிருக்கும். N=100 அளவுள்ள மாதிரியை ஒரு முழுமைத் தொகுதியிலிருந்து எடுக்க வேண்டுமாயின், அம்மாதிரிக்கான உறுப்புகளுக்கு 001 முதல் 100 முடிய குறிக்கப்பட்டு, மும்மூன்றாக இணைத்து, தொடர்ச்சியாக எடுக்க வேண்டும்.
(ராண்டம் எண்களின் பட்டியலைப் பிற் சேர்க்கையில் காண்க)

ராண்டம் எண்கள் பட்டியலைப் பயன்படுத்தி ஒரு மாதிரியைத் தேர்வு செய்யும் முறை:

மாதிரித் தேர்வு செய்யும்போது முழுமைத்தொகுதியில் உறுப்புகளை வரிசை எண் அடிப்படையில் சமமான எண்ணிக்கையுடைய எண்களாக நிர்ணயித்துக் கொள்ள வேண்டும். முழுமைத்தொகுதியின் அளவு 1000 அல்லது 1000க்கும் குறைவாக இருப்பின், அதிலுள்ள உறுப்புகளுக்கு 000, 001, 002, . . . 999 என்ற எண்கள் குறியீடாக அளிக்கப்படுகிறது. அட்டவணையில், எண்களைத் தேர்ந்தெடுக்க எந்த இடத்திலிருந்தும், எந்த திசையிலிருந்தும் நிரல் வாிசையாகவோ, நிரை வாிசையாகவோ சென்று தேர்ந்தெடுத்துக் கொள்ளலாம். ஆனால் தொடர்ச்சியாக இவ்வெண்களைப் பயன்படுத்திக் கொள்ள வேண்டும். முழுமைத்தொகுதியில் உள்ள உறுப்புகளின் எண்ணிக்கைக்குத் தகுந்தபடியும் நம்மிடம் உள்ள ராண்டம் அட்டவணைப் படியும், நம் வசதிக்கேற்றவாறு மாதிரிகளைத் தேர்வு செய்யலாம். அவ்வாறு

தேர்ந்தெடுக்கும் போது ஏதேனும் ஒன்று முழுமைத்தொகுதி அளவு ‘N’ ஐக் காட்டிலும் பெரிதாக இருந்தால், அந்த எண்ணிலிருந்து ‘N’ ஐக் கழித்த பின் கிடைக்கும் எண்ணை எடுத்துக் கொள்ளலாம். இவ்வாறு தொடர்ந்து செய்து மாதிரியின் உறுப்புகளை அமைத்துக் கொள்ளலாம்.

எடுத்துக்காட்டு 1:
ஒரு பகுதியில் 500 குடும்பங்கள் உள்ளன. அவர்களின் வாழ்க்கைத் தரம் பற்றி ஆய்வு செய்ய 15 குடும்பங்களைக் கொண்ட ஒரு மாதிரியை கீழ்க்கண்ட சமவாய்ப்பில் அமைந்த எண்களின் ஒரு தொகுப்பிலிருந்து ஒரு மாதிரியைத் தேர்ந்தெடு.

4652	3819	8431	2150	2352	2472	0043	3488
9031	7617	1220	4129	7148	1943	4890	1749
2030	2327	7353	6007	9410	9179	2722	8445
0641	1489	0828	0385	8488	0422	7209	4950

தீர்வு:
மேற்கண்ட பட்டியலிலிருந்து மூன்றிலக்க எண்களைத் தேர்ந்தெடுக்க எவ்வாிசையிலிருந்தும் நாம் தொடங்கலாம் என்பதறிவோம்.

இப்போது மூன்றாம் வாிசையின் ஆரம்பத்திலிருந்து எண்களை தேர்ந்தெடுக்கத் தொடங்குவோம். அவை

203	023	277	353	600	794	109	179
272	284	450	641	148	908	280	

இங்கு சில எண்கள் 500 க்கும் மேல் உள்ளதால் அந்த எண்களிலிருந்து 500 ஐக் கழித்து அவற்றைக் கீழே பின் வருமாறு எழுதுவோம்.

203	023	277	353	100	294	109	179
272	284	450	141	148	408	280	

இதுவே நாம் தேர்ந்தெடுத்த மாதிரியாகும்.

(இ) கணிப்பான் (Calculator) மற்றும் கணினியைப் (Computer) பயன்படுத்திராண்டம் எண்களைத் தேர்ந்தெடுத்தல்

ராண்டம் எண்களை, அறிவியல் கணிப்பான் (Scientific Calaulator) மற்றும் கணினியைப் (Computer) பயன்படுத்தியும் உருவாக்கலாம். அவற்றில் இருக்கும் ராண்டம் எண் தரும் விசையை ஒவ்வொரு முறை அழுத்தும் போதும் வேறு வேறான ராண்டம் எண்களைப் பெறலாம். இம்முறையில் மாதிரிதேர்வு செய்வது, ராண்டம் பட்டியலில் இருந்து தேர்வு செய்யும் முறையைப் போன்றதே.

ராண்டம் மாதிரிகளைப் பயன்படுத்துவதில் உள்ள நிறைகுறைகள்:

நிறைகள்:

1. தேர்வு, வாய்ப்பின் அடிப்படையில் அமைவதால் தனிப்பட்ட நபரின் விருப்பு, வெறுப்பு தவிர்க்கப்படுகிறது.
2. ராண்டம் மாதிரி, இம்முறையில் தேர்வு செய்யப்படுவதால் ஒருங்கமைந்த முழுமைத்தொகுதியை நன்கு பிரதிபலிக்கிறது.
3. முழுமைத்தொகுதியின் அனைத்து உறுப்புகளைப் பற்றியும் அறிய வேண்டிய அவசியம் இல்லை.
4. முழுமைத்தொகுதியைப் பற்றி அறிந்திராத போது ஒரு மாதிரியின் துல்லியத் தன்மை பற்றி அறிய, அதே முழுமைத் தொகுதியிலிருந்து மற்றொரு மாதிரியை எடுத்து சோதனை செய்து முடிவெடுக்க முடிகிறது.
5. இம்முறை மற்ற ராண்டம் மாதிரிகளுக்கும் பயன்படுகிறது.

குறைகள்:

1. முழுமைத்தொகுதியின் அளவு மிகவும் அதிகமாக இருக்கும்போது குலுக்கல் முறை அல்லது ராண்டம் எண்கள் பட்டியல் முறை போன்றவற்றைப் பயன்படுத்துவது சிரமமாக இருக்கும்.
2. முழுமைத்தொகுதியின் உறுப்புகளிடையே மிகுந்த வேறுபாடு காணப்படும் போது இம்முறைகள் முழுமைத்தொகுதியினை பிரதிபலிப்பதாக அமையாது.
3. பகுதிமுறை மாதிரித் தேர்வைக் காட்டிலும், இம்முறை மாதிரித் தேர்வின் உறுப்புகள் அதிக அளவில் இருக்க வேண்டியுள்ளது.
4. மிகுந்த பரப்பளவைக் கொண்ட பகுதியில் ராண்டம் மாதிரித் தேர்வு செய்ய, கூடுதலான செலவும், நேரமும் தேவைப்படுகிறது.

2.5.2 படுகைமுறை மாதிரியெடுக்கும் முறை (Stratified sampling):

மாதிரி எடுத்தலின் பல முறைகளில், பொதுவாக படுகைமுறை மாதிரியெடுத்தலே அதிகம் பயன்படுத்தப்படுகிறது. இம்முறையில் முழுமைத்தொகுதி பல பிரிவுகளாகப் பிரிக்கப்பட்டு ஒவ்வொருவர் பிரிவும் படுகை (Stratum) என்று கூறப்படுகிறது. இப்பிரிவுகள் ஒவ்வொன்றும் அவற்றுக்குள்ளே முடிந்தவரை ஒருங்கமைந்து இருக்கும்படியாகப் பகுக்கப்படுகிறது. பிறகு ஒவ்வொரு படுகையிலிருந்தும் சம வாய்ப்பு முறையில் அமைந்த மாதிரி எடுக்கப்பட்ட பின் அவை ஒன்றாக இணைக்கப்பட்டு நமக்குத் தேவையான படுகை முறை மாதிரி முழுமைத்தொகுதியிலிருந்து எடுக்கப்படுகிறது. படுகை முறை மாதிரி முறையை, பகுதிமுறை மாதிரி எடுத்தல் என்றும் கூறுவர்.

படுகைமுறை மாதிரியெடுத்தலின் வகைகள்: இரு வகையான படுகை முறை மாதிரியெடுத்தல் உள்ளன. அவை விகிதசமமுடையது மற்றும் விகித சமமற்றது ஆகும். விகித சமமுடைய படுகை முறை மாதிரியெடுத்தலில், உட்பிரிவுகளின் விகிதசம எண்ணிக்கைக்கு ஏற்ப உறுப்புகள் எடுத்துக் கொள்ளப்படும். அதாவது அதிக எண்ணிக்கை உள்ள பிரிவுகளில் எடுக்கப்படும் மாதிரிகளில் உள்ள உறுப்புகளின் எண்ணிக்கை அதிகமாக இருக்கும்.

முழுமைத்தொகுதியின் அளவு N என்றும், மாதிரியின் அளவு n என்றும் குறிக்கப்படும்போது ஒவ்வொரு படுகையிலிருந்தும் பெறக்கூடிய மாதிரிப்பின்னம் ஒரு மாறாத எண்ணாகும். இது $\frac{n}{N} = c$ என்று குறிக்கப்படுகிறது. எனவே இம்முறையில் ஒவ்வொரு படுகையிலிருந்தும் பெறப்படும் உறுப்புகளின் எண்ணிக்கை அப்படுகையைப் பிரதிபலிப்பதாக அமைகிறது.

விகித சமமற்ற படுகை முறை மாதிரியெடுத்தலில், முழுமைத்தொகுதியிலுள்ள படுகைகளின் அளவைக் கருதாமல் ஒவ்வொரு படுகையிலிருந்தும் சமஎண்ணிக்கையிலான உறுப்புகள் தேர்ந்தெடுக்கப்படுகின்றது.

எடுத்துக்காட்டு 2:

500 மாணவர்களைக் கொண்ட ஒரு முழுமைத்தொகுதியில் 50 பேரைக் கொண்ட ஒரு மாதிரியை எடுக்க வேண்டும். அவர்கள் 300 பேரைக் கொண்ட **A** என்ற கல்வி நிறுவனத்திலும் 200 பேரைக் கொண்ட **B** என்ற கல்வி நிறுவனத்திலும் உள்ளனர் எனில் விகித சமமுடைய படுகைமுறை மாதிரியெடுத்தல் முறையில் எவ்வாறு மாதிரி எடுப்பாய்?

தீர்வு:

இங்கு இரு படுகைகள் $N_1 = 200$ and $N_2 = 300$ ஆகவும், மொத்த முழுமைத்தொகுதியின் அளவு $N = N_1 + N_2 = 500$ ஆகவும் இருக்கிறது. மாதிரியின் அளவு $n = 50$

n_1, n_2 என்பவை இரு படுகைகளின் அளவுகள் என்றால்

$$n_1 = \frac{n}{N} \times N_1 = \frac{50}{500} \times 200 = 20 \qquad n_2 = \frac{n}{N} \times N_2 = \frac{50}{500} \times 300 = 30$$

எனவே A யிலிருந்து 20 பேரையும் B யிலிருந்து 30 பேரையும் தேர்ந்தெடுக்க வேண்டும். அவர்களை பிறகு சாதாரண சமவாய்ப்பு மாதிரி முறைமூலம் தேர்வு செய்து கொள்ள வேண்டும்.

படுகைமுறை மாதிரியெடுத்தலின் நிறைகுறைகள்:

நிறைகள்:

1. இது முழுமைத்தொகுதியை அதிகம் பிரதிபலிப்பதாக அமையும்.

2. இது அதிக துல்லியத் தன்மைக்கு உறுதிசெய்கிறது.
3. முழுமைத்தொகுதி பகுக்கப்பட்டிருந்தால் எளிதில் செயல்படுத்த முடியும்.
4. இடம் மற்றும் பரப்பளவைப் பொறுத்துப் படுகைகளாகப் பிரித்திருந்தால் நேரம் மற்றும் செலவைக் குறைக்க முடிகிறது.
5. முழுமைத்தொகுதியானது சீராக இல்லாமல் இருக்கும்போது இம்முறையே பொருத்தமானதாகும்.
6. ஒருங்கமைவற்ற முழுமைத்தொகுதியில் இம்முறையில் மாதிரி எடுத்தால் அது நல்ல முடிவுகளைத் தரும்.

குறைகள்:

1. முழுமைத்தொகுதியை ஒருங்கமைந்த படுகைகளாகப் பிரிப்பது என்பது கடினமான செயலாகும். அதற்கு அதிகச் செலவு, நேரம், மற்றும் புள்ளியியல் அனுபவம் பெற்றோரின் உழைப்பு தேவைப்படுகிறது.
2. தவறான பகுதிகளாகவோ சில இடங்களில் ஒன்றுக்கொன்று பொதுவான படுகைகளாக பிரிக்கப்பட்டிருந்தால் தவறான முடிவுகளைப் பெற நேரிடும்.

2.5.3 முறை சார்ந்த மாதிரியெடுக்கும் முறை (Systematic Sampling):

இதன் எளிமையான நடைமுறையாலும், வசதியாக மாதிரி எடுக்க முடிவதாலும், இம்முறை பரந்த அளவில் பயன்படுத்தப்படுகிறது.

முழுமைத்தொகுதி உறுப்புகளின் முழுப்பட்டியலும் இருந்தால், முறை சார்ந்த மாதிரி எடுத்தலை அடிக்கடிப் பயன்படுத்திக் கொள்ளலாம். இதை ராண்டம் மாதிரி சார்ந்த மாதிரிக் கணிப்பு முறை (Quasi-random sampling) என்றும் கூறுவர்.

தேர்ந்தெடுக்கும் முறை:

இம்முறை ராண்டம் முறையில் தொடங்கி, அதன் அடிப்படையில் மாதிரி முழுவதும் அமைத்துக் கொள்ளப்படுகிறது. முதல் உறுப்பு ராண்டம் எண்களைக் கொண்டு தேர்ந்தெடுக்கப்படுகிறது. பிறகு மற்றைய உறுப்புகள் நாம் வரையறுத்த வடிவத்திற்கு உட்பட்டு முதல் உறுப்பைச் சார்ந்து முறையாகவும் தொடர்ச்சியாகவும் தேர்ந்தெடுக்கப்படுகின்றன. இம்முறையை **முறை சார்ந்த மாதிரியெடுத்தல்** என்கிறோம்.

இம்முறையில் பட்டியலில் உள்ள ஒவ்வொரு K ஆவது உறுப்பும் மாதிரியில் தேர்ந்தெடுக்கப்படுகின்றன. முதல் உறுப்பு மட்டும் ராண்டம் முறையில் தேர்ந்தெடுக்கப்படுகிறது. எடுத்துக்காட்டாக, இம்முறையில், 500 மாணவர்களில் 50 பேரைத் தேர்ந்தெடுக்க வேண்டுமென்றால் முதலில் K ஆவது உறுப்பை பட்டியலிலிருந்து தேர்ந்தெடுக்க வேண்டும். K என்பது மாதிரி எடுத்தலின் இடைவெளி ஆகும்.

இடைவெளி $K = \frac{N}{n} = \frac{\text{முழுமைத் தொகுதி அளவு}}{\text{மாதிரியின் அளவு}}$

$$K = \frac{500}{50} = 10,$$

K = 10 என்பது மாதிரி எடுத்தலின் இடைவெளியாகும். இந்த 10 எண்களுக்குள் ஓர் எண் i K ஆகுமாயின், ஒவ்வொரு K ஆவது உறுப்பும் அம்மாதிரிக்குள் தேர்ந்தெடுக்கப்படும். i = 5 எனில், நாம் 5, 15, 25, 35, ... ஆகிய எண்களை நாம் தேர்வு செய்து கொள்ள வேண்டும்.

இங்கு i என்னும் எண் ராண்டம் தொடக்க எண் எனப்படும். இம்முறை மூலம் K வகையான முறைசார்ந்த மாதிரிகள் தொடக்க எண்ணைப் பொறுத்து உருவாகிறது.

நிறைகள்:

1. இம்முறை எளிதானதும் வசதியானதுமாகும்.
2. நேரமும் வேலையும் பெருமளவில் குறைகிறது.
3. மிகச் சரியான முறையில் இதை மேற்கொண்டால் முடிவுகள் துல்லியமாகக் கிடைக்கும்.
4. இதை முடிவுறா முழுமைத்தொகுதியில் பயன்படுத்திக் கொள்ளலாம்.

குறைகள்:

1. முறை சார்ந்த மாதிரியெடுத்தல் முறையில் முழுமைத்தொகுதி முழுவதையும் பிரதிபலிக்காது.
2. கணிப்பாளர்களின் விருப்பு வெறுப்புகளுக்கு வாய்ப்பிருக்கிறது.

முறை சார்ந்த மாதிரியெடுத்தல் காடுகளில் மரங்களைத் தேர்ந்தெடுத்தல், தொகுதியில் உள்ள வீடுகளைத் தேர்ந்தெடுத்தல், பதிவேட்டில் தொடர்ச்சியாக உள்ள பதிவுகளிலிருந்து தேர்ந்தெடுத்தல் போன்றவற்றிற்குப் பயன்படுகிறது.

பயிற்சி - 2

I. சரியான விடையைத் தேர்ந்தெடுத்து எழுதுக:

1. மாதிரிக் கணிப்பு என்பது கீழ்க்கண்டவற்றுள் தவிர்க்க முடியாத சூழ்நிலையுடையது.
   (அ) ஒருவரின் இரத்தப் பரிசோதனை
   (ஆ) முழுமைத்தொகுதி முடிவற்றதாயிருக்கும் போது
   (இ) பசை மின் கலங்களின் ஆயுளைச் சோதித்தல்
   (ஈ) மேற்கூறிய எல்லா காரணங்களுக்கும்

2. தொகுதிப் பண்பளவைக்கும், மாதிரி பண்பளவைக்கும் இடையேயுள்ள வேறுபாடு
(அ) மனிதப் பிழை (ஆ) மாதிரிக் கணிப்புப் பிழை
(இ) மாதிரிக் கணிப்பில்லாத பிழை (ஈ) ஏதுமில்லை
3. முழுமைத்தொகுதியில் உள்ள உறுப்புகள் ஒவ்வொன்றும் மாதிரியில் இடம் பெறுவதற்கான சமவாய்ப்பைப் பெற்றிருக்கும் மாதிரிக் கணிப்பு முறை
(அ) வரையுடைய மாதிரிக்கணிப்ப
(ஆ) நோக்கமுடை மாதிரிக் கணிப்பு
(இ) சாதாரண ராண்டம் மாதிரிக் கணிப்பு
(ஈ) ஏதுமில்லை
4. சாதாரண சமவாய்ப்பு மாதிரிக் கணிப்பிற்குத் தேவையானது.
(அ) துண்டு சீட்டு முறை (ஆ) ராண்டம் எண் பட்டியல்
(இ) கணிப்பான் (ஈ) மேற்கூறிய எல்லாம்
5. நிகழ்தகவு சார்ந்திராத மாதிரிக் கணிப்பு முறை
(அ) நோக்கமுடை மாதிரிக் கணிப்பு
(ஆ) பங்கு கணிப்புமுறை
(இ) பொருள் சார்ந்த கணிப்பு முறை
(ஈ) மேற்கூறிய எல்லாம்
6. 50 பேர் கொண்ட நிறுவனத்தின் ஒரு பட்டியலிலிருந்து 5 பேரை, முறை சார்ந்த மாதிரிக் கணிப்பு முறையில் தேர்ந்தெடுக்க வேண்டும். அம்முறையில் முதல் எண் 7 எனில் அடுத்த எண்
(அ) 8 (ஆ) 16 (இ) 17 (ஈ) 21.

II. கோடிட்ட இடங்களை நிரப்புக:

7. எண்ணற்ற உறுப்புகளைக் கொண்ட முழுமைத்தொகுதி, __________ முழுமைத்தொகுதி என்று அழைக்கப்படுகிறது.
8. ஒரு முழுமைத்தொகுதியில் உள்ள எல்லா உறுப்புகளும் களப்பணி ஆய்வுக்கு எடுத்துக்கொள்ளப்பட்டால் அது __________ என்று அழைக்கப்படுகிறது.
9. தொகுதிப்பண்பளவைக்கும், மாதிரிப் பண்பளவைக்கும் இடையில் உள்ள முரண்பாடு ________ என்று அழைக்கப்படும்.
10. முழுமைத்தொகுதியில் உள்ள எல்லா உறுப்புகளையும் அடக்கிய பட்டியலை __________ என்கிறோம்.
11. முழுமைத்தொகுதி ________ இருக்கும் போது படுகை முறை மாதிரிக் கணிப்பு பொருத்தமானது ஆகும்.
12. ஆய்வின் போது உறுப்புகள் அழியும் தன்மை பெற்றிருந்தால் __________ செய்ய முடியாது.

13. முழுமைத்தொகுதியில் உள்ள உறுப்புகள் தொடர்ச்சியாக அமைக்கப்பட்டிருந்தால், பொருத்தமான மாதிரிக் கணிப்பு முறை __________ ஆகும்.
14. ஒருங்கமைந்த முழுமைத்தொகுதியில், எடுக்க வேண்டிய மாதிரி முறைகளில், படுகை முறை மாதிரிக் கணிப்பு முறையைக் காட்டிலும் __________ முறை சிறந்தது.

III. பின்வரும் வினாக்களுக்கு விடையளிக்க:

15. முழுமைத்தொகுதி - வரையறு?
16. முடிவுறு முழுமைத்தொகுதி, முடிவுறா முழுமைத்தொகுதி இவற்றை எடுத்துக்காட்டுகளுடன் வரையறு.
17. மாதிரிக் கணிப்பு என்றால் என்ன?
18. பின்வருவனவற்றை வரையறு?
(அ) மாதிரி (ஆ) மாதிரிஅளவு (இ) முழுக்கணிப்பு
(ஈ) மாதிரிக்கணிப்பு அலகு (உ) மாதிரிக் கணிப்புப் பட்டியல்
19. முழுக் கணிப்பு, மாதிரிக் கணிப்பு இவற்றிற்கிடையேயுள்ள வேறுபாடுகளைக் கூறுக.
20. முழுமைக் கணிப்பு முறையை விட, மாதிரிக் கணிப்பு முறையில் எவ்வகை நன்மைகள் உள்ளன என்பதைக் கூறுக.
21. ஏன் நாம் மாதிரிக் கணிப்பை நாடுகிறோம்?
22. மாதிரிக் கணிப்பு எடுப்பதின் வரம்புகள் யாவை?
23. மாதிரிக் கணிப்பின் கோட்பாடுகளைக் கூறுக.
24. நிகழ்தகவுடைய மாதிரிக் கணிப்பு, நிகழ் தகவற்ற மாதிரிக் கணிப்பு என்றால் என்ன?
25. நோக்கமுடை மாதிரிக்கணிப்பு என்றால் என்ன? இது எங்கு பயன்படுத்தப்படுகிறது?
26. கலப்பு மாதிரிக் கணிப்பு என்றால் என்ன?
27. சாதாரண சமவாய்ப்பில் அமையும் மாதிரிக் கணிப்பு என்பதை வரையறு?
28. சாதாரண சமவாய்ப்பில் அமையும் மாதிரிக் கணிப்புமுறையைத் தேர்ந்தெடுக்கும் விதத்தை விவரி.
29. சாதாரண சமவாய்ப்பு மாதிரிக் கணிப்பின் ஏதேனும் இரு முறைகளை விவரி.
30. சமவாய்ப்பு எண்கள் பட்டியல் என்பது என்ன? அதிலிருந்து எவ்வாறு எண்களைத் தேர்ந்தெடுப்பாய்?
31. சமவாய்ப்பு ,மாதிரிக் கணிப்பிலுள்ள நிறை குறைகள் யாவை?

32. எச்சூழ்நிலைகளில் படுகை முறை மாதிரிக் கணிப்பு பயன்படுத்தப்படுகிறது?
33. படுகை முறை மாதிரிக் கணிப்பு எடுக்கும் முறையை எடுத்துக்காட்டுகளுடன் விளக்குக.
34. முழுமைத்தொகுதிகளைப் படுகைகளாகப் பிரிப்பதின் நோக்கம் என்ன?
35. படுகை முறைமாதிரிக் கணிப்பின் நிறை குறைகளை எழுதுக.
36. முறைசார்ந்த மாதிரிக் கணிப்பை விளக்குக.
37. முறைசார்ந்த மாதிரிக் கணிப்பின் நிறை குறைகளை எழுதுக.
38. முறைசார்ந்த மாதிரிக் கணிப்பு பயன்படுத்தப்படும் இடங்களுக்கு எடுத்துக் காட்டுகள்தருக.
39. ஒரு முழுமைத்தொகுதியின் அளவு 800 ஆகும். அது 300,200,300 ஆகிய மூன்று படுகைகளாகப் பிரிக்கப்படுகிறது. முழுமைத் தொகுதியிலிருந்து 160 எண்ணிக்கையுடைய ஒரு படுகைமுறை மாதிரி எடுக்கப்படுகிறது. ஒவ்வொரு படுகையிலிருந்தும் விகிதசமமாக எவ்வளவு எண்ணிக்கை கொண்ட மாதிரி எடுக்க வேண்டும்?
40. ராண்டம் எண்களைப் பயன்படுத்தி, ஒரு படுகையில் உள்ள 80 மனைகளிலிருந்து 8 மனைகளைக் கொண்ட ஒரு மாதிரியை அமைக்க.
41. ஒரு தெருவில் 50 வீடுகள் உள்ளன. அவற்றிலிருந்து 10 வீடுகளை ஒரு குறிப்பிட்ட ஆய்விற்காக முறை சார்ந்த மாதிரிக் கணிப்பு முறையில் தேர்வு செய்க.

IV. செய்து பார்க்க:

42. உன்னைச் சுற்றியுள்ள சூழ்நிலையில் (அ) மாதிரிக் கணிப்பு பயன்படுத்தப்படும் இடங்கள் ஏதேனும் ஐந்தினைக் கூறுக. (ஆ) முழுக்கணிப்பு பயன்படுத்தப்படும் இடங்கள் ஏதேனும் ஐந்தினைக் கூறுக.
43. உமது பள்ளியில் உள்ள தொடக்க நிலை, இடைநிலை, மேல்நிலை பிரிவுகளில் பயிலும் மாணவர்களைக் கொண்டு விகிதசமமுறையில், படுகை முறை மாதிரிக் கணிப்பு (ஒரு போட்டித் தேர்விற்காக)ஒன்றினை அமைக்க.
44. உமது வகுப்பு வருகைப் பதிவேட்டிலிருந்து 5 மாணவர்களை முறைசார்ந்த மாதிரிக் கணிப்பு மூலம் தேர்வு செய்க.

விடைகள்:

I. 1. (ஈ) 2. (ஆ) 3. (இ) 4. (ஈ) 5. (ஈ) 6. (இ)

II. 7. முடிவுறாத 8. முழுக்கணிப்பு முறை

9. மாதிரிக் கணிப்புப் பிழை 10. மாதிரிப் பட்டியல் 11. ஒருங்கமையாத 12. முழுமைக் கணிப்பு முறை 13. முறை சார்ந்த மாதிரிக்கணிப்பு 14. சாதாரண ராண்டம் மாதிரிக் கணிப்பு

இந்திய மக்கள் தொகை கணக்கெடுப்பு 2001

இந்திய/மாநிலங்கள் யூனியன் பிரதேசங்கள்	இந்திய மக்கள் தொகை2001			மக்கள் தொகை 1991-2001	பால் விகிதம் (ஆயிரம் ஆண்களுக்கு பெண்களின் எண்ணிக்கை)
	மக்கள்	ஆண்கள்	பெண்கள்		
இந்தியா 1,2	1,027,015,247	531,277,078	495,738,169	21.34	933
அந்தமான், நிக்கோபர் தீவுகள்*	356,265	192,985	163,280	26.94	846
ஆந்திர பிரதேசம்	75,727,541	38,286,811	37,440,730	13.86	978
அருணாசல பிரதேசம்	1,091,117	573,951	517,166	26.21	901
அஸ்ஸாம்	26,638,407	13,787,799	12,850,608	18.85	932
பீகார்	82,878,796	43,153,964	39,724,832	28.43	921
சண்டிகார்	900,914	508,224	392,690	40.33	773
சாட்டிஸ்கர்	20,795,956	10,452,426	10,343,530	18.06	990
தாத்ரா நகர் ஹவேலி	220,451	121,731	98,720	59.20	811
டாமன் டையூ	158,059	92,478	65,581	55.59	709
டெல்லி*	13,782,976	7,570,890	6,212,086	46.31	821
கோவா	1,343,998	685,617	658,381	14.89	960
குஜராத்	50,596,992	26,344,053	24,252,939	22.48	921
ஹரியானா	21,082,989	11,327,658	9,755,331	28.06	861
இமாசல பிரதேசம்	6,077,248	3,085,256	2,991,992	17.53	970
ஜம்மு, காஷ்மீர்	10,069,917	5,300,574	4,769,343	29.04	900
ஜார்கண்ட்	26,909,428	13,861,277	13,048,151	23.19	941
கர்நாடகா	52,733,958	26,856,343	25,877,615	17.25	964
கேரளா	31,838,619	15,468,664	16,369,955	9.42	1,058
லட்சத்தீவுகள்*	60,595	31,118	29,477	17.19	947
மத்திய பிரதேசம்	60,385,118	31,456,873	28,928,245	24.34	920
மஹாராஷ்டிரா	96,752,247	50,334,270	46,417,977	22.57	922

மணிப்பூர்	2,388,634	1,207,338	1,181,296	30.02	978
மேகாலயா	2,306,069	1,167,840	1,138,229	29.94	975
மிசோராம்	891,058	459,783	431,275	29.18	938
நாகாலாந்து	1,988,636	1,041,686	946,950	64.41	909
ஓரிசா	36,706,920	18,612,340	18,094,580	15.94	972
பாண்டிச்சேரி*	973,829	486,705	487,124	20.56	1,001
பஞ்சாப்	24,289,296	12,963,362	11,325,934	19.76	874
ராஜஸ்தான்	56,473,122	29,381,657	27,091,465	28.33	922
சிக்கிம்	540,493	288,217	252,276	32.98	875
தமிழ்நாடு	62,110,839	31,268,654	30,842,185	11.19	986
திரிபுரா	3,191,168	1,636,138	1,555,030	15.74	950
உத்திரபிரதேசம்	166,052,859	87,466,301	78,586,558	25.80	898
உத்ராஞ்சல்	8,479,562	4,316,401	4,163,161	19.20	964
மேற்கு வங்காளம்	80,221,171	41,487,694	38,733,477	17.84	934

குறிப்புகள்:

1. இயற்கைப் பேரழிவின் பொருட்டு, 2001 ஆம் ஆண்டின் இந்திய மக்கட் தொகை கணக்கெடுப்பு குஜராத்தின் சில பகுதிகளிலும், இமாச்சல பிரதேசத்தின் சில பகுதிகளிலும், எடுக்கப்படவில்லை. இப்பகுதிகளின் மதிப்பீட்டுக் கணிப்புகளே சேர்க்கப்பட்டுள்ளன. இதே காரணத்தால் 0-6 வயதுடையோரைப் பற்றியும், படித்தவர் நிலை பற்றியும் இப்பகுதிகளில் உள்ள விவரங்கள் சேகரிக்கப்படவில்லை.
2. இந்தியாவின் அபர்த்தியைக் கணக்கிடும் போது, பாகிஸ்தான் மற்றும் சீனாவின் ஆக்கிரமிப்பில் உள்ள சில பகுதிகள்கணக்கில் எடுத்துக் கொள்ளப்படவில்லை

ஆதாரம்: இந்திய மக்கட் தொகைக் கணக்கெடுப்பு - இணையதளத்திலிருந்து

3. புள்ளிவிவரம் சேகரித்தல், வகைப்படுத்துதல் மற்றும் அட்டவணைப்படுத்துதல்

3.1 அறிமுகம்:

தினசரி வாழ்க்கையில் அனைவரும் விவரங்களை சேகரித்து, பகுத்தாராய்ந்து மற்றும் பயன்படுத்தி வருகின்றனர். மக்கள் அதிக அளவில் விவரங்களை தினசரி உரையாடல்கள், தொலைக்காட்சிகள், வானொலி, கணினி, சுவரொட்டிகள் மூலம் தெரிந்து கொள்வதையே வழக்கமாகக் கொண்டிருக்கின்றனர். இவை எதனால் என்றால் மக்களுக்கு நிறைய விவரங்களை உற்று நோக்கி, தேர்ந்தெடுப்பதையோ, மறுப்பதையோ செய்ய வேண்டிய தேவை ஏற்படுகிறது. தினசரி வாழ்க்கையில் தொழில் மற்றும் தொழிற்சாலை ஆகியவற்றிற்கு சில புள்ளியியல் விவரங்கள் தேவைப்படுகின்றன. மற்றும் அவற்றை எங்கேயிருந்து எப்படி சேகரிப்பது என்பதும் தெரிய வேண்டியிருக்கிறது. இதன் விளைவாக ஒவ்வொருவரும் ஒரு பொருளை வாங்குவதற்கு முன்பு அதன் தரத்தையும், விலையையும் ஒப்பிட்டு பார்த்து ஒரு முடிவுக்கு வர வேண்டும். எடுத்துக்காட்டாக ஒரு நிறுவனத்தில் பணிபுரியும் தொழிலாளர்கள் தங்கள் ஊதியம், விதிமுறைகள், பதவி உயர்வு வாய்ப்புகள் மற்றும் பல விவரங்களை ஒப்பிட விரும்புவார்கள் அதே சமயம் நிறுவன முதலீட்டாளர்களும் அவர்களின் செலவினங்களை குறைத்து லாபத்தை அதிகப்படுத்த விரும்புவர்.

புள்ளியியலில் மிக முக்கியமான பயன்களில் ஒன்று, முடிவுகளை உருவாக்க விவரங்களை அளிப்பதாகும். கடந்த காலத்தின் தோற்றத்தையும், நிகழ்காலத்தின் விளக்கத்தையும் மற்றும் எதிர்காலத்தைப் பற்றிய முன்மதிப்பீடுகளையும் புள்ளியியல் தருகிறது.

புள்ளியியல் விவரங்கள் சேகரிப்பதன் நோக்கம் கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.

1. முதல் நிலை புள்ளியியல் விவரங்களை சேகரிக்கும் முறையைப் பற்றி விளக்கம் அளிக்க.
2. நடத்தும் ஆய்வு எந்த நிலையில் உள்ளது என்பதைத் தீர்மானிக்க.
3. பகுப்பாய்வின் போது அதன் வழி முறைகளைப் பற்றி கண்டறிவதற்கும், கணிப்பதற்கும்.
4. மாதிரிக் கணிப்பை வரையறுக்கவும், விளக்கவும்.
5. மாதிரிக் கணிப்பின் அடிப்படையை பகுப்பாய்வு செய்ய.

புள்ளியியல் ஆய்வு என்பது மக்களின் பல்வேறு பிரிவுகளைப் பற்றிய விவரங்களை சுருக்கமாகவும் ஒழுங்கு முறையிலும் அளிப்பதாகும்.

விவரத்தை விளக்குவதற்கும் முறைப்படுத்துவதற்கும், ஆய்வு செய்வதற்கும் பலவகையான புள்ளியியல் முறைகள் உதவுகின்றன. அவ்வாறு ஆய்வு செய்த முடிவுகளை முன் கூட்டியே அறிவதற்கும், தீர்மானிப்பதற்கும் இதைப் பயன்படுத்துகின்றனர்.

முதலில் விவரத்தை எவ்வளவு நல்ல முறையில் சேகரிக்கப்பட்டது என்பதைப் பொருத்து இறுதி முடிவின் ஏற்புடைத் தன்மையையும், துல்லியமும் அமையும். விவரங்களின் தரமானது இருக்கும் சூழ்நிலையை பெரிதும் பாதிக்கிறது. எனவே அதை முறைப்படுத்துவதற்கு மிக அதிக முக்கியத்துவம் கொடுக்க வேண்டும்.

விவரங்களைச் சேகரிக்கும் போது அதன் துல்லியத் தன்மையை உறுதிபடுத்திக் கொள்ள போதிய எச்சரிக்கை எடுத்துக் கொள்ள வேண்டும்.

3.2 விவரங்களின் தன்மை:

வெவ்வேறு நோக்கங்களுக்காக பலவிதமான விவரங்கள் சேகரிக்கப்படுகின்றன என்பது குறிப்பிடத்தக்கது. சேகரிக்கப்பட்ட விவரங்கள் காலத்தையோ, இடத்தையோ, இரண்டையுமோ சார்ந்ததாக இருக்கிறது.

மூன்று விதமான விவரங்கள் பின்வருமாறு.

1. காலத் தொடர் வரிசை (Time series data)
2. இடத் தொடர் வரிசை (Spatial data)
3. கால இடத் தொடர் வரிசை (Spatio-Temporal data)

3.2.1 காலத்தொடர் வரிசை:

ஒரு குறிப்பிட்ட காலத்தில் சேகரிக்கப்பட்ட எண் மதிப்புகளின் கணம் காலத்தொடர் வரிசையாகும். இவ்விவரமானது முறையான கால இடைவெளிகளிலோ, முறையற்ற கால இடைவெளிகளிலோ சேகரிக்கப்படலாம்.

எடுத்துக்காட்டு 1:

2001 லிருந்து 2004 வரை உள்ள நான்கு வருடங்களுக்கான ஒரு குடும்பத்தின் மூன்று வகைச் செலவினங்களின் (ரூபாயில்) விவரங்கள் பின்வருமாறு.

வருடம்	உணவு	கல்வி	மற்றவை	மொத்தம்
2001	3000	2000	3000	8000
2002	3500	3000	4000	10500
2003	4000	3500	5000	12500
2004	5000	5000	6000	16000

3.2.2 **இடத்தொடர் வரிசை:**

சேகரிக்கப்பட்ட விவரங்கள் ஒரு இடத்துடன் தொடர்புடையது எனில் அது இடத்தொடர் வரிசை என்று குறிப்பிடப்படுகிறது. எடுத்துக்காட்டாக,

1. பல்வேறு இடங்களில் நடைபெற்ற கிரிக்கெட் தொடர் போட்டிகளில் ஒரு மட்டையாளர் பெற்ற ஓட்டங்களின் எண்ணிக்கை விவரம்.
2. தமிழ்நாட்டில் உள்ள மாவட்ட வாரியான மழையளவு,
3. நான்கு மாநகரங்களில் உள்ள வெள்ளியின் விலை விவரம்.

எடுத்துக்காட்டு - 2:

1991 ஆம் ஆண்டில் இந்தியாவில் உள்ள தென் மாநிலங்களின் மக்கட் தொகை.

மாநிலம்	மக்கட் தொகை
தமிழ்நாடு	5,56,38,318
ஆந்திரப் பிரதேசம்	6,63,04,854
கர்நாடகா	4,48,17,398
கேரளம்	2,90,11,237
பாண்டிச்சேரி	7,89,416

3.2.3 **கால இடத்தொடர் வரிசை:**

சேகரிக்கப்பட்ட விவரங்கள் காலத்தையும் இடத்தையும் தொடர்புப் படுத்தி வரிசைப்படுத்தப்பட்டால் அவை கால இடத்தொடர் வரிசை எனப்படும்.

மாநிலம்	மக்கட்தொகை	
	1981	**1991**
தமிழ்நாடு	4,82,97,456	5,56,38,318
ஆந்திரப் பிரதேசம்	5,34,03,619	6,63,04,854
கர்நாடகா	3,70,43,451	4,48,17,398
கேரளம்	2,54,03,217	2,90,11,237
பாண்டிச்சேரி	6,04,136	7,89,416

3.3 **விவரங்களின் பிரிவுகள்:**

புள்ளியியல் விவரமானது அவை பயன்படுத்தும் முறையின் அடிப்படையில் இரு பிரிவுகளாக வகைப்படுத்தப்படுகிறது. அவையாவன,

1. முதல் நிலை விவரங்கள்
2. இரண்டாம் நிலை விவரங்கள்

3.3.1 **முதல் நிலை விவரங்கள்:**

ஒரு குறிப்பிட்ட ஆய்வுக்காக விசாரணையின் மூலம் ஒரு ஆய்வாளர் தாமே நேரடியாக சேகரிக்கும் விவரம் முதல் நிலை விவரம் என்று அழைக்கப்படும். இவ்வகை விவரங்கள் உண்மையானவை. இவ்விவரங்களை களப்பணியாளர்கள் மூலமாகவோ, ஆய்வுத்துறை மூலமாகவோ, நிறுவனம் மூலமாகவோ சேகரிக்கலாம்.

எடுத்துக்காட்டு 4:

ஒரு ஆய்வாளர் பள்ளிக் குழந்தைகளுக்கான மதிய உணவுத் திட்டம் எவ்வாறு நடைமுறைப் படுத்தப்படுகிறது என அறிய விரும்பினால் ஒரு களப்பணி ஆய்வினை மேற்கொள்ள வேண்டும். அப்போது பெற்றோர் மற்றும் குழந்தைகளிடம் தேவையான வினாக்களை எழுப்பி அவர்கள் கருத்தினை அறிந்து விவரங்களை சேகரிக்க வேண்டும். இவ்வாறு சேகரிக்கும் விவரங்கள் முதல் நிலை விவரங்கள் எனப்படும்.

முதல் நிலை விவரங்களை கீழ்கண்ட ஐந்து முறைகளில் பிரிக்கலாம்.

1. நேரிடையாக விவரங்களைச் சேகரித்தல் (Direct Personal Interview)
2. மறைமுக வாய்மொழி முறை மூலம் சேகரித்தல் (Indirect Oral Interview)
3. செய்தியாளர்கள் மூலம் விவரங்கள் சேகரித்தல் (Information from respondents)
4. தபால் வாயிலாக வினாப்பட்டியல் அனுப்பி சேகரிக்கும் முறை (Mailed Questionnaire Method)
5. கணிப்பாளர்கள் மூலம் பட்டியலை அனுப்பி விவரங்கள் சேகரித்தல் (Schedules sent through enumerators)

1. நேரிடையாக விவரங்களை சேகரித்தல்:

இம்முறையில் யாரிடம் விவரங்களை பெற வேண்டுமோ அவர்களே விவரங்களைச் சொல்பவர் ஆவர். ஆய்வாளர் நேரிடையாக அவர்களிடம் சென்று வினாக்களை எழுப்பி விவரங்களைப் பெறுகின்றனர். ஆய்வை மேற்கொள்ளும் பகுதி அதிக அளவில் இல்லாமல் குறைந்த நிலையில் உள்ளபோது இம்முறையே உகந்த முறையாக உள்ளது.

நிறைகள்:

1. விவரங்கள் சேகரிப்பவர்கள் நேரிடையாக விவரம் கொடுப்பவர்களை அணுகி விவரங்கள் பெறுவதால் விவரங்களை வேறுமுறைகளைவிடஇம்முறையின் மூலம் அதிகமானவர்களிடம் விவரம் பெற முடிகிறது. கொடுப்பவர்களின் விருப்பத்துடன் செய்திகளை பெறும் நிலை உள்ளது.

2. கிடைக்கப்பெற்றவிவரங்கள் சீரானதாகவும் துல்லியமானதாகவும் அமைகிறது. விவரங்கள் கொடுப்பவர்களின் சந்தேகங்களை ஆய்வாளர் நிவிர்த்தி செய்கிறார்.
3. விவரங் கொடுப்பவர்களின் தொடர்பான விவரங்களைப் பெற முடிகிறது. நடத்தை மற்றும் பொதுவான செய்திகளையும் பெற்று ஆய்வின் முடிவுகளுக்கு பயன்படுத்த ஏதுவாகிறது.
4. வினாக்களில் உள்ள வார்த்தைகளை சூழ்நிலைக்கு ஏற்ற வகையில் மாற்றியமைத்துக் கேட்க முடிகிறது. மாற்று மொழிகளில் வினாக்களை கொடுக்க முடிகிறது விவரங்கள் கொடுப்பவருக்கு ஏற்படும் தொந்தரவுகள், புரிந்து கொள்ளும் தன்மை ஆகியவற்றை தீர்க்க முடிகிறது.

குறைகள்:

1. நேரிடையாக விவரங்களை சேகரிக்கும் முறை அதிக செலவையும் அதிக நேரத்தையும் உட்கொள்கிறது.
2. விவரங்கள் கொடுப்பவர்களின் எண்ணிக்கை மிகக் கூடுதலாகவும், வசிக்கும் இடம் விரிவான நிலையில் இருக்கும் போது இம் முறை மிகவும் சிரமமாக அமையும்.
3. இம்முறையில் தனிநபர் விருப்பு வெறுப்பு அதிகளவில் இருக்கும்.

2. மறைமுக வாய்மொழி முறை:

விவரங்களைக் கொடுப்பவர்களை நேரிடையாக அணுகாமல் அவர்கள் வீட்டிற்கு அருகில் வசிப்பவர்கள் அல்லது அவர்களின் நண்பர்கள் அல்லது மற்றவர்களிடம் இருந்து விவரங்கள் பெறுவதை இம்முறை குறிக்கும். இம்முறையில் திருட்டு அல்லது கொலை பற்றிய விவரங்களை சேகரிக்க முடிகிறது.

விவரங்கள் கொடுப்பவரின் வீடு தீயினால் பாதிக்கப்படும்பொழுது அவர்களது நண்பர்கள் அல்லது அவர்களின் வீட்டிற்கு அருகே வசிப்பவர்கள் அல்லது அவரைச் சார்ந்தவர்கள் மூலம் தீயின் காரணம் பற்றிய விவரங்களை சேகரிக்கின்றனர்.

சில வழக்குகளில் காவல் துறையினர் திருட்டு, கொலை சம்மந்தப்பட்ட விசாரணைக்கு மூன்றாம் நிலையில் உள்ளவர்களிடம் சில விளக்கங்கள் பெறுகின்றனர். அரசால் நியமிக்கப்படும் விசாரணைக் குழு, இம்முறையைக் கையாண்டு விசாரணை சம்மந்தப்பட்டவற்றைப் பற்றி மக்களின் எண்ணங்களையும், ஏனைய அனைத்து செய்திகளையும் சேகரிக்கின்றனர்.

நேரடி விசாரணை முறை செயல்பட முடியாத சூழ்நிலையிலும் விவரங்கள் கொடுப்பவர் கொடுக்க மறுக்கும் சூழ்நிலையிலும், மறைமுக வாய்மொழி முறையே உகந்ததாக அமைகிறது. விவரம் கொடுப்பவர்களின்விவரங்கள் எந்த சூழ்நிலையில் பதிவு செய்யப்படுகிறது

என்பதை பொறுத்தும் விவரங்கள் சேகரிப்பவரின் திறமையைப் பொறுத்தும் விவரங்களின் தன்மை அமையும். மூன்றாம் இனத்தார்கள் என்பவர்கள் தகுதியான வினாகட்கு விவரங்கள் அளிப்பவராகவும் குறுக்கு விசாரணைக்கட்கு நல்ல முறையில் விவரங்கள் அளிப்பவர்களாகவும் இருப்பார்கள் என்பது பொருளாகும். விவரங்கள் சேகரிப்பவர் விவரங்கள் கொடுப்பவர்களிடம் கேட்கும் வினாக்களை குழப்பமான நிலையில் கேட்கக் கூடாது. விவரங்கள் கொடுக்கும் ஒருவர் அல்லது ஒரு குழுவினர் நம்பத்தகுந்தவர்களாக இருக்கும் சூழ்நிலையிலேயே இம்முறையின் முடிவுகள் சிறப்புடையதாக இருக்கும்.

3. செய்தியாளர்கள் மூலம் விவரங்கள் சேகரித்தல்:

ஆய்வாளர்கள் தமக்கு சில உதவியாளர்களை நியமித்து, அவர்கள் மூலம் சேகரித்த செய்திகளை பெறுதல் ஆகும். செய்தித் தாள்கள் மூலம் கிடைக்கும் செய்திகள் மற்றும் சில அரசுத் துறை நிறுவனங்கள் மூலமாக கிடைக்கும் செய்திகள் இம்முறையில் அடங்கும். மிக எளிமையாகவும் விரிந்த ஆய்விற்கு உகந்ததாகவும் இம்முறை அமைகிறது. ஆனால் இம்முறையில் கிடைக்கும் முடிவுகள் துல்லியமானவை என்று கூற இயலாது. நீண்ட காலத்தில் விரிந்த பரப்பில் தொடர்ந்து விவரங்கள் சேகரிக்க வேண்டிய சூழ்நிலையில் இம்முறை உகந்ததாக அமைகிறது.

4. அஞ்சல் வழியாக வினாப்பட்டியல் அனுப்பி விவரங்கள் சேகரிக்கும் முறை:

இம்முறையில் பல வினாக்களைத் தொகுத்து அவற்றை அஞ்சல் வழியாக விவரங்கள் தருபவர்களுக்கு அனுப்பப்படுகிறது. தொழில் நுணுக்கத்தின் அடிப்படையில் இவ்வினாக்கள் அடங்கிய தொகுதியை வினாப்பட்டியல் என்று கூறுகிறோம். வினாப்பட்டியலைப் பார்த்து விவரங்கள் தருபவர்களுக்கு ஒரு கடிதத்தினை இவ்வினாப் பட்டியலோடு இணைத்து அனுப்புதல் வேண்டும். இக்கடிதத்தில் ஆய்வின் நோக்கத்தையும், காலியிடத்தில் பூர்த்தி செய்வதற்கான முக்கியத் துவத்தையும், குறித்த காலத்திற்குள் பூர்த்தி செய்யப்பட்ட வினாப் பட்டியலை திருப்பி அனுப்புவதற்கான வேண்டுகோள்களையும் குறிப்பிட்டிருத்தல் வேண்டும்.

விவரங்கள் கொடுப்பவர்கள் படித்தவர்களாகவும் பரந்த பரப்பில் வசிப்பவர்களாகவும் இருக்கும் சூழ்நிலையில் இம்முறை உகந்ததாக அமைகிறது.

நிறைகள்:

1. அஞ்சல் வழியாக வினாப்பட்டியல் அனுப்பி விவரங்கள் சேகரிக்கும் முறையில் செலவு குறைவு.
2. இம்முறையில் விரைவில் விவரங்களைப் பெறுதல் எளிது.

இம்முறை உகந்ததாக உள்ளது.

குறைகள்:

1. வினாப்பட்டியலில் உள்ள விவரங்களைப் புரிந்து கொண்டு பதிலளிப்பவர் கல்வி அறிவு உடையவராக இருத்தல் வேண்டும்.
2. சிலர் வினாப்பட்டியலைப் பெற்று திரும்ப அனுப்பாமல் இருக்கலாம்.
3. கொடுக்கப்பட்ட விவரங்கள் அனைத்தும் சரியானவையா என்று அறிவது கடினம்.

5. கணிப்பாளர் மூலம் விவரங்களை சேகரித்தல்:

கணிப்பாளர்கள், விவரங்கள் தருபவரை அணுகி விவரங்களைப் பெற்று வினாத் தொகுதியை பூர்த்தி செய்வதை குறிக்கும். விரிவான ஆய்விற்கு உகந்ததாக இம்முறை அமைகிறது.

நிறைகள்:

1. கணிப்பாளர் மூலம் விவரங்களைச் சேகரிக்கும் முறையை விவரங்கள் கொடுப்பவர்கள் கல்லாதவராயினும் பின்பற்றலாம்.
2. தனிநபரின் இரகசியத்தைப் பற்றியும் மற்றும் பொருள் விவரம் பற்றியும் உள்ள வினாக்களுக்கு பதிலைப் பெறலாம்.
3. விவரங்கள் தருபவர்களை நேரிடையாக அணுகுவதால் இணக்கமின்மை என்பது கிடையாது.
4. இம்முறையில் சேகரித்த விவரங்கள் நம்பத்தகுந்தவை. இதற்கேற்ப கணிப்பாளர்களுக்கு நல்ல பயிற்சி அளிக்கலாம்.
5. இம்முறை பலராலும் ஏற்றுக் கொள்ளப்பட்டது.

வரையறைகள்:

1. கணிப்பாளர் மூலம் விவரங்களைச் சேகரித்தலுக்கு கூடுதலாக செலவாகும்.
2. சரியான மற்றும் முறையான விவரங்களைப் பெறுவதற்கு கணிப்பாளர்களுக்கு நல்ல பயிற்சி கொடுக்க வேண்டியுள்ளது.
3. நேர்காணலுக்கு நல்ல முன் அனுபவம் தேவையாகிறது.

வினாப்பட்டியல் (Questionnaire) மற்றும் வினாத் தொகுதி (Schedule) தயாரிப்பு:

வினாப்பட்டியலிலிருந்து வினாத் தொகுதி வேறுபடுகிறது. வினாப்பட்டியல் என்பது விவரங்களைக் கொடுப்பவர்களே நேரிடையாக பட்டியலில் குறிப்பதைக் குறிக்கும். வினாத்தொகுதி என்பது கணிப்பாளர்கள் விவரங்கள் தருபவர்களை நேரிடையாக அணுகி விவரங்கள் பெறுவதைக் குறிக்கும். சிலர் இவ்விரண்டையும் வேற்றுமைப்படுத்துவதில்லை. உண்மையான ஆய்விற்கு முன்பாக மாதிரி ஆய்வினை (Pilot Survey) நடத்துதல் வேண்டும். வினாப்பட்டியல்

செய்தல் வேண்டும். யாரிடமிருந்து விவரங்கள் தேவைப்படுகிறதோ அவர்களை அழைத்து விவரங்களைப் பெறுதல் வேண்டும். அவர் வினாக்களை தவறாகவோ, புரிந்து கொள்ளாமலோ அல்லது வார்த்தை வடிவில் கூற இயலாமலோ இருக்கும் நிலையில் வினாக்களை மாற்றியமைக்க வேண்டும். அனைத்து வினாக்களுக்கும் தேவையான பதில்கள் கிடைக்கப் பெற்று விட்டனவா என்பதையும் முடிவு செய்து கொள்ளுதல் வேண்டும்.

சிறந்த வினாப்பட்டியலின் பொதுப்பண்புகள் ஆவன.

1. வினாக்களின் எண்ணிக்கை குறைவாக இருத்தல் வேண்டும்.
2. எளிமையான வினாக்களிலிருந்து கடினமான வினாக்களுக்குச் செல்லும் வண்ணமாக அமைதல் வேண்டும்.
3. வினாக்கள் சுருக்கமாகவும் எளிமையாகவும் இருத்தல் வேண்டும். புரியாத வார்த்தைகளைத் தவிர்த்தல் நன்று.
4. வினாக்கள் ஆம், இல்லை என்ற பதிலை பெறுமாறு சுருக்கமாக அமைதல் நன்று.
5. தனிமனிதனின் இரகசியத்தை வெளிப்படுத்துமாறும், யோசித்து பதில் கூறுமாறும், கணக்கிட்டு பதில் கூறுமாறும் உள்ள வினாக்களை தவிர்த்தல் நன்று.
6. வினாக்களை முழுமையாக சோதனைக்குட்படுத்த வேண்டும். வெளிப்படையான அல்லது நமது செயல்களுக்கு உட்படாத தவறுகளை முடிந்த அளவுக்கு ஒதுக்குதல் நன்று.
7. ஆய்வின் நோக்கத்தை முழுமையாக பூர்த்தி செய்யும் நிலைக்கு ஏற்றவகையில் வினாப்பட்டியலை அமைத்தல் வேண்டும்.
8. வினாக்களின் வார்த்தைகள் ஒருவருடைய மனதைப் புண்படுத்தக் கூடாது.
9. ஒருவரின் இரகசியத்தை வெளிப்படுத்துமாறு உள்ள வினாக்களைத் தவிர்த்தல் வேண்டும்.
10. வினாக்களுக்கு பதில் எழுத போதுமான அளவுக்கு இடம் ஒதுக்குதல் வேண்டும்.
11. நேரடியாக நல்ல பதில்களை தருபவர்களைத் தடுக்கும் வண்ணம் வினாக்கள் அமைதல் கூடாது.
12. வினாப்பட்டியலின் தோற்றம் நல்ல முறையில் இருத்தல் வேண்டும்.

முதல் நிலை விவரங்களின் நிறைகுறைகள்:

1. ஆய்வாளரால் ஆய்வு மேற்கொள்ளப்படும் இடப்பரப்பு சிறியதாக இருக்கும்போது மட்டுமே இம்முறையில் புள்ளி விவரங்களைச் சேகரிக்க முடியும். பிரதிநிதிகளை அனுப்பி விவரங்களைச் சேகரிப்பதற்கு செலவு அதிகரிக்கும். மேலும் தகவல் தருவோர்

செய்யப்பட்டுள்ளனவா என்பதில் ஒரு முறைக்கு இருமுறையாக கவனம் செலுத்துதல் வேண்டும்.

2. வினாத் தொகுதி மூலம் முதல் நிலை விவரங்கள் சேகரிக்கப் பட்டாலோ அல்லது தபால் மூலம் வினாப்பட்டியலை அனுப்பி விவரங்களை சேகரித்தாலோ, குறைவான செலவிலோ குறைவான நேரத்திலோ முடிக்க இயலும்.
3. கேள்விகள் தர்மசங்கடமாகவோ, மிகச் சிக்கலாகவோ ஒருவரின் இரகசியத்தை வெளிப்படுத்துவதாகவோ அமையுமானால் அவ்வினாத் தொகுதியில் உள்ள விவரங்கள் துல்லியமாகவும் சரியாகவும் நிரப்பப்பட்டிருக்காது எனவே இம்முறை பொருத்தமற்றது.
4. இரண்டாம் நிலை விவரங்களை விட முதல் நிலை விவரங்கள் மூலம் சேகரிக்கப்பட்ட விவரங்கள் மிகுந்த நம்பகத் தன்மையுடையன.

3.3.2 இரண்டாம் நிலை விவரங்கள்:

பலவித நோக்கங்களுக்காக முன்பே சேகரிக்கப்பட்டு வெளியிடப்பட்ட புள்ளிவிவரங்களிலிருந்து தற்போதைய விசாரணைக்காக எடுத்துக் கொள்ளப்பட்ட புள்ளி விவரங்கள் இரண்டாம் நிலை விவரங்கள் எனப்படும். W.A.நெய்ஸ்வாங்கர் கூற்றுப்படி "விவரத்தை நேரடியாகச் சென்று சேகரித்து பகுத்தாய்வு செய்யும் பொறுப்பேற்றுக் கொண்டவரால் வெளியிடப்பட்ட விவரங்களின் பதிப்பு முதல் நிலை ஆதாரமாக இருக்கும். அவ்விவரங்களைப் பற்றிய குறிப்புகளை ஆய்வு செய்வதற்காக பொறுப்பேற்றுக் கொண்டவரால் சேகரிக்கப்பட்டு வெளியிடப்பட்டவையே இரண்டாம் நிலை ஆதாரமாகும்".

இரண்டாம் நிலை விவரங்களின் ஆதாரம்:

எல்லா ஆய்வுகளுக்கும் ஆய்வாளரே நேரடியாகச் சென்று முதன் முறையாக விவரங்களைச் சேகரிப்பது நடைமுறையில் சாத்தியமில்லை. அந்நிலையில் மற்றவர்களால் சேகரிக்கப்பட்ட விவரங்களை பயன்படுத்துகிறார்.

புள்ளியியல் ஆய்வுகள் மேற்கொள்வதற்காக மிக அதிக அளவில் தகவல்கள் வெளியிடப்படுகின்றன. அதிலிருந்து புதிது புதிதாக புள்ளிவிவரங்கள் வெளியிடப்படுகின்றன.

இரண்டாம் நிலை விவரங்கள் கீழ்கண்ட தலைப்புகளில் இருவகைத் தலைப்பில் வெளியிடப்படுகின்றன.

1. வெளியிடப்பட்ட ஆதாரங்கள்
2. வெளியிடப்படாத ஆதாரங்கள்

வெளியிடப்பட்ட பலவேறு வகையிலான ஆதாரங்கள் பின்வருமாறு:

1. பன்னாட்டு அளவில் வரும் அதிகார பூர்வ வெளியீடுகளும், அறிக்கைகளும்
   i) உலக நிறுவனங்களான பன்னாட்டு நிதியம் ஐக்கிய நாடுகள் அவை, பன்னாட்டு நிதிக்கழகம் போன்றவையும்
   ii) மத்திய மற்றும் மாநில அரசுகளின் அறிக்கைகள், டாண்டன் குழு அறிக்கை ஊதியக் குழு அறிக்கைகள் போன்றவை.
2. அரசு கலப்புடைய நிறுவனங்களின் வெளியீடுகள் நகராட்சிகள், மாநகராட்சிகள், ஊராட்சி அளவில் வெளியிடப்படும் அறிக்கைகள்
3. தனியார் வெளியீடுகள்
   i) வணிக மற்றும் தொழில் துறை சார்ந்த வெளியீடுகள் இந்திய வணிகக் கழகம், இந்திய வணிகக் கணக்காளர் நிறுவம் போன்றவற்றின் அறிக்கைகள்.
   ii) நிதி மற்றும் பொருளியல் சார்ந்த இதழ்கள்
   iii) நிறுவனங்களின் ஆண்டறிக்கைகள்
   iv) ஆய்வு நிறுவனங்கள் மற்றும் ஆய்வு மேற்கொள்ளும் மாணவரின் வெளியீடுகள் போன்றவை.

குறிப்பாக, மேற்குறிப்பிட்ட வெளியீடுகள் குறிப்பிட்ட இடைவெளி மாறக் கூடியவை என்பதைக் கருத்தில் கொள்ள வேண்டும். சில வெளியீடுகள் சமமான கால இடைவெளிகளில் (ஆண்டு, மாதம், வாரம், தினசரி) வெளியிடப்படுகின்றன. ஆனால் சில வெளியீடுகள் தற்காலிகமானவை.

குறிப்பு: இரண்டாம் நிலை விவரங்கள், இணைய தளத்தில் ஏராளமாகக் கிடைக்கின்றன. அவற்றை எந்த நேரத்திலும், மேல் ஆய்வுகளுக்கும் பயன்படுத்திக் கொள்ளலாம்.

2. வெளியிடப்படாத ஆதாரங்கள்

எப்போதும் எல்லா புள்ளியியல் விவரங்களும் வெளியிடப்படுவதில்லை. அரசு மற்றும் தனியார் அலுவலகங்களால் பதிவுசெய்யப்பட்ட விவரங்கள், கல்வி நிறுவனங்களால் மேற் கொள்ளப்பட்ட ஆய்வு முடிவுகள் போன்றவையே பல்வேறு வெளியிடப்படாத விவரங்களாகும்.

இவ்வகை விவரங்கள் எங்கெங்கு தேவையோ அங்கு பயன்படுத்தலாம். இரண்டாம் நிலை விவரங்களைக் கையாளுவதில் தேவையான முன்னெச்சரிக்கை

இரண்டாம் நிலை விவரங்களைக் கையாளுவதற்கு முன் பின்வருவனவற்றைக் கவனத்தில் கொள்ள வேண்டும்.

1. விவரங்கள் சேகரிக்கப்பதற்குக் கையாளப்பட்ட வழிமுறைகள்.
2. விவரங்கள் துல்லியத்தன்மை
3. எந்த அளவிற்கு விவரங்கள் தொகுக்கப்பட்டன.
4. முன்னர் சேகரித்த விவரங்களோடுள்ள ஒப்புதல் அல்லது ஒப்பீடு.
5. விவரங்களைச் சேகரித்த நிறுவனம் பற்றியும், விவரங்கள் சேகரித்த நோக்கம் பற்றியும் அறிய வேண்டும்.

பொதுவாக கூறுமிடத்து இரண்டாம் நிலை விவரங்களைப் பொருத்த அளவில் மக்களுக்கு எது தேவையோ, எதைக் காண முடிகிறதோ அவற்றுக்கு மத்தியில் நின்று திருப்திப்பட்டுக் கொள்ள வேண்டும்.

இரண்டாம் நிலை விவரங்களின் நிறை குறைகள்:

1. மிகக் குறைந்த செலவில் இரண்டாம் நிலை விவரங்களை சேகரிக்க இயலும். அரசு வெளியீடுகளும் மிகக் குறைந்த செலவில் கிடைக்கின்றன. அரசு மற்றும் தனியார் நிறுவனங்களால் சேகரிக்கப்பட்ட விவரங்கள் நூலகங்களில் கிடைக்கும்.
2. இரண்டாம் நிலை விவரங்கள் இணைய தளத்தில் அதிக அளவில் கிடைக்கின்றன.
3. கிடைக்கும் நிறைய இரண்டாம் நிலை விவரங்கள் பல வருடங்களாக சேகரிக்கப்பட்டவை. அவற்றைக் கொண்டு போக்குகளைக் (trend) குறிக்கலாம்.
4. இரண்டாம் நிலை விவரத்தின் மதிப்பு
   - அரசாங்கம் - முடிவுகள் எடுப்பதற்கும் எதிர்கால கொள்கை முடிவுகளுக்கும் பயன்படுகிறது.
   - வியாபாரம் மற்றும் தொழில் துறை - சந்தை மற்றும் விற்பனைப் பிரிவுகளில் உள்ள பொருளாதார மற்றும் சமூக நிலைமை மற்றும் போட்டியாளர்களைப் பற்றிய விவரங்களைக் கொடுக்கிறது.
   - ஆய்வு நிறுவனங்கள் - சமூக, பொருளாதார மற்றும் தொழில்துறை விவரங்களைக் கொடுக்கிறது.

3.4 வகைப்பபடுத்துதல்:

சேகரிக்கப்படும் விவரங்கள் செப்பனிடா விவரங்கள் அல்லது தொகுக்கப்படாத விவரங்கள் என்று அழைக்கப்படும். இவ்விவரங்கள் ஒழுங்கற்ற முறையில் இருப்பதனால் அதனை முறைப்படுத்தி தெளிவாகவும், சுருக்கமாகவும் அளித்தல் இன்றும் பல (மேல்நிலை) புள்ளியியல்' ஆய்வுகளுக்கு பயன்படும். எனவே ஆய்வாளர் தேவையற்ற

விவரங்களை நீக்கிவிட்டு மற்ற விவரங்களைப் புரிந்து கொள்ளும் வகையில் மேன்மேலும் சுருக்கித் தருவது மிகவும் முக்கியமானதாகும். சேகரிக்கப்பட்ட விவரங்களை அவைகளின் பல்வேறு வகையான பண்புகளுக்கேற்ப பிரிவுகளில் அல்லது உட்பிரிவுகளில் பாகுபாடு செய்யும் முறைக்கு வகைப்படுத்துதல் என்று பெயர். அட்டவணைப் படுத்துதல் என்பது சேகரிக்கப்பட்ட புள்ளி விவரங்களை ஒழுங்கு முறையில் வரிசைப்படுத்தப்பட்டு வகைப்படுத்தலே ஆகும். எனவே அட்டவணைப் படுத்தலில் முதற்படி வகைப்படுத்தல் ஆகும்.

எடுத்துக்காட்டாக தபால் அலுவலகத்தில் உள்ள கடிதங்களை டெல்லி, மதுரை, பெங்களூர், மும்பை இன்னும் பல இடங்களுக்குச் செல்லும் வகையில் வகைப்படுத்தி (பிரித்து) அனுப்புகின்றனர்.

வகைப்படுத்தலின் நோக்கங்கள்:

பின்வருவனவை விவரங்களை வகைப்படுத்துதலின் உள்ள முக்கிய நோக்கங்கள்

1. வகைப்படுத்தலானது விவரங்களைச் சுருக்கமாகவும், எளிதில் புரிந்து கொள்ளும் வகையில் இருக்க வேண்டும்.
2. தேவையற்ற விளக்கங்களைத் தவிர்க்க வேண்டும்.
3. வகைப்படுத்தலானது ஒப்பிடக்கூடிய வகையிலும் விவரங்களின் முக்கியத்துவத்தை வெளிக்காட்டக் கூடியதாகவும் இருக்க வேண்டும்.
4. வகைப்படுத்தலானது ஒருவர் தன் மனதிலே அவ்விவரங்களை உணர்ந்து கொள்வதற்கும், அதனதன் தன்மையை உருவகப்படுத்திக் கொள்வதற்கும் ஏதுவாக இருக்க வேண்டும்.
5. சேகரிக்கப்பட்ட விவரங்களின் புள்ளியியல் செயல்பாடுகளுக்கு பயன்படக்கூடிய வகையில் இருக்க வேண்டும்.

வகைப்படுத்தலின் வகைகள்:

புள்ளியியல் விவரங்கள் அவற்றின் சிறப்பு இயல்புகளைப் பொருத்து வகைப்படுத்தப்படுகின்றன: வகைப்படுத்தல் என்பது நான்கு வகைப்படும்.

(அ) காலம் சார் வகைப்படுத்தல் (Chronological classification)

(ஆ) இடம் சார் வகைப்படுத்தல் (Geographical classification)

(இ) பண்பின் வகைப்படுத்தல் (Qualitative classification)

(ஈ) அளவின் வகைப்படுத்தல். (Quantitative classification)

(அ) காலம் சார் வகைப்படுத்தல்:

குறிப்பிட்ட காலங்களுக்குரிய அதாவது வருடம், மாதம், வாரம், நாள், மணி போன்றவற்றின் விவரங்களிலுள்ள வரிசையான தொகுப்பிற்கு காலம் சார் வகைப்படுத்தல் என்று பெயர்.

ஒரு நாட்டின் இறக்குமதி மற்றும் ஏற்றுமதி போன்ற விவரங்கள் காலம் சார் வகைப்படுத்தலில் அடங்கும்.

எடுத்துக்காட்டு 5:

1970-76 ஆம் ஆண்டிற்கான பிறப்பு விகிதம் கீழ்கண்டவாறு:

வருடம்	1970	1971	1972	1973	1974	1975	1976
பிறப்பு விகிதம்	36.8	36.9	36.6	34.6	34.5	35.2	34.2

(ஆ) இடம் சார் வகைப்படுத்தல்:

விவரங்களை இடப்பகுதிகளுக்குத் தக்கவாறு பாகுபாடு செய்வதற்கு இடம் சார் வகைப்படுத்தல் என்று பெயர். எடுத்துக்காட்டாக இந்தியாவில் உள்ள பல்வேறு மாநிலங்களில் பயிராகும் நெல்லின் உற்பத்தி, பல்வேறு நாடுகளில் உள்ள கோதுமை உற்பத்தி.

எடுத்துக்காட்டு 6:

நாடு	அமெரிக்கா	சீனா	டென்மார்க்	பிரான்ஸ்	இந்தியா
கோதுமை உற்பத்தி (கி,கி/ஏக்கர்)	1925	893	225	439	862

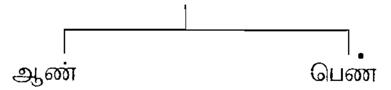
(இ) பண்பின் வகைப்படுத்தல்:

சேகரித்த விவரங்களை பாலினம், அறிவுக்கூர்மை, படிப்பறிவு, மதம், தொழில் இன்னும் பல பண்புகளுக்கேற்ப வகைப்படுத்தலுக்கு பண்பின் வகைப்படுத்தல் என்று பெயர். இவ்வகை பண்புகளை அளவுகோல் கொண்டு அளக்க இயலாது.

எடுத்துக்காட்டாக மக்கட் தொகை கணக்கெடுப்பு பாலினம் என்ற பண்பை பொருத்து வகைப்படுத்தப்படும்பொழுது ஆண், பெண் என இரு பிரிவுகளாக பிரிக்கலாம். இதைப்போல் மீண்டும் பணிபுரிபவர், பணி புரியாதவர் என்ற பண்பை (தொழில்) அடிப்படையாகக் கொண்டு வகைப்படுத்தலாம்.

ஒரு பண்பை பொறுத்து வகைப்படுத்தலின் போது அதன் தன்மைக்கு ஏற்ப இரு பிரிவுகள் ஏற்படுகின்றன. ஒன்று பண்பைப் பெற்றிருக்கும் மற்றொன்று அப்பண்பைப் பெற்றிருக்காது. இந்த வகை வகைப்படுத்துதல் எளிய அல்லது இரு பண்பு வகைப்படுத்தல் என வழங்கப்படும். எடுத்துக்காட்டாக

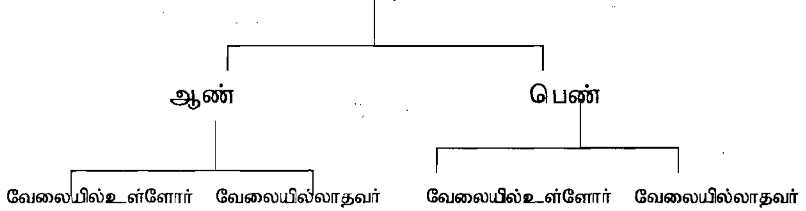
மக்கட்தொகை



மற்றும் பல பிரிவுகள் அமைந்து இருந்தால் அதற்கு பல பண்பின் வகைப்படுத்தல் என்று பெயர். எடுத்துக்காட்டாக மக்கள் தொகையை ஆண், பெண் என்ற வகைப்படுத்திய பிறகு தனித்தனியே மீண்டும் வேலை செய்பவர், வேலை செய்யாதவர் எனப் பிரிக்கலாம். இவ்வாறாக மக்கட் தொகையை 4 பிரிவுகளாக வகைப்படுத்தலாம்.

1. வேலையில் உள்ளோர் - ஆண்
2. வேலையில்லாதவர் - ஆண்
3. வேலையில் உள்ளோர் - பெண்
4. வேலையில்லாதவர் - பெண்

இவை பின்வரும் அட்டவணையின் மூலம் விளக்கப்பட்டுள்ளது.



இன்னும் இவ்வகைப்படுத்தலை மற்றும் ஒரு பண்பினைக் (மணம் புரிந்தவர்) கொண்டு மேலும் விரிவு படுத்தலாம்.

(ஈ) அளவின் வகைப்படுத்தல்:

உயரம், எடை போன்ற எண்சார் அளவிற்குத் தக்கவாறு விவரங்கள் பல்வேறு பிரிவுகளாகப் பாகுபாடு செய்யப்படுகின்ற வகைப்படுத்தலுக்கு அளவின் வகைப்படுத்தல் என்ற பெயர். எடுத்துக்காட்டாக கல்லூரியில் பயிலும் மாணவர்களை அவர்களின் எடையின் அடிப்படையில் வகைப்படுத்தப்பட்ட அட்டவணை கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.

எடை (பவுண்டுகளில்)	மாணவர்களின் எண்ணிக்கை
90-100	50
100-110	200
110-120	260
120-130	360
130-140	90
140-150	40
மொத்தம்	1000

மேற்கண்ட எடுத்துக்காட்டில் எடை மாறியாகவும், மாணவர்களின் எண்ணிக்கை நிகழ்வெண்ணாகவும் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. 90 லிருந்து 100 பவுண்டு எடையுள்ள மாணவர்களின் எண்ணிக்கை 50 ஆகவும், 100 லிருந்து 110 பவுண்டு எடையுள்ள மாணவர்களின் எண்ணிக்கை 200 ஆகவும் உள்ளது. இவற்றைப் போல் மற்ற பிரிவுகளுக்கு ஏற்ப மாணவர்களின் எண்ணிக்கை கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.

3.5 அட்டவணைப்படுத்துதல்:

அட்டவணை என்பது புள்ளியியல் விவரங்களை எளிதாகப் புரிந்து கொள்ளும் வகையில் ஒழுங்காக வரிசைப்படுத்தி எழுதத்தக்கவாறு நிரல்களையும், நிரைகளையும் கொண்ட ஓர் அமைப்பாகும். இவ்வாறாக விவரங்களை ஒப்பு நோக்குவதற்கும், விவரங்களைத் தெளிவாக புரிந்து கொள்வதற்கும் புள்ளியியல் அட்டவணையானது ஆய்வாளர்களுக்கு துணை புரிகிறது. "வகைப்படுத்துதல் மற்றும் அட்டவணைப்படுத்துதல்" இரண்டுமே ஒன்றுடன் ஒன்று தொடர்புடையவை, இரண்டுமே அடுத்தடுத்துச் செய்யப்பட வேண்டிய செயல்களாகும். விவரங்கள் வகைப்படுத்தப்பட்ட பின்னர் பல்வேறு நிரல்களையும், நிரைகளையும் கொண்ட ஓர் அமைப்பாக விவரங்கள் அட்டவணைப்படுத்தப்படுகின்றன.

அட்டவணைப்படுத்துதலின் நோக்கங்கள்:

அட்டவணைப்படுத்துதலின் பயன்கள் பின்வருமாறு

1. கலப்பு விவரங்களைச் சுருக்கி எளிதில் புரிந்து கொள்வதற்கும் பயன்படுகிறது.
2. விவரங்களை ஒப்பு நோக்குவதற்கும் பயன்படுகிறது.
3. புள்ளியியல் அளவைகளான சராசரி மாறுபாட்டளவை. ஒட்டுறவு போன்றவற்றை எளிதில் கணக்கிடுவதற்கு பயன்படுகிறது.
4. குறைவான இடத்தில் விவரங்களை அளிக்க இயலும். மீண்டும் மீண்டும் வருவதையும் தேவையற்ற விளக்க குறிப்புகளையும் தவிர்க்க பயன்படுகிறது. மேலும் தேவையான விவரங்களை எளிதில் புரிந்து கொள்ள இயலும்.
5. வரைபடம் மற்றும் விளக்கப்படம் மூலம் அளிப்பதற்கு அட்டவணைப் படுத்தப்பட்ட விவரங்கள் பயன்படுகிறது.

அட்டவணை அமைத்தல்:

அட்டவணை அமைப்பது என்பது ஒரு கலை. சிக்கனமான இடத்தில் தேவையான அனைத்து விவரங்களையும் பெற்றிருக்க வேண்டும். புள்ளியியல் அட்டவணை தயாரிக்கும் போது அட்டவணை தயாரிப்பதன் நோக்கமும், தயாரிக்கப்பட்ட விவரங்கள் எதற்காக பயன்படுகின்றன என்ற இரு கருத்துக்களையும் மனதிற் கொள்ள வேண்டும்.

ஒரு சிறந்த அட்டவணை என்பது பின்வரும் முக்கிய பகுதிகளைப் பெற்றிருக்க வேண்டும்.

1. அட்டவணை எண்
2. தலைப்பு
3. நிரல் தலைப்பு
4. நிரைத் தலைப்பு
5. அட்டவணை உட்பகுதி
6. அடிக்குறிப்பு
7. ஆதாரக் குறிப்பு

1. அட்டவணை எண்:

ஒவ்வொரு அட்டவணைக்கும் ஒரு எண் கொடுக்கப்பட வேண்டும். இது மிக எளிதாக புரிந்து கொள்வதற்கும் பின் ஒப்பிடுதலுக்கும் உபயோகப்படும். இந்த அட்டவணை எண் அட்டவணையின் மேல் பகுதியில் எழுதப்பட வேண்டும். சில நேரங்களில் அட்டவணைத் தலைப்பிற்கு சிறிது முன்பாக எழுதப்பட வேண்டும்.

2. அட்டவணைத் தலைப்பு:

ஒரு சிறந்த அட்டவணை என்பது அட்டவணையில் உள்ள விவரங்களையும் அதன் தன்மைகளையும் சுருக்கமாக குறிப்பதாக இருக்க வேண்டும். குறிப்பிட்ட காலத்தில் எடுக்கப்பட்ட விவரங்களை முறைப்படுத்துவதாக அமைய வேண்டும். அட்டவணை தலைப்பு அட்டவணை மேல பகுதியின் மையத்தில், அட்டவணை எண்ணிற்கு சிறிதளவு கீழே எழுதப்பட வேண்டும் (அல்லது அதே வரியில் அட்டவணை எண்ணிற்கு பிறகு எழுத வேண்டும்)

3. நிரல்களின் தலைப்பு:

அட்டவணையில் அமைந்துள்ள நிரல்களுக்குத் தலைப்பு கொடுக்கப்பட வேண்டும். இவை சுருக்கமாகவும், சுய விளக்கம் தருபவையாகவும் இருத்தல் வேண்டும். தலைப்புகளும், துணைத் தலைப்புகளும் கொடுக்கப்பட வேண்டும். ஒவ்வொரு நிரலிலும் விவரங்களுக்கான அலகுகள் கொடுக்கப்பட வேண்டும். வழக்கமாக அட்டவணையின் நிரல்களின் தலைப்பு சுருக்கமாக வகைப்படுத்தி கொடுக்கப்படுகின்றது.

4. நிரைகளின் தலைப்பு:

அட்டவணையின் இடது பக்கத்தில் நிரைகளின் தலைப்புகளுக்கு மேலே உள்ள இடத்தில் தலைப்புகளைப் பற்றிய விளக்கம் தரப்பட வேண்டும்.

அதிக எண்ணிக்கை பிரிவுகள் வழக்கமாக நிரைகளில் குறிக்கப்படுகின்றன. எடுத்துக்காட்டாக ஒரு வகுப்பின் மதிப்பெண்களின் விவரத்தைக் குறிக்கும் போது மதிப்பெண்கள் நிரைகளாகவும், பாலினங்கள் நிரல்களாகவும் குறிக்கப்படுகின்றன. இவ்வகை அமைப்பில்

பெண்கள் என்ற பிரிவுகள் இரு நிரல்களில் மட்டுமே அமைகின்றன.

5. அட்டவணையின் உட்பகுதி

இப்பகுதி புள்ளி விவரங்களைக் கொண்ட முக்கிய பகுதியாகும். இவை இடமிருந்து வலமாக நிரைகளாகவும், மேலிருந்து கீழாக நிரல்களாகவும் அமைக்கப்பட்டிருக்கும்.

6. அடிக்குறிப்பு:

ஏதேனும் விவரத்திற்கு விளக்கங்கள் தேவைப்பட்டால் அவற்றை அடிக்குறிப்பாக அமைக்கலாம். நிரல், நிரை தலைப்பில் விடுபட்ட விவரங்களை விளக்குவதற்கு இதனைப் பயன்படுத்தலாம்.

7. ஆதாரக் குறிப்பு:

புள்ளி விவரங்கள் எங்கிருந்து எடுக்கப்பட்டன என்ற விவரத்தை இதில் குறிக்க வேண்டும். இத்துடன் வெளியீடுகளின் ஆசிரியர் பெயர், பகுதியின் விவரம், பக்கங்களின் எண்ணிக்கை, வெளியிடப்பட்ட வருடம் ஆகியவற்றை சேர்த்துக் கொள்ளலாம். இதில் முதல் நிலை விவரம் அல்லது இரண்டாம் நிலை விவரம் என்ற தன்மையையும் குறிப்பிடலாம்.

அட்டவணையின் மாதிரி தோற்றம் கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.

அட்டவணை எண் **அட்டவணை தலைப்பு**

துணை தலைப்புகள்	நிரல் தலைப்புகள் நிரல் துணை தலைப்புகள்	மொத்தம்
நிரை தலைப்புகள்	அட்டவணையின் உட்பகுதி	
மொத்தம்		

அடிக்குறிப்பு

ஆதாரக் குறிப்பு

கொள்ளும் வகையில் சுருக்க நிரை, நிரல்கள் வடிவில் கவனமாக தயாரிக்கப்படுவதே சிறந்த புள்ளியியல் அட்டவணை ஆகும். அட்டவணை தயாரிக்கும்பொழுது அளிக்கப்படும் தகவல்கள், ஒப்பிடப்பட வேண்டிய விவரங்கள், முக்கியத்துவம் வாய்ந்த கருத்துகள் ஆகியனவற்றை கருத்திற் கொண்டு அமைக்க வேண்டும். அட்டவணைகளை அமைப்பதற்கென்று குறிப்பிட்ட விதிமுறைகள் எதுவும் இல்லை. இருந்த போதிலும் அட்டவணை அமைக்கும்போது கவனிக்க வேண்டிய சில விதிகள்

1. புள்ளியியல் விசாரணையின் நோக்கங்களைக் கருத்தில் கொண்டு அட்டவணை அமைக்கப்பட வேண்டும்.
2. அட்டவணை எளிதாக புரிந்து கொள்ளுமாறு கவனமாகத் தயாரிக்கப்பட வேண்டும்.
3. அட்டவணை அளவு காகிதத்தின் அளவுக்கேற்றாற் போல் இருக்க வேண்டும்.
4. அட்டவணை எண்கள் மிகப்பெரியதாக இருக்கும் பொழுது அதை தோராய மதிப்பு, தருதல் வேண்டும். தோராயமாக்கப் பட்ட முறையும் அளவீடுகளின் அலகும் குறிப்பிடப்பட வேண்டும்.
5. அட்டவணையின் நிரை, நிரல்களுக்கு வரிசை எண்கள் கொடுக்கப்பட்டு, குறிப்பிட்ட முக்கியத்துவம் வாய்ந்த எண்கள் கட்டமிட்டோ, வட்டமிட்டோ, காட்டுதல் வேண்டும்.
6. அட்டவணையில் நிரைகளும், நிரல்களும் முறையாக வரிசைப் படுத்த வேண்டும். விவரங்களை வரிசை எண் அடிப்படையில் அல்லது புவியியல் அடிப்படையில் அல்லது அகர எழுத்து வரிசை அடிப்படையில் பிரித்துக் காட்ட வேண்டும்.
7. பெரும் பிரிவுகளைப் பிரிக்கும் கோடுகள் பெரியதாகவும், உட்பிரிவுகளைப் பிரிக்கும் கோடுகள் சிறியதாகவும் இருக்க வேண்டும்.
8. ஒரு நிரையில் உள்ள விவரங்களின் சராசரி அல்லது மொத்தம் அட்டவணையின் வலது ஓரத்திலும் நிரல்களின் மொத்தம் அல்லது சராசரி அட்டவணையின் அடிப்பகுதியிலும் கொடுக்கப்பட வேண்டும். உட்பிரிவுகளின் மொத்தமும் தனியாகக் குறிப்பிட வேண்டும்.
9. விவரங்கள் அதிகமாக இருந்தால் அவைகள் அனைத்தையும் ஒரே அட்டவணையில் குறிக்காமல் பல அட்டவணையில் குறிக்கலாம்.

அட்டவணையின் வகைகள்:

அட்டவணைகள் அவற்றின் தன்மைகளுக்கும், பயன்பாடு களுக்கும் ஏற்றவாறு வகைப்படுத்தப்படுகின்றன. பல விதமான

அட்டவணைகள் பின்வருமாறு வகைப்படுத்தப் படுகின்றன.

1. எளிய அல்லது ஒரு வழி அட்டவணை.
2. இரு வழி அட்டவணை
3. பலநோக்கு அட்டவணை (Manifold table)

1. எளிய அட்டவணை:

ஒரு மாறியின் ஒரே ஒரு இயல்பைப் பற்றிய விவரங்களை மட்டும் விளக்கிக் காட்டும் அட்டவணை எளிய அட்டவணை எனப்படும். இவ்வகை அட்டவணை உருவாக்குவதும் அதைப் படிப்பதும் மிக எளிமையானது.

ஒரு இடத்தில் வெவ்வேறு தொழில்களில் ஈடுபட்டிருப்பவர்களின் எண்ணிக்கையைப் பிரித்து காட்டும் அட்டவணை கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. ஒரு இடத்தில் வெவ்வேறு தொழில்களில் ஈடுபட்டு இருக்கும் நபர்களின் எண்ணிக்கை.

தொழில்கள்	எண்ணிக்கை
மொத்தம்	

2. இரு வழி அட்டவணை:

ஒரு மாறியின் இரு இயல்பைப் பற்றிய விவரங்களை விளக்கிக் காட்டும் அட்டவணை இரு வழி அட்டவணை எனப்படும். இவ்வகைகளில் நிரை அல்லது நிரல் இரு பகுதிகளாகப் பிரிக்க வேண்டும். எடுத்துக் காட்டாக கீழே உள்ள அட்டவணையில் தொழில் செய்பவர்களின் எண்ணிக்கை இனவாரியாக நிரலில் பிரிக்கப்பட்டு இரு வழி அட்டவணையில் காட்டப்பட்டுள்ளது. இவ்வட்டவணை தொழில், இனம் என்ற இரு இயல்புகளைக் கொண்டுள்ளது.

தொழில்கள்	எண்ணிக்கை		மொத்தம்
	ஆண்	பெண்	
மொத்தம்			

பல நோக்கு அட்டவணை என்பது மிகவும் விரிவான அட்டவணையாகும். எடுத்துக்காட்டாக மேற்கண்ட அட்டவணையின் நிரலில் துணை தலைப்பில், திருமண விவரம், மதம், சமூகப் பொருளாதார நிலை போன்ற பிரிவுகளாகப் பிரித்து காட்டுவது. கீழே தொழில், இனம், திருமண விவரம் என்ற மூன்று பண்புகளைப் பிரித்து காட்டும் அட்டவணை.

தொழில்கள்	எண்ணிக்கை						மொத்தம்
	ஆண்			பெண்			
	M	U	மொத்தம்	M	U	மொத்தம்	
மொத்தம்							

அடிக்குறிப்பு: M - மணமானவர்

U – மணமாகாதவர்

ஆய்வுக்காக சேகரிக்கப்பட்டுள்ள விவரங்கள் யாவும் முழுமையாக இவ்வட்டவணையில் குறிப்பிடப் பட்டிருக்கும். இது விவரங்களைக் கொண்ட ஒரு பட்டியலாக அமைந்திருக்குமேயன்றி இதிலிருந்து ஆய்வு பற்றிய எந்த விளக்கத்தையும் எளிதில் பெற முடியாது. பொதுவாக குழப்பத்தை தவிர்ப்பதற்கு நான்கு பண்புகள் மட்டுமே ஒரு அட்டவணையில் பிரித்துக் காட்டப்படுகின்றன. மீதமுள்ள பண்புகளைக் கூறுவதற்கு தொடர்புடைய வேறு அட்டவணைகளை உருவாக்கலாம்.

பயிற்சி - 3

I. சரியான விடையைத் தேர்ந்தெடுத்து எழுதுக:

1. சேகரிக்கப்பட்ட விவரம், நேரத்தைக் கொண்டு தொகுக்கப்பட்டால் நமக்கு ______ ஆகும்.
   (அ) அளவின் வகைப்படுத்தல் (ஆ) பண்பின் வகைப்படுத்தல்
   (இ) இடம் சார் வகைப்படுத்தல் (ஈ) காலம் சார் வகைப்படுத்தல்
2. பெரும்பாலான அளவின வகைப்படுத்தல்
   (அ)காலம் சார்ந்தது (ஆ) இடம் சார்ந்தது
   (இ) அலைவெண் பரவல் (ஈ) இவற்றில் எதுவுமில்லை
3. நிரல்கள் _________ ஆகும்
   (அ) எண் விவரங்கள் (ஆ) நிரல்களின் தலைப்பு
   (இ) நிரைகளின் தலைப்பு (ஈ) அட்டவணையின் தலைப்பு

இருக்கும்

(அ) இரு சிறப்பியல்களோடு (ஆ) பல சிறப்பியல்புகளோடு

(இ) ஒரு சிறப்பியல்போடு (ஈ) மூன்று சிறப்பியல்புகளோடு

5. ஒரு அட்டவனையில் முதல் நிரலில் உள்ள தலைப்பு

(அ) நிரைகளின் தலைப்பு (ஆ) நிரல்களின் தலைப்பு

(இ) அட்டவனை தலைப்பு (ஈ) குறிப்பு

II. கோடிட்ட இடத்தை நிரப்புக:

6. விவரங்களை வகைப்படுத்தலில் இடம்சார் வகைப்படுத்தல் என்பது ________ ஐச் சார்ந்தது.
7. கல்வியறிவு அற்றவர்கள், தொடக்கக்கல்வி, இடைநிலைக்கல்வி, பட்டப்படிப்பு, தொழில் கல்வி, போன்றவற்றைப் பொருத்து கல்வி நிலையின் விவரங்களை பதிவு செய்யும் முறை ________ வகைப்படுத்துதல் ஆகும்
8. ஒரு விவரத்தை நிரை நிரல்களாக வகைப்படுத்தும் முறைக்கு __________
9. __________ ஐத் தொடர்வது அட்டவணைப்படுத்துதல்
10. பல்நோக்கு அட்டவணையில் விவரங்கள் _______ ஐப் பெற்றிருக்கும்

III. பின்வரும் வினாக்களுக்கு விடையளிக்க:

11. மூன்று வகை விவரங்களை கூறுக.
12. முதல் நிலை, இரண்டாம் நிலை விவரங்களை வரையறுக்க.
13. இரண்டாம் நிலை விவரங்களைப் பயன்படுத்தும் போது மனதில் கொள்ள வேண்டிய கருத்துக்கள் யாவை?
14. இரண்டாம் நிலை விவரங்களின் ஆதாரங்கள் யாவை?
15. முதல் நிலை விவரங்களின் நிறை குறைகளைக் கூறுக.
16. ஒரு சிறந்த வரைபட்டியலின் சிறப்பியல்புகளைக் கூறு.
17. வகைப்படுத்துதலை வரையறு.
18. வகைப்படுத்துதலின் முக்கிய நோக்கங்கள் யாவை?
19. வகைப்படுத்துதலின் வகைகளைப் பற்றி விளக்கமான குறிப்பு வரைக.
20. அட்டவணைப்படுத்துதலை விவரி.
21. அட்டவணைப்படுத்துதலின் பயன்கள் யாது?
22. ஒரு சிறந்த அட்டவணையின் முக்கியப் பகுதிகள் யாவை?
23. ஒரு சிறந்த அட்டவணையின் முக்கிய சிறப்பியல்புகளை எழுதுக?
24. ஒரு வழி, இரு வழி அட்டவணையை வரையறுக்க.
25. பல்நோக்கு அட்டவணையை எடுத்துக்காட்டுடன் விளக்குக.

26. உன் பள்ளி மாணவர்கள் எவ்வகை போக்குவரத்து சாதனங்களைப் பயன்படுத்துகின்றனர் என்ற முதல் நிலை விவரங்களை சேகரிக்க. அவ்விவரங்களை அட்டவணைப் படுத்துக.
27. பல்வகை ஆதாரங்களிலிருந்து முக்கியமானதும், பொருத்தமானதுமான அட்டவணைகளை சேகரித்து ஆல்பம் தயாரிக்கவும்.

விடைகள்:

I.

1. (ஈ) 2. (இ) 3. (ஆ) 4.(இ) 5.(ஈ)

II.

6. இடம் 7. பண்புசார் 8. அட்டவணைப்படுத்துதல்

9. வகைப்படுத்தல் 10. பல சிறப்பியல்புகளை

4. அலைவெண் பரவல்

4.1 அறிமுகம்:

ஓர் அலைவெண் பரவலில் ஒரே மாதிரியான அல்லது ஒன்றுக்கொன்று தொடர்புடைய விவரங்கள் பல தொகுதிகளாக எடுக்கப்படும். ஒவ்வொரு தொகுதியும் அளவுகளின் அடிப்படையில் அமைக்கப்பட்ட தொடர்களாகும். அலைவெண் பரவல் என்பது ஒரு அட்டவணை. இதில் தொகுக்கப்பட்ட விவரங்கள் பிரிவுகளாகவும், மற்றும் ஒவ்வொரு பிரிவின் கீழ் அடங்கும் விவரங்களின் தொகுப்புகளின் எண்ணிக்கையும் குறிப்பிடப்பட்டிருக்கும். இந்த அலைவெண் பரவலானது பல்வேறு மதிப்புகளின் நிகழ்வுகளை ஒரே நிகழ்வாகக் காட்டுகிறது.

அலைவெண் பரவல் மூன்று முக்கிய காரணங்களுக்காக அமைக்கப்படுகிறது.

i) விவரங்களின் பகுப்பாய்விற்கு துணை புரிகிறது.

ii) மாதிரி பரவலிருந்து தெரியாத தொகுதி பரவலின் அலைவெண்ணை மதிப்பீடு செய்வதற்கும்,

iii) பலவகைப்பட்ட புள்ளியியலின் அளவுகளைக் கணக்கீடு செய்வதற்கும் துணை புரிகிறது.

4.2 தொகுக்கப்படாத விவரங்கள்:

சேகரிக்கப்படும் புள்ளி விவரங்கள் செப்பனிடா அல்லது தொகுக்கப்படாத விவரங்கள் என பொதுவாக கொள்ளப்படும். ஒரு தொழிற்சாலையில் வேலை செய்யும் 30 தொழிலாளர்களின் தினக்கூலி (ரூபாயில்) எடுத்துக் கொள்வோம்.

80	70	55	50	60	65	40	30	80	90
75	45	35	65	70	80	82	55	65	80
60	55	38	65	75	85	90	65	45	75

மேலே குறிப்பிட்ட விவரங்கள் அனைத்தும் செப்பனிடா அல்லது தொகுக்கப்படாத விவரங்கள் ஆகும். ஏனெனில் விவரங்கள் சேகரிக்கப் பட்ட அதே நிலையில் எந்த விதமான அமைப்பு மாற்றமுமின்றி கொடுக்கப்பட்டுள்ளன. விவரங்கள் அனைத்தும் ஒழுங்கற்ற முறைப்படி இருப்பதனால் சரியான விளக்கம் அல்லது கருத்துக் கணிப்பு கடினமாவதோடு மட்டுமின்றி குழப்பத்தையும் ஏற்படுத்தும். எனவே இவ்விவரங்களை அளவுகளின் அடிப்படையில் ஏறு வரிசையிலோ அல்லது இறங்கு வரிசையிலோ மாற்றி அமைக்க வேண்டும். இவ்வாறு அமைக்கப்பட்ட விவரங்கள் வரிசை (array) எனப்படும்.வரிசை எனப்படுவது

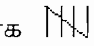
விவரங்களின் எண்ணிக்கையைக் குறைக்காது. மேலே குறிப்பிட்டுள்ள விவரங்கள் ஏறு வரிசையில் கீழ்க்கண்டவாறு அமைக்கப்படுகிறது.

30	35	38	40	45	45	50	55	55	55
60	60	65	65	65	65	65	65	70	70
75	75	75	80	80	80	80	85	90	90

விவரங்களில் உள்ள மிகப் பெரிய அளவையும் மிகக் குறைந்த அளவையும் உடனே அறிந்து கொள்ள வரிசை, உதவியாக இருக்கும். மேலும் பரவலின் தன்மையையும் ஒருவாறு ஊகித்து அறிந்து கொள்ள உதவும். ஆனால் விவரங்கள் அதிகமாக இருக்கும்போதுவரிசை அமைப்பதென்பது கடினமான பணியாகும். எனவே எளிய முறையில் வரிசையைச் சுருக்குவது, விவரங்களின் அமைப்பிற்கு தகுந்தாற்போலும். நன்கு புரிந்து கொள்வதற்கும் ஆக இரு வழிகளில் இருத்தல் வேண்டும்.

(அ) தொடர்ச்சியற்ற அல்லது தொகுக்கப்படாத அலைவெண் பரவல்:

இந்த வகையான பரவலில் அலைவெண்கள் தனித்த மதிப்பைக் குறிப்பதாக இருக்கும். இங்கு விவரங்கள், அலகுகளின் அதே அளவுகள் சரியாக குறிக்கப்பட்டு வழங்கப்படுகின்றது. பல்வேறு குழுக்களின் மாறிகளுக்கு இடையே வேறுபாடுகள் உறுதியாக இருக்கும். ஒவ்வொரு பிரிவும் மற்ற பிரிவுகளிலிருந்து வேறுபட்டு தனித்து இருக்கும். ஒரு பிரிவு மற்ற பிரிவுகளிலிருந்து தொடர்ச்சியற்று இருக்கும். உதாரணமாக ஒரு வீட்டில் உள்ள அறைகளின் எண்ணிக்கை, ஒரு நாட்டில் பதிவு செய்யப்பட்ட நிறுவனங்கள், ஒரு குடும்பத்தில் உள்ள குழந்தைகளின் எண்ணிக்கை மற்றும் பலவாகும்.

இவ்வகைப் பரவல் தயாரிக்கும் முறை மிகவும் எளியது. ஒரு குறிப்பிட்ட மதிப்பு எத்தனை முறை வருகிறது என்பதைக் கண்டுபிடித்து அவ்வெண்ணிக்கை அலைவெண் என குறிக்கப்படும். எண்ணிக்கையை எளிதாக கணக்கிட ஒப்புக் குறிக்கான நிரல் ஒன்று தயார் செய்தல் வேண்டும். மற்றொரு நிரலில் மாறியின் மதிப்பை குறைந்ததிலிருந்து அதிக அளவில் இருக்குமாறு அமைத்தல் வேண்டும். குறிப்பிட்ட மதிப்பிற்குரிய (Vertical line) சாய்வு கோட்டினை அதன் எதிரே இட வேண்டும். இவ்வாறாக  ஐந்து கோடுகளைக் கொண்டதை ஒரு கூறாகவும், ஒவ்வொரு கூறுக்கும் இடையில் இடம் சிறிது விடுதல் எண்ணுவதற்கு எளிதாகும். முடிவில் கூறுகளின் எண்ணிக்கையை கணக்கிட்டு அலைவெண்ணைக் காண முடியும்.

எடுத்துக்காட்டு: 1

ஒரு கிராமத்தில் உள்ள 40 குடும்பங்கள் ஆய்வு செய்யப்பட்டது. ஒவ்வொரு குடும்பத்திலும் உள்ள குழந்தைகளின் எண்ணிக்கை பதிவு செய்யப்பட்டு பின்வரும் விவரங்கள் பெறப்பட்டன.

1	0	3	2	1	5	6	2
2	1	0	3	4	2	1	6
3	2	1	5	3	3	2	4
2	2	3	0	2	1	4	5
3	3	4	4	1	2	4	5

இவ்விவரங்களைக் கொண்டு தொடர்ச்சியற்ற அலைவெண் பரவலை அமைக்கவும்.

தீர்வு:

குழந்தைகளின் எண்ணிக்கை கொண்ட அலைவெண் பரவல்

குழந்தைகளின் எண்ணிக்கை	குறியீடுகள்	அலைவெண்
0	|||	3
1	~~||||~~ ||	7
2	~~||||~~ ~~||||~~	10
3	~~||||~~ |||	8
4	~~||||~~ |	6
5	||||	4
6	||	2
	மொத்தம்	40

ஆ) தொடர்ச்சியான அலைவெண் பரவல்:

இவ்வகை பரவலில் அலைவெண் என்பது தொகுதிகளின் மதிப்பை குறைக்கின்றது. மாறிகளின் மதிப்பு பின்னமாக அமையும் போது அல்லது மாறிகள் முழு எண்ணாக அமையாவிடத்து தொடர்ச்சியான அலைவெண் பரவல் இன்றியமையாததாகிறது. எனவே தொடர்ச்சியற்ற மாறிகளையும் தொடர்ச்சியான அலைவெண் பரவல் வடிவில் வழங்க இயலும். 100 தொழிலாளர்களின் சம்பள விவரத்தின் பரவல்

வாரக்கூலி (ரூபாயில்)	தொழிலாளர்களின் எண்ணிக்கை
50-100	4
100-150	12
150-200	22
200-250	33
250-300	16
300-350	8
350-400	5
மொத்தம்	100

4.3 பிரிவுகளின் தன்மை:

தொடர்ச்சியான அலைவெண் பரவல் அமைத்தலில் அல்லது விவரங்களைப் பிரிவு இடைவெளிகளாக வகைப்படுத்தலில் சில அடிப்படை அம்சங்கள் பின்வருமாறு கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.

அ) பிரிவெல்லைகள்:

பிரிவில் சேர்க்க முடிந்த குறைந்த மற்றும் அதிக மதிப்புகளே பிரிவெல்லைகள் எனப்படும். எடுத்துக்காட்டாக 30-40 என்ற பிரிவை எடுத்துக் கொள்வோம். இதில் 30 குறைந்த மதிப்பையும் 40 அதிக மதிப்பையும் குறிக்கும். பிரிவின் இந்த இரண்டு வரம்புகளும் கீழ் எல்லை மற்றும் மேல் எல்லை எனப்படும். பிரிவின் கீழ் எல்லைக்கு கீழ் எந்த மதிப்பும் வராது. அதே போல் பிரிவின் மேல் எல்லைக்கு மேலும் எந்த மதிப்பும் வராது. 60-79 என்ற பிரிவினை எடுத்துக் கொண்டால் இதன் கீழ் எல்லை 60, மேல் எல்லை 79 அதாவது பிரிவில் எந்த மதிப்பும் 60க்கு கீழாகவோ அல்லது 79க்கு மேலாகவோ இருக்காது. சேகரிக்கப்பட்ட புள்ளி விவரங்களின் தன்மையைப் பொருத்தே பிரிவெல்லைகள் வரையறுக்கப்படும். புள்ளி விவர ஆய்வில் 'L' என்பது கீழ் பிரிவு எல்லையையும். 'U' என்பது மேல் பிரிவு எல்லையையும் குறிக்கும்.

ஆ) பிரிவு இடைவெளிகள்:

ஒவ்வொரு தொகுதியாக பிரிக்கப்பட்ட விவரங்களின் அளவே பிரிவு இடைவெளி எனப்படும். எடுத்துக்காட்டாக 50-75, 75-100, 100-125 என்பன பிரிவு இடைவெளிகள் ஆகும். ஒவ்வொரு பிரிவும் பிரிவு இடைவெளியின் கீழ் எல்லையில் ஆரம்பித்து அதற்கு அடுத்துவரும் பிரிவு இடைவெளியின் கீழ் எல்லையில் முடிவடையும்.

இ) பிரிவு இடைவெளியின் அளவு (அல்லது) பிரிவுத் தூரம்

ஒரு பிரிவின் மேல் எல்லைக்கும் கீழ் எல்லைக்கும் உள்ள வித்தியாசமே பிரிவு இடைவெளியின் அளவு அல்லது பிரிவுத்தூரம் ஆகும். இது 'C' எனக் குறிக்கப்படுகிறது.

(ஈ) வீச்சு:

கண்டு பிடிக்கப்பட்ட மதிப்புகளில் மிகப்பெரிய அளவிற்கும் மிகச் சிறிய அளவிற்கும் உள்ள வித்தியாசமே வீச்சு எனப்படும். இது 'R' என்று குறிக்கப்படுகிறது.

R = மிகப் பெரிய மதிப்பு – மிகச் சிறிய மதிப்பு

$R = L - S$

(உ) மைய மதிப்பு அல்லது மையப் புள்ளி

பிரிவு இடைவெளியின் மையப் புள்ளியே மைய மதிப்பு அல்லது மையப் புள்ளி எனப்படும். இது பிரிவு இடைவெளியின் கீழ் எல்லையையும் மேல் எல்லையையும் கூட்டி பெறக்கூடிய மதிப்பை இரண்டால் வகுப்பதனால் கிடைக்கும்.

அதாவது

$$\text{மைய மதிப்பு} = \frac{L + U}{2}$$

எடுத்துக்காட்டாக பிரிவு இடைவெளி 20-30 எனில் அதன் மைய மதிப்பு

$$\frac{20+30}{2} = 25$$

(ஊ) அலைவெண்:

ஒரு குறிப்பிட்ட பிரிவு இடைவெளியில் கிடைக்கும் எண்ணிக்கையே அப்பிரிவின் அலைவெண் எனப்படும்.

ஒரு நிறுவனத்தில் பணிபுரிபவர்களின் எடைகளின் அலைவெண் பரவலை எடுத்துக் கொள்வோம்.

எடை (கிலோகிராமில்)	நபர்களின் எண்ணிக்கை
30-40	25
40-50	53
50-60	77
60-70	95
70-80	80
80-90	60
90-100	30
மொத்தம்	420

மேற்கண்ட எடுத்துக்காட்டில் 25,53,77,95,80,60,30 என்பன பிரிவு அலைவெண்கள் ஆகும். மொத்த அலைவெண் 420 ஆகும். எடுத்துக்கொள்ளப்பட்ட அலைவெண் பரவலில் உள்ள மொத்த எண்ணிக்கை மொத்த அலைவெண்ணைக் குறிக்கிறது.

(எ) பிரிவு இடைவெளிகளின் எண்ணிக்கை:

அலைவெண் பரவலில் பிரிவு இடைவெளிகளின் எண்ணிக்கை மிகவும் முக்கியமானதாகும். பிரிவு இடைவெளிகளின் எண்ணிக்கை மிக அதிகமாக இருக்கக்கூடாது. சிறந்த அலைவெண் பரவலில் பிரிவு இடைவெளிகளின் எண்ணிக்கை 5லிருந்து 15 வரை தான் இருக்க வேண்டும். முழு விவரங்களைக் கொண்ட அலைவெண் பரவலில் பிரிவு இடைவெளிகளின் எண்ணிக்கையைக் கணக்கிட மிகப்பெரிய மதிப்பையும் சிறிய மதிப்பையும் எடுத்துக் கொள்ள வேண்டும். இவற்றிற்கு இடையே உள்ள வித்தியாசம், பிரிவு இடைவெளியைத் தீர்மானிக்க பெரிதும் பயன்படும்.

கணக்கின் தன்மையைப் பொறுத்து பிரிவு இடைவெளிகளின் எண்ணிக்கையை கட்டுப்படுத்த முடியும் அல்லது 'ஸ்டர்ஜஸ் நியதி'யின்

உதவியோடு பிரிவு இடைவெளிகளின் எண்ணிக்கையைத் தீர்மானிக்க இயலும். ஸ்டர்ஜஸ் நியதிப்படி பிரிவு இடைவெளிகளின் எண்ணிக்கையை பின்வரும் வாய்ப்பாட்டின் மூலம் கணக்கிட முடியும்.

$$K = 1 + 3.322 \log_{10} N$$

இதில் K = மொத்த பிரிவு இடைவெளிகள்

N = அளவுகளின் மொத்த எண்ணிக்கை

log = எண்ணின் மடக்கை

இவ்வாறாக கொடுக்கப்பட்ட மதிப்புகளின் எண்ணிக்கை 10 எனில் பிரிவு இடைவெளிகளின் எண்ணிக்கை

$$K = 1 + 3.322 \log 10 = 4.322 \quad 4$$

அளவுகளின் எண்ணிக்கை 100 எனில் பிரிவு இடவெளிகளின் எண்ணிக்கையானது $K = 1 + 3.322 \log 100 = 7.644 \quad 8$ என அமையும்.

(ஏ) பிரிவு இடைவெளியின் அளவு:

கொடுக்கப்பட்ட பரவலின் பிரிவு இடைவெளியின் அளவும் பிரிவு இடைவெளியின் எண்ணிக்கையும் தலைகீழ் விகிதாச்சாரமாக இருப்பதனால் ஸ்டர்ஜஸ் நியதியைப் பயன்படுத்தி பிரிவு இடைவெளி அளவு 'C' யின் தோராயமான மதிப்பைக் கீழ்கண்டவாறு காணலாம்.

$$\text{பிரிவின் அளவு } (C) = \frac{\text{வீச்சு}}{\text{பிரிவுகளின் எண்ணிக்கை}}$$

$$C = \frac{\text{வீச்சு}}{1+3.322 \log_{10} N}$$

இதில் வீச்சு = பரவலில் மிகப் பெரிய மதிப்பு – மிகச் சிறிய மதிப்பு.

4.4 பிரிவு இடைவெளிகளின் வகைகள்

விவரங்களைப் பிரிவு இடைவெளிகளாக வகைப்படுத்தலில் மூன்று முறைகள் உள்ளன. அவை பின்வருமாறு

அ) தவிர்த்துக் கணக்கிடும் முறை

ஆ) சேர்த்துக் கணக்கிடும் முறை

இ) திறந்த பிரிவுகள்

அ) தவிர்த்துக் கணக்கிடும் முறை

ஒரு பிரிவு இடைவெளியில் முதல் பிரிவின் மேல் எல்லையும், அடுத்த பிரிவின் கீழ் எல்லையும் ஒன்றே எனில் இதனையே தவிர்த்துக் கணக்கிடும் முறை என்கிறோம்.

பின்வரும் விவரங்கள் தவிர்த்துக் கணக்கிடும் முறையின் படி அமைக்கப்பட்டுள்ளது.

செலவீனம்	குடும்பங்களின் எண்ணிக்கை
0 - 5000	60
5000-10000	95
10000-15000	122
15000-20000	83
20000-25000	40
மொத்தம்	400

தவிர்த்துக் கணக்கிடும் முறையில் பிரிவு இடைவெளியின் முதல் பிரிவின் மேல் எல்லையானது அடுத்த பிரிவின் கீழ் எல்லையாக இருப்பதனால் விவரங்களின் தொடர்ச்சியை எளிதாக காணலாம். மேற்கூறிய எடுத்துக்காட்டில் 60 குடும்பங்களின் செலவானது ரூ.0 லிருந்து ரூ.4999.99 க்கு இடையில் அமைகிறது. ரூ.5000 செலவு செய்யும் குடும்பம் 5000 - 10000 பிரிவில் அமைகிறது. நடைமுறையில் இந்த முறை விரிவாக பயன்படுத்தப்படுகிறது.

ஆ) சேர்த்துக் கணக்கிடும் முறை

சேர்த்துக் கணக்கிடும் முறையில் பிரிவு இடைவெளிகள் ஒன்றன் மேல் மற்றொன்று படிவது தவிர்க்கப்படுகிறது. அதாவது மேல் எல்லை, கீழ் எல்லை இரண்டுமே பிரிவு இடைவெளியில் சேர்க்கப்படுகிறது. குடும்பத்தின் நபர்களின் எண்ணிக்கை, தொழிற்சாலையில் வேலை செய்யும் தொழிலாளிகளின் எண்ணிக்கை போன்ற தொடர்ச்சியற்ற மாறிகளுக்கு சேர்த்துக் கணக்கிடும் முறை பயன்படுகிறது. இந்த வகையான மாறியானது முழு எண்களையே கொண்டிருக்கும் இம்முறையானது முழு எண்களையும் பின்ன எண்களையும் உடைய தொடர்ச்சியான மாறியான வயது, உயரம், எடை போன்றவற்றிற்குப் பயன்படாது. இந்த முறை பின்வரும் எடுத்துக்காட்டின் மூலம் குறிப்பிடப்படுகின்றது.

பிரிவு இடைவெளி	அலைவெண்
5- 9	7
10-14	12
15-19	15
20-29	21
30-34	10
35-39	5
மொத்தம்	70

மாறிகளின் மதிப்பு தொடர்ச்சியானதா அல்லது தொடர்ச்சியற்றதா எனத் தெரிந்த பிறகே சேர்த்துக் கணக்கிடும் முறை அல்லது தவிர்த்துக்

கணக்கிடும் முறையைப் பயன்படுத்துவதா என தீர்மானிக்கப்பட வேண்டும். தொடர்ச்சியான மாறிகள் எனில் கண்டிப்பாக தவிர்த்துக் கணக்கிடு முறையைப் பயன்படுத்த வேண்டும். தொடர்ச்சியற்ற மாறி எனில் சேர்த்துக் கணக்கிடும் முறையைப் பயன்படுத்த வேண்டும்.

(இ) திறந்த பிரிவுகள்:

முதல் பிரிவு இடைவெளிப் பிரிவின் கீழ் எல்லையோ அல்லது கடைசிப் பிரிவு இடைவெளிப் பிரிவின் மேல் எல்லையோ அல்லது இரண்டுமே இல்லாமல் இருக்கும் நிலையில் திறந்த பிரிவுகளை அமைக்கலாம். பொருளாதாரம் மற்றும் மருத்துவப் புள்ளி விவரங்களில் சில சமயங்களில் மிக அதிக அல்லது மிகக் குறைந்த விவர மதிப்புகள் தோன்றும்பொழுது திறந்த பிரிவுகள் பயன்படுத்தப்படுகின்றன.

திறந்த பிரிவுகளுக்கான எடுத்துக்காட்டு பின்வருமாறு:

சம்பள வீச்சு	தொழிலாளர்களின் எண்ணிக்கை
2000 க்கு கீழ்	7
2000 – 4000	5
4000 – 6000	6
6000 – 8000	4
8000 மற்றும் அதற்கு மேல்	3

4.5 அலைவெண் அட்டவணை அமைத்தல்:

கொடுக்கப்பட்ட விவரங்களின் தன்மையைப் பொறுத்து அலைவெண்பரவல் அமைக்கப்பட வேண்டும். விவரங்களைப் புரிந்து கொள்ளும் வகையில் வகைப்படுத்துவதற்கு பின்வரும் பொதுவான வழி முறைகளை மனதிற் கொள்ளுதல் வேண்டும்.

1. பிரிவுகளின் எண்ணிக்கை 5லிருந்து 20க்குள் இருக்க வேண்டும். எனினும் இது ஒரு கண்டிப்பான நியதி அல்ல.
2. பிரிவு இடைவெளியின் மதிப்புகள் 3,7,11,26.... இவற்றை முடிந்தவரையில் தவிர்க்க வேண்டும். பிரிவு இடைவெளியின் மதிப்புகள் 5 அல்லது 5ன் மடங்காக அதாவது 5,10,15,20.... ஆக இருக்கலாம்.
3. முதல் பிரிவின் ஆரம்ப மதிப்பு அதாவது கீழ் எல்லையானது பூச்சியமாகவோ அல்லது 5 அல்லது 5ன் மடங்காகவோ இருந்தால் நல்லது.
4. சரியான பிரிவு இடைவெளி அமைவதற்கும், தொடர்ச்சியாக இருப்பதற்கும் தவிர்த்துக் கணக்கிடும் முறையைப் பயன்படுத்த வேண்டும்.
5. முடிந்தவரையில் சம அளவுகளுடன் கூடிய பிரிவு இடைவெளியைப் பயன்படுத்துதல் வேண்டும்.

4.6 அலைவெண் அட்டவணை தயாரித்தல்:

விவரங்களை நிகழ்வெண் பரவல் வடிவத்தில் அமைத்தல் என்பது அதன் அடிப்படை வடிவத்தையும், அத்தொகுதி முழுமையையும் விளக்குவதாக இருக்க வேண்டும். விவரங்களின் எண்ணிக்கை அதிகமாக இருக்கும்பொழுது, அலைவெண்பரவல் விவரங்களின் அமைப்பை தெளிவாக படம் பிடித்து காட்டுகிறது. தொடர்பற்ற தனிப்பட்ட விவரங்களை எடுத்துக் கொள்கையில் அவற்றைக் காண முதற்படி, கண்டிறிந்த மாறியின் வீச்சிற்கு ஏற்றவாறு பொருத்தமான பிரிவு இடைவெளிகளின் எண்ணிக்கையில் பிரித்து, ஒவ்வொரு பிரிவில் அடங்கும் எண்ணிக்கையின் அளவைப் பதிவு செய்தல் வேண்டும்.

50 கல்லூரி மாணவர்களின் எடை (கிலோ கிராமில்) எடுத்துக் கொள்வோம்.

42	62	46	54	41	37	54	44	32	45
47	50	58	49	51	42	46	37	42	39
54	39	51	58	47	64	43	48	49	48
49	61	41	40	58	49	59	57	57	34
56	38	45	52	46	40	63	41	51	41

இங்கு ஸ்டர்ஜஸ் நியதியைப் பயன்படுத்தி பிரிவு இடைவெளியின் அளவு பின்வருமாறு கணக்கிடப்படுகிறது.

$$\text{பிரிவின் அளவு } C = \frac{\text{வீச் சு}}{1+3.322 \log N}$$

$$= \frac{64 - 32}{1+3.322 \log(50)} = \frac{32}{6.64} \quad 5$$

இதில் பிரிவு இடைவெளிகளின் எண்ணிக்கை 7 ஆகவும் பிரிவின் அளவு 5 ஆகவும் உள்ளது. குறியீடுகளை அமைத்து தேவையான அலைவெண் பரவலை கீழ்க்கண்டவாறு அமைக்கலாம்.

பிரிவு இடைவெளி	குறியீடுகள்	அலைவெண்
30-35	||	2
35-40	𝍸 |	6
40-45	𝍸 𝍸 ||	12
45-50	𝍸 𝍸 ||||	14
50-55	𝍸 |	6
55-60	𝍸 |	6
60-65	||||	4
மொத்தம்		50

எடுத்துக்காட்டு: 2

ஒரு தொழிற்சாலையில் தொழிலாளர்கள் உற்பத்தி செய்த உபகரணங்கள் எண்ணிக்கை கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.

43	18	25	18	39	44	19	20	20	26
40	45	38	25	13	14	27	41	42	17
34	31	32	27	33	37	25	26	32	25
33	34	35	46	29	34	31	34	35	24
28	30	41	32	29	28	30	31	30	34
31	35	36	29	26	32	36	35	36	37
32	23	22	29	33	37	33	27	24	36
23	42	29	37	29	23	44	41	45	39
21	21	42	22	28	22	15	16	17	28
22	29	35	31	27	40	23	32	40	37

சேர்த்துக் கணக்கிடும் முறையில் பிரிவு இடைவெளி அமைத்து அலைவெண் பரவல் அட்டவணை அமைக்கவும்.

1. எவ்வளவு தொழிலாளர்கள் 38க்கும் மேற்பட்ட உபகரணங்கள் தயார் செய்கிறார்கள்.
2. எவ்வளவு தொழிலாளர்கள் 23க்கும் குறைவான உபகரணங்கள் தயார் செய்கிறார்கள்.

தீர்வு:

ஸ்டர்ஜஸ் வாய்ப்பாட்டை பயன்படுத்தி பிரிவு இடைவெளிகளின் எண்ணிக்கையைக் கணக்கிடலாம்.

$$\text{பிரிவு இடைவெளிகளின் எண்ணிக்கை} = 1+ 3.322 \log_{10} N$$
$$= 1+ 3.322 \log_{10} 100$$
$$= 7.6$$

$$\text{பிரிவுகளின் அளவு} = \frac{\text{வீச் சு}}{\text{பிரிவு இடைவெளியின் எண்ணிக்கை}}$$

$$= \frac{46 - 13}{7.6} \quad 5$$

சேர்த்துக் கணக்கிடும் முறையில் 7 பிரிவுகளையும், பிரிவு இடைவெளியன் அளவு 5 ஆகவும் எடுத்துக் கொண்டால் 13-17, 18-22,.....43-47 என்ற வகையில் பிரிவு இடைவெளிகள் அமையும். பின்வரும் அட்டவணையின் மூலம் குறியீடுகளை பயன்படுத்தி அலைவெண் பரவலை அமைக்கலாம்.

பிரிவு இடைவெளி	குறியீடுகள்	தயாரிக்கப்பட்ட மொத்த உபகரணங்கள் (அலைவெண்)
13-17	𝍸 |	6
18-22	𝍸 𝍸 |	11
23-27	𝍸 𝍸 𝍸 |||	18
28-32	𝍸 𝍸 𝍸 𝍸 𝍸	25
33-37	𝍸 𝍸 𝍸 𝍸 ||	22
38-42	𝍸 𝍸 |	11
43-47	𝍸 ||	7
மொத்தம்		100

4.7 சதவீத அலைவெண் அட்டவணை:

மொத்தப் புள்ளி விவரங்களின் அளவு ஒரு பரவலுக்கும் மற்றொன்றுக்கும் இடையே விரிவாகவும் அதிக வேறுபாட்டுடனும் இருக்கும்பொழுது ஒப்பிடுதல் மிகவும் கடினமாகவும், முடியாமலும் போகலாம். இந்த சூழ்நிலையில் சுலபமான ஒப்பிடுதலுக்கு சதவீத அலைவெண் பரவல் பயன்படுகிறது. சதவீத அலைவெண் அட்டவணையில் உண்மையான அலைவெண் சதவீதமாக மாற்றி அமைக்கப்படுகிறது.

சதவீதங்களை கீழ்க்காணும் வாய்ப்பாட்டைக் கொண்டு கணக்கிடலாம்.

$$\text{அலைவெண் சதவீதம்} = \frac{\text{பிரிவு இடைவெளி அலைவெண்}}{\text{அலைவெண்களின் மொத்தம்}} \times 100$$

கீழ்க்காணும் எடுத்துக்காட்டு சதவீத அலைவெண் அட்டவணையாக அமைக்கப் பெற்றது.

மதிப்பெண்கள்	மொத்த மாணவர்கள்	அலைவெண் சதவீதம்
0-10	3	6
10-20	8	16
20-30	12	24
30-40	17	34
40-50	6	12
50-60	4	8
மொத்தம்	50	100

4.8 குவிவு அலைவெண் அட்டவணை:

குவிவு அலைவெண் பரவலில் அடுத்தடுத்த பிரிவு இடைவெளியின் அலைவெண்களின் கூடுதல் குவிவு அலைவெண் எனப்படும். குவிவு அலைவெண்ணானது ஒரு பிரிவு இடைவெளியில் முதல் பிரிவு இடைவெளியின் அலைவெண்ணுடன் இரண்டாவது பிரிவு இடைவெளியின் அலைவெண்ணை கூட்ட வேண்டும். மீண்டும் இக்கூடுதலுடன் மூன்றாவது பிரிவு இடைவெளியின் அலைவெண்ணை கூட்ட வேண்டும். இதைப் போல் கூடுதலை தொடர்ச்சியாக, கடைசி பிரிவு இடைவெளிக்கு எதிராக மொத்த அலைவெண் வரும்வரை கூட்டிக் கொண்டே வர வேண்டும்.

குவிவு அலைவெண் குறைந்து கொண்டோ அல்லது உயர்ந்து கொண்டோ இருக்கலாம். குறைந்த நிலை குவிவு அலைவெண் எப்பொழுதும் பிரிவின் மேல் எல்லை அளவின் (அடுத்து வரும் பிரிவு இடைவெளியின் கீழ் எல்லை) அடிப்படையிலும், உயர்ந்த நிலை குவிவு அலைவெண் எப்பொழுதும் பிரிவின் கீழ் எல்லை அளவின் அடிப்படையிலும் (முந்தைய பிரிவு இடைவெளியின் மேல் எல்லை) கணிக்கப்பட வேண்டும்.

எடுத்துக்காட்டு: 3

வயது தொகுதி (வருடத்தில்)	பெண்களின் எண்ணிக்கை	கீழ்இனக் குவிவு அலைவெண்	மேல் இனக் குவிவு அலைவெண்
15-20	3	3	64
20-25	7	10	61
25-30	15	25	54
30-35	21	46	39
35-40	12	58	18
40-45	6	64	6

அ) கீழ் இனக் குவிவு அலைவெண் பட்டியல்:

கடைசி மதிப்புகள் (மேல் எல்லை)	கீழ்இனக் குவிவு அலைவெண்கள்
20 க்கும் கீழ்	3
25 க்கும் கீழ்	10
30 க்கும் கீழ்	25
35 க்கும் கீழ்	46
40 க்கும் கீழ்	58
45 க்கும் கீழ்	64

ஆ) மேல் இனக் குவிவு அலைவெண் பட்டியல்:

கடைசி மதிப்புகள் (கீழ் எல்லை)	மேல் இனக் குவிவு அலைவெண்கள்
15 மற்றும் அதற்கு மேல்	64
20 மற்றும் அதற்கு மேல்	61
25 மற்றும் அதற்கு மேல்	54
30 மற்றும் அதற்கு மேல்	39
35 மற்றும் அதற்கு மேல்	18
40 மற்றும் அதற்கு மேல்	6

4.8.1 குவிவு அலைவெண்ணிலிருந்து எளிய அலைவெண் கணித்தல்

நம்மிடம் குவிவு அலைவெண் மட்டும் (மேலினக் குவிவு அல்லது கீழ் இனக் குவிவு) இருந்தால் அதனை எளிய அலைவெண்களாக மாற்றலாம். உதாரணமாக கீழே கீழ் இனக் குவிவு அலைவெண்கள் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. கீழ்காணும் முறையைப் பயன்படுத்தி எளிய அலைவெண்களைக் காணலாம்.

பிரிவு இடைவெளி	கீழ் இனக் குவிவு அலைவெண்	எளிய அலைவெண்
15-20	3	3
20-25	10	10 – 3 = 7
25-30	25	25 – 10 = 15
30-35	46	46 – 25 = 21
35-40	58	58 – 46 = 12
40-45	64	64 – 58 = 6

மேலினக் குவிவு அலைவெண்களை எளிய அலைவெண்களாக மாற்ற கீழ்காணும் முறையைப் பயன்படுத்தலாம்.

பிரிவு இடைவெளி	மேலினக் குவிவு அலைவெண்	எளிய அலைவெண்
15-20	64	64 – 61 = 3
20-25	61	61 – 54 = 7
25-30	54	54 –39 = 15
30-35	39	39 – 18 = 21
35-40	18	18 – 6 = 12
40-45	6	6 – 0 = 6

4.9 குவிவு சதவீத அலைவெண் அட்டவணை:

குவிவு அலைவெண்களுக்கு பதிலாக குவிவு சதவீதங்கள் கொடுக்கப்பட்டிருப்பின் அது 'குவிவு சதவீத அலைவெண் பரவல்' எனப்படும். அலைவெண்களை சதவீதமாக மாற்றிய பிறகு குவிவு படுத்துவதன் மூலம் அல்லது கொடுக்கப்பட்ட குவிவு அலைவெண்களை சதவீதமாக மாற்றுவதன் மூலம் இந்த அட்டவணையைத் தயாரிக்கலாம்.

எடுத்துக்காட்டு: 4

வருமானம்	குடும்பங்களின் எண்ணிக்கை	குவிவு அலைவெண்	குவிவு சதவீத அலைவெண்
2000-4000	8	8	5.7
4000-6000	15	23	16.4
6000-8000	27	50	35.7
8000-10000	44	94	67.1
10000-12000	31	125	89.3
12000-14000	12	137	97.9
14000-20000	3	140	100.0
மொத்தம்	140		

4.10 இருமாறி அலைவெண் பரவல்:

முந்தைய பிரிவில் அலைவெண் பரவல்களில் ஒற்றை மாறியைப் பயன்படுத்துவதைப் பற்றி விளக்கப்பட்டிருந்தது. அத்தகைய அலைவெண் பரவல் ஒற்றைமாறி அலைவெண் பரவல் என்று கூறப்படும். சில சமயங்களில் இரு மாறிகளைப் பயன்படுத்தி விவரங்களைச் சேகரிக்கும் தேவை ஏற்படுகிறது.

எடுத்துக்காட்டாக, தனி நபர் தொகுதிகளின் எடை மற்றும் உயரம், வரவு மற்றும் செலவு, கணவன் மற்றும் மனைவி வயது போன்ற விவரங்களைப் பிரிவுபடுத்த இது பயன்படுகிறது.

ஒரே சமயத்தில் இரு மாறிகளையும் பல பிரிவுகளையும் பிரித்து அமைக்கும் பரவலுக்கு இருமாறி அலைவெண் பரவல் என்று பெயர். இப்பரவலைக் கொண்டு அட்டவணை அமைத்தலே இருமாறி அலைவெண் அட்டவணை ஆகும். இருமாறி அலைவெண் பரவலில் ஒவ்வொரு மாறியும் பல பிரிவுகளாகப் பிரிக்கப் படுகிறது. இரு மாறிகளுக்கும் ஒரே மாதிரியான மற்றும் ஒரே அளவான பிரிவுகள் தேவையில்லை.

இரு மாறி புள்ளி விவரங்களில் X- எனப்படும் ஒரு மாறியை 'm' பிரிவுகளாகவும், y என்ற அடுத்த மாறியை 'n' பிரிவுகளாகவும் தொகுக்கலாம். இரு மாறி அட்டவணை $m \times n$ கூறுகளாக இருக்கும். வேறுபட்ட மதிப்புகளுக்கான (x,y) ஒப்புக்குறிகளை இட்டு ஒவ்வொரு

கூறுக்கும் உள்ள அலைவெண்ணைக் காணலாம். இரு மாறி அலைவெண் அட்டவணையின் தோற்ற மாதிரி கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.

இரு மாறி அலைவெண் அட்டவணையின் மாதிரி வடிவம்

X வரிசை / Y வரிசை		பிரிவு மதிப்புகள் நடு மதிப்புகள்	**Y-ன் மார்ஜினல் அலைவெண**
பிரிவு இடைவெளிகள்	**நடுமதிப்புகள்**	f(x,y)	f_y
X-ன் மார்ஜினல் அலைவெண்		$\mathbf{f_x}$	**மொத்தம்** $\Sigma f_x = \Sigma f_y = N$

இங்கு f(x,y) என்பது (x,y) என்ற சோடியின் அலைவெண் ஆகும். அலைவெண் பரவலில் உள்ள X என்ற மாறியின் மொத்த அலைவெண்கள் (fx) என்பது X - என்ற மாறியின் விளிம்பு அலைவெண் பரவல் ஆகும். அதே போல் அலைவெண் பரவலில் உள்ள Y என்ற மாறியின் மொத்த அலைவெண்கள் (fy) என்பது y என்ற மாறியின் விளிம்பு அலைவெண் பரவல் ஆகும். விளிம்பு அலைவெண்களின் கூடுதல் மொத்த கூடுதல் (N) ஆகும்.

எடுத்துக்காட்டு 5:

20 நபர்களின் உயரம் மற்றும் எடை கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. உயரத்திற்கான இடைவெளிகள் 62-64, 64-66 ... மற்றும் எடைக்கான இடைவெளிகள் 115-125, 125-135 .... எனக் கொண்டு ஒரு இரு மாறி அலைவெண் அட்டவணை தயார் செய்க. மற்றும் X,Y ன் விளிம்பு பரவலைக் காண்க.

வரிசை எண்	உயரம்	எடை	வரிசை எண்	உயரம்	எடை
1	70	170	11	70	163
2	65	135	12	67	139
3	65	136	13	63	122
4	64	137	14	68	134
5	69	148	15	67	140
6	63	121	16	69	132
7	65	117	17	65	120
8	70	128	18	68	148
9	71	143	19	67	129
10	62	129	20	67	152

தீர்வு:

நபர்களின் உயரம் மற்றும் எடைகளின் இருமாறி அலைவெண் அட்டவணை.

உயரம் (X) / எடை (Y)	62-64	64-66	66-68	68-70	70-72	மொத்தம்
115-125	II (2)	II (2)				4
125-135	I (1)		I (1)	II (2)	I (1)	5
135-145		III (3)	II (2)		I (1)	6
145-155			I (1)	II (2)		3
155-165					I (1)	1
165-175					I (1)	1
மொத்தம்	3	5	4	4	4	20

X-இன் மற்றும் Y- இன் விளிம்பு பரவல் பின்வரும் அட்டவணையில் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.

(X) இன் விளிம்பு பரவல் உயரம்		(Y) இன் விளிம்பு பரவல் எடை	
பிரிவு இடைவெளி	அலைவெண்	பிரிவு இடைவெளி	அலைவெண்
62-64	3	115-125	4
64-66	5	125-135	5
66-68	4	135-145	6
68-70	4	145-155	3
70-72	4	155-165	1
மொத்தம்	20	165-175	1
		மொத்தம்	20

பயிற்சி - 4

I. சரியான விடையைத் தேர்ந்தெடுத்து எழுதுக:

1. தவிர்த்துக் கணக்கிடும் பிரிவு இடைவெளியில்
   - (அ) மேல் பிரிவு எல்லை உள்ளடங்காது
   - (ஆ) கீழ் பிரிவு எல்லை உள்ளடங்காது.
   - (இ) கீழ், மேல் பிரிவு எல்லைகள் உள்ளடங்காது
   - (ஈ) இதில் ஒன்றும் இல்லை.
2. ஒரு பிரிவின் கீழ், மேல் எல்லை முறையே 10,40 எனில், அதன் மைய மதிப்பு

   (அ) 15.0 (ஆ) 12.5 (இ) 25.0 (ஈ) 30.0
3. 30-39, 40-49, 50-59 என்ற பிரிவு இடைவெளிகளின் வகை
   - (அ) சேர்த்துக் கணக்கிடும் முறை
   - (ஆ) தவிர்த்துக் கணக்கிடும் முறை
   - (இ) திறந்த பிரிவுகள்
   - (ஈ) இதில் ஒன்றும் இல்லை.
4.

10-19	20-29	30-39	40-49	50-59

என்ற தொடர்ச்சியான தொகுக்கப்பட்ட விவரங்களின் பிரிவு இடைவெளி

(அ) 9 (ஆ) 10 (இ) 4.5 (ஈ) 14.5

5. செப்பனிடா விவரங்கள் என்பது
   - (அ) முதல் நிலை விவரம் (ஆ) இரண்டாம் நிலை விவரம்
   - (இ) ஆய்விற்காக சேகரிக்கப்பட்ட விவரங்கள்
   - (ஈ) நன்கு சேகரிக்கப்பட்ட விவரங்கள்

II. கோடிட்ட இடத்தை நிரப்புக:

6. பிரிவுகளின் எண்ணிக்கையைக் காண உதவும் H.A.ஸ்டர்ஜஸ் வாய்ப்பாடு ________.
7. ஒரு பிரிவு இடைவெளியின் மைய மதிப்பு 20 ஆகவும், இரண்டு அடுத்தடுத்த மைய மதிப்புகளின் வேறுபாடு 10 ஆகவும் இருந்தால் அப்பிரிவு எல்லைகள் ________, ________ ஆக இருக்கும்.
8. பிரிவின் மேல் எல்லை, கீழ் எல்லையின் வேறுபாட்டிற்கு ________ என்று பெயர்.
9. பிரிவின் மேல் எல்லை, கீழ் எல்லையின் சராசரிக்கு ________ என்று பெயர்.

10. குறிப்பிட்ட பிரிவு இடைவெளியில் விழும் எண்ணிக்கையே அப்பிரிவின் ________ எனப்படும்.

III. பின்வரும் வினாக்களுக்கு விடையளிக்க:

11. அலைவெண்பரவல் என்றால் என்ன?
12. வரிசை என்றால் என்ன?
13. தொடர்ச்சியற்ற, தொடர்ச்சியான அலைவெண் பரவல் என்றால் என்ன?
14. சரியான உதாரணங்களைக் கொண்டு வேறுபடுத்துக.
    - i) தொடர்ச்சியான மற்றும் தொடர்ச்சியற்ற அலைவெண்.
    - ii) தவிர்த்துக் கணக்கிடும் முறை மற்றும் சேர்த்துக் கணக்கிடும் முறை பிரிவு இடைவெளி.
    - iii) குறைந்த நிலை மற்றும் உயர்ந்த நிலை அலைவெண் அட்டவணை
    - iv) எளிய மற்றும் இருமாறி அலைவெண் அட்டவணை.
15. 50 குடும்பங்களில் உள்ள குழந்தைகளின் எண்ணிக்கைப் பற்றிய விவரம் பின்வருமாறு உள்ளது. இவற்றைக் கொண்டு ஒரு தொடர்ச்சியற்ற அலைவெண் அட்டவணை தயார் செய்க.

4	2	0	2	3	2	2	1	0	2
3	5	1	1	4	2	1	3	4	2
6	1	2	2	2	1	3	4	1	0
1	3	4	1	0	1	2	2	2	5
2	4	3	0	1	3	6	1	0	1

16. ஆய்வில், குறிப்பிட்ட மாதத்தில் 64 குடும்பங்கள் வாங்கிய பாலின் அளவு (லிட்டரில்) கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. இவற்றைக் கொண்டு 5-9, 10-14... என்ற பிரிவு இடைவெளிகளில் ஒரு தொடர்ச்சியான அலை எண் பரவலை தயார் செய்க.

19	16	22	9	22	12	39	19
14	23	6	24	16	18	7	17
20	25	28	18	10	24	20	21
10	7	18	28	24	20	14	23
25	34	22	5	33	23	26	29
13	36	11	26	11	37	30	13
8	15	22	21	32	21	31	17
16	23	12	9	15	27	17	21

17. X,Y என்ற இரு மாறிகளின் 25 மதிப்புகள் கீழ்கண்டவாறு கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. இந்த இரு மாறிகளின் உறவைக் காட்டும் ஒரு இருமாறி அலைவெண் அட்டவணை தயார் செய்க. இதில் X-ன் பிரிவு இடைவெளிகள் 10-20, 20-30 ... ஆகவும், Yன் பிரிவு இடைவெளி 100-200, 200-300 ... ஆகவும் எடுத்துக் கொள்க.

X	Y	X	Y	X	Y
12	140	36	315	57	416
24	256	27	440	44	380
33	360	57	390	48	492
22	470	21	590	48	370
44	470	51	250	52	312
37	380	27	550	41	330
29	280	42	360	69	590
55	420	43	570		
48	390	52	290		

18. 20 கணவன், மனைவிகளின் வயது கீழ்கண்டவாறு கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. பிரிவு இடைவெளிகள் 20-25, 25-30 ... ஆகவும், கணவன், மனைவி வயதைப் பொருத்தும் ஒரு இருமாறி அலைவெண் அட்டவணை தயார் செய்க.

கணவனின் வயது	மனைவியின் வயது
28	23
37	30
42	40
25	26
29	25
47	41
37	35
35	25
23	21
41	38

கணவனின் வயது	மனைவியின் வயது
27	24
39	34
23	20
33	31
36	29
32	35
22	23
29	29
38	34
48	47

IV. செய்து பார்க்க:

19. வகுப்பில் உள்ள மாணவர்களின் மதிப்பெண் பட்டியலைக் கொண்டு குறைந்த நிலை மற்றும் உயர்ந்த நிலை குவிவு அலைவெண் அட்டவணை தயார் செய்க.

விடைகள்:

I. 1.(அ) 2. (இ) 3. (அ) 4. (ஆ) 5. (அ)

II. 6. $k = 1 + 3.322 \log_{10} N$ 7. 15 , 25

8. பிரிவின் அளவு அல்லது பருமன் 9. மைய மதிப்பு 10. அலைவெண்.

5. விளக்கப் படங்களும் வரைபடங்களும்

5.1 அறிமுகம்:

முந்தைய பாடத்தில் நாம் பார்த்த வகுப்பாக்கமும், பட்டியல் அமைத்தலும், சேகரிக்கப்பட்ட புள்ளி விவரங்களை ஒழுங்கு முறையில் சுருக்கமாக அளிப்பதற்கு உதவி செய்கின்றன. எனினும் இம்முறை சராசரி மனிதனுக்கு ஆர்வத்தை ஏற்படுத்தாது.

விளக்கப் படங்கள் மூலமாக புள்ளியியல் முடிவுகளை அளித்தல் என்பது திருப்திகரமாக ஏற்றுக் கொள்ளப்பட்ட வழிமுறைகளுள் ஒன்று. ஒரு விவரத்தை ஆயிரம் வார்த்தைகளால் விளக்குவதை விட ஒரு விளக்கப்படம் மூலம் மிக நன்றாக உணர்த்த முடியும். மேலும் எண்ணறிவு இல்லாத பாமர மனிதனால் கூட விளக்கப்படங்களைப் புரிந்து கொள்ள முடியும். இதற்கு ஆதாரமாக செய்தித் தாள்கள், மாத இதழ்கள், விளம்பரங்கள் ஆகியவற்றைக் கூறலாம். புள்ளி விவரங்களை அளிப்பதில் அடிக்கடி பயன்படுத்தப்படும் சில முக்கிய விளக்கப் படங்கள் மற்றும் வரைபடங்களை விளக்கமாக எடுத்துரைப்பதில் இந்த அத்தியாயத்தில் முயற்சி மேற்கொள்ளப் பட்டுள்ளது.

5.2 விளக்கப் படங்கள்:

புள்ளி விவரங்களைப் பற்றிய முக்கியமான தன்மைகளையும் பல்வேறு புள்ளி விவரத் தொடர்களுக்கிடையேயுள்ள தொடர்புகளையும் படம் பிடித்துக் காட்டுகிறது. எளிதில் சேகரிக்கப்பட்ட விவரங்களின் அடிப்படையில் விளக்கப்படங்கள் வரையும் போது அது சுலபமாக எல்லோராலும் புரிந்து கொள்ளப் படுகிறது. நேரத்தையும் உழைப்பையும் மிச்சப் படுத்தி புள்ளி விவரங்களை நுட்பமாக ஆயத்த நிலையில் தருகிறது.

5.3 விளக்கப்படங்கள் மற்றும் வரைபடங்களின் சிறப்புத் தன்மைகள்:

கீழ்க்கண்ட காரணங்களால் விளக்கப் படங்கள் மற்றும் வரைபடங்கள் மிக அதிக அளவில் பயன்படுத்தப் படுகின்றன.

1. அவைமனதைக் கவர்வதாகவும் ஆழமாகப் பதிய வைப்பதாகவும் உள்ளன.
2. விவரங்களை எளிமையாகவும் நுட்பமாகவும் அளிக்கின்றன.
3. ஒன்றுக்கு மேற்பட்ட புள்ளி விவரங்களை ஒப்பிடுவதற்கு பயன்படுத்தப் படுகின்றன.
4. நேரத்தையும், வேலையையும் குறைக்கின்றன.
5. உலகளாவிய பயன்பாடு உடையதாக உள்ளது.
6. கூடுதல் செய்தியைத் தருகின்றன.
7. சிறந்த முறையில் நினைவில் நிறுத்துவதற்கு உதவுகின்றன.

5.4 விளக்கப்படங்கள் வரைவதற்கான சில பொது விதிகள்:

படங்கள் வரைவது என்பது ஒரு கலை. அது பழக்கத்தின் மூலமே வரக் கூடியது. எனினும் சில பொது வழிமுறைகளைப் பின்பற்றினால் மிக அழகாகவும் தெளிவாகவும் வரைய இயலும்.

விளக்கப் படங்கள் வரையும் போது கீழ்க்கண்ட விதிகளைப் பின்பற்றினால் புள்ளியியல் விவரங்களை வரைபடமாக அளிப்பதற்கு பயனுள்ளதாக அமையும்.

1. ஒரு விளக்கப்படம் என்பது தெளிவாகவும் கண்ணைக் கவரும் முறையிலும் வரையப்பட வேண்டும்.
2. விளக்கப்படங்களில் உள்ள வடிவியல் உருவங்களின் அளவீடுகள் சரியான விகிதாச்சாரத்தில் அமைய வேண்டும்.
3. நாம் வரைவதற்கு எடுத்துக் கொள்ளும் தாளின் அளவிற்கு ஏற்றதாக விளக்கப் படங்கள் அமைய வேண்டும்.
4. ஒவ்வொரு படத்திலும் கட்டாயமாக பொருத்தமான, ஆனால் சிறிய தலைப்பு இருக்க வேண்டும்.
5. விளக்கப்படத்தின் அளவுத் திட்டம் குறிப்பிடப்படல் வேண்டும்.
6. இவை வரைபடக் கருவிகளைப் பயன்படுத்தி சரியாகவும் தெளிவாகவும் வரையப்பட வேண்டும்.
7. படிப்போர் எளிதில் புரிந்து கொள்ளும் அளவிற்கு குறிப்புகள் கொடுக்கப்பட வேண்டும்.
8. அடிக்குறிப்பு படத்தின் அடியில் குறிப்பிடப்பட வேண்டும்.
9. பணத்தையும், உழைப்பையும் சிக்கனப் படுத்தும் முறையில் விளக்கப் படங்கள் வரையப்பட வேண்டும்.

5.5 விளக்கப் படங்களின் வகைகள்:

நடைமுறையில், பல்வேறு விளக்கப் படங்கள் புதிது, புதிதாக பயன்படுத்தப் படுவது, கூடிக் கொண்டே வருகிறது. வசதிக்காகவும், எளிமைப் படுத்துவதற்காகவும் அவை கீழ்க்கண்ட தலைப்புகளில் பிரிக்கப் படுகின்றன.

அவையாவன

i) ஒரு பரிமான விளக்கப் படங்கள்.
ii) இரு பரிமான விளக்கப் படங்கள்.
iii) முப்பரிமான விளக்கப் படங்கள்.
iv) உருவ விளக்கப் படங்கள், மற்றும் புள்ளி விவர வரை படங்கள். (Cartograms)

5.5.1 ஒரு பரிமான விளக்கப் படங்கள்

இம்மாதிரியான படங்களில் ஒரு பரிமாண அளவு, அதாவது அகலம் கருதப்படாமல் உயரம (நீளம்) மட்டும் கருதப் படுகிறது. பொதுவாக இப்படங்கள் கோடுகளாகவோ அல்லது பட்டைகளாகவோ இருக்கலாம். மேலும், இவை கீழ்க்கண்டவாறு வகைப்படுத்தப் படுகின்றன.

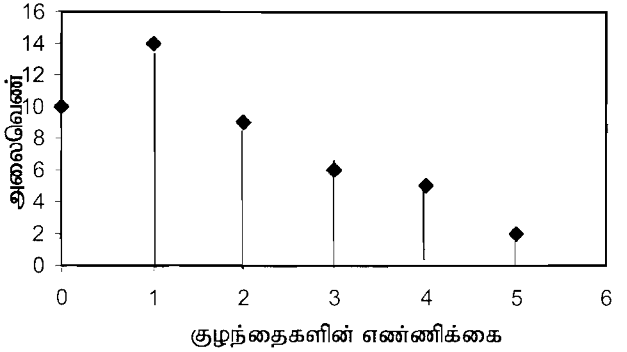
i) கோட்டு விளக்கப் படம்.
ii) சாதாரண பட்டை விளக்கப்படம்.
iii) பல் அங்கப் பட்டை விளக்கப்படம்.
iv) கூறு பட்டை விளக்கப்படம் (பகுதி பட்டை).
v) சதவீத பட்டை விளக்கப் படம்.

i) கோட்டு விளக்கப் படம்: மதிப்பளவுகளில் அதிகம் வேறுபடாத பல உருப்படிகள் கொடுக்கப் படும்பொழுது அவற்றை விளக்க இப்படங்கள் உபயோகப் படுத்தப் படுகின்றன. ஒவ்வொரு உருப்படிகளின் அளவிற் கேற்றவாறு நிலைக் குத்துக் கோடுகள் வரைந்து இப்படங்கள் வரையப்பட வேண்டும். கோடுகளுக்கிடைப்பட்ட இடைவெளி ஒரே சீராக அமைய வேண்டும். கோட்டு விளக்கப் படங்கள், ஒன்றோடு ஒன்று ஒப்பிடுதலுக்கு எளிமையாக இருப்பினும், அவை குறைந்த ஈர்ப்பு தன்மை கொண்டவை.

எடுத்துக்காட்டு 1:
கீழ்க்கண்ட விவரத்தை கோட்டு விளக்கப்படம் மூலம் குறிப்பிடுக.

குழந்தைகளின் எண்ணிக்கை	0	1	2	3	4	5
அலைவெண்	10	14	9	6	4	2

கோட்டு விளக்கப்படம்



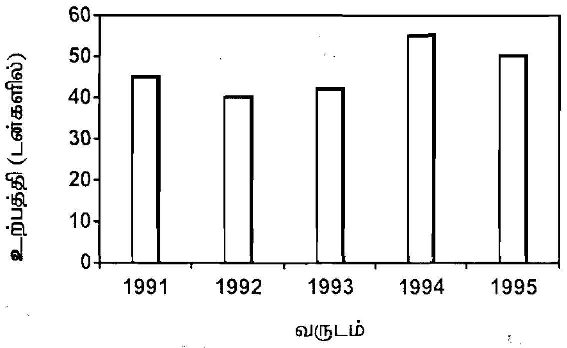
ii) சாதாரண பட்டை விளக்கப்படம்: சாதாரண பட்டை விளக்கப் படங்கள், கிடையாகவோ அல்லது நிலைக்குத்தாகவோ வரையப்படுகின்றன. பட்டைகள் ஒரே சீரான அகலத்திலும் அவற்றிற்கு இடைப்பட்ட இடைவெளிகள் சமமாகவும் அமைய வேண்டும். சாதாரண பட்டை விளக்கப்படங்கள் வரையப்படும்பொழுது, அத்தொடரில் உள்ள மிகப்பெரிய அளவிற்கு ஏற்றவாறு அளவுத்திட்டம் தேர்ந்தெடுக்கப்பட வேண்டும். அவை கவன ஈர்ப்புடன் அமைய பட்டைகள் வண்ணங்கள்

தீட்டப்பட வேண்டும். வணிகம் மற்றும் பொருளாதாரத் துறையில் இவ்வகைப் பட்டை விளக்கப்படங்கள் பயன்படுத்தப்படுகின்றன. இப்படங்கள் மூலம் விவரங்களின் ஒரு வகையையோ அல்லது ஒரு பிரிவையோ மட்டும் தான் விளக்க முடியும் என்பது இதன் குறைபாடாகும். எடுத்துக்காட்டாக, கடந்த ஐம்பதாண்டுகளில் பத்தாண்டுகளுக்கு ஒரு முறை எடுக்கப்படும் மக்கள் தொகை கணக்கெடுப்பை இவ்வகைப் படங்கள் மூலம் விளக்கும் பொழுது, ஒருவரால் மொத்த மக்கட் தொகையை மட்டும் குறிக்க இயலுமேயன்றி, பாலின வாரியாக அலைவெண் பரவலை விளக்க இயலாது.

எடுத்துக்காட்டு 2:
கீழ்க்கண்ட விவரங்களை எளிய பட்டை விளக்கப் படத்தின் மூலம் குறிக்கவும்.

வருடம்	உற்பத்தி (டன்களில்)
1991	45
1992	40
1993	42
1994	55
1995	50

சாதாரண பட்டை விளக்கப்படம்



பல் அங்கப் பட்டை விளக்கப் படம்: (Multiple-Bar Diagram)
ஒன்றுக்கொன்று தொடர்புடைய இரண்டு அல்லது இரண்டிற்கு மேற்பட்ட புள்ளி விவரங்களை ஒப்பிடுவதற்கு இவ்வகை விளக்கப்படங்கள்

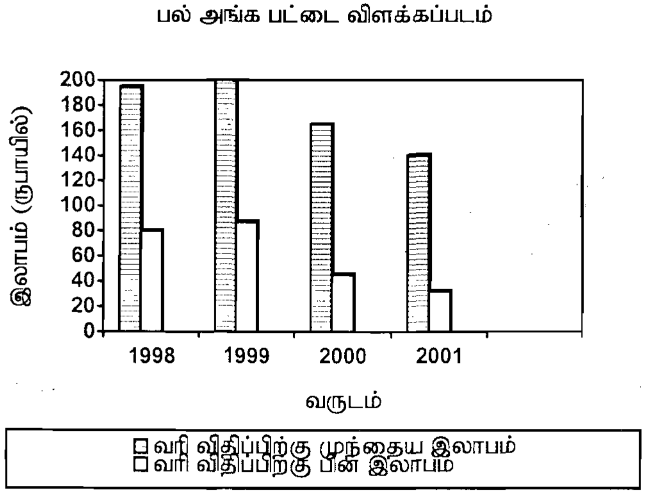
பயன்படுத்தப் படுகின்றன. ஒப்பிடுவதற்காக புள்ளி விவர மதிப்புகள் அடுத்தடுத்து வரையப்படும் பட்டைகள் மூலம் குறிக்கப் படுகின்றன.

வெவ்வேறு பட்டைகளுக்கு வெவ்வேறு வண்ணங்கள் தீட்டியோ அல்லது குறுக்குக் கோடுகள் மூலமாகவோ அல்லது புள்ளிகள் மூலமாகவோ அவற்றை வேறுபடுத்திக் காட்டலாம். இவற்றைப் பற்றிய குறிப்புகள் தயாரிக்கப் பட வேண்டும்.

எடுத்துக்காட்டு 3:
கீழ்க்கண்ட விவரங்களுக்கு பல் அங்கப்பட்டை விளக்கப்படம் வரைக.

வருடம்	வரிவிதிப்பிற்கு முந்தைய இலாபம்	வரி விதிப்பிற்கு பின் இலாபம்
1998	195	80
1999	200	87
2000	165	45
2001	140	32

தீர்வு:



கூறுபட்டை விளக்கப் படம்:

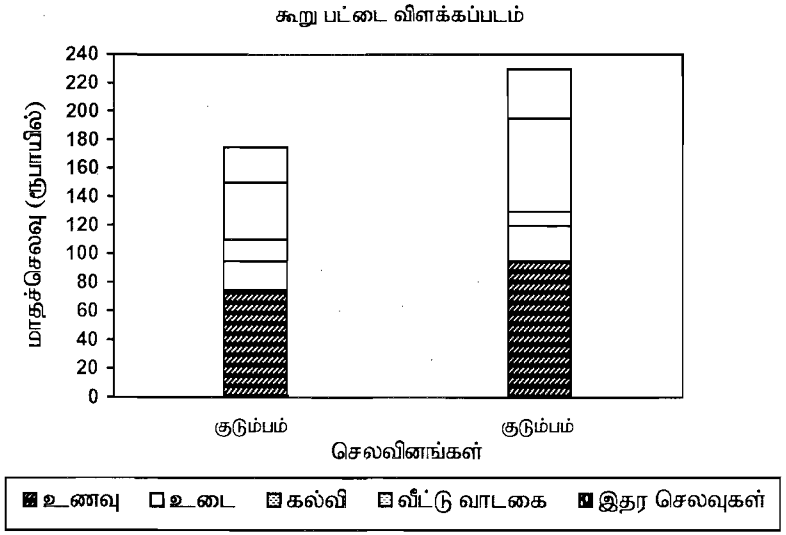
கூறுபட்டை விளக்கப் படத்தில், கொடுக்கப்பட்ட விவரத்திலுள்ள மதிப்புகளின் விகிதத்திற்கிணங்க, ஒவ்வொரு பட்டையும் பல கூறுகளாக பிரிக்கப்படுகிறது. மேலும், முழுப் பகுதியும் முழுப் பட்டையால் குறிக்கப்படுகிறது. இவ்வகை விளக்கப்படங்கள் பகுதிப் பட்டை விளக்க படங்கள் எனவும் அழைக்கப் படுகின்றன. இவ்வாறு பிரிக்கப்பட்ட கூறுகள் பல வண்ணங்களால் அல்லது குறுக்குக் கோடுகளால், அல்லது புள்ளிகளால் வேறுபடுத்தி காட்டப் படுகின்றன.

இவ்வகைப் படங்களின் முக்கிய குறைபாடு என்னவெனில், வெவ்வேறு பட்டைகளும் பொதுவான அடிக்கோட்டின் மீது வரையப் படாததால், புள்ளி விவரங்களின் வெவ்வேறு பிரிவுகளை ஒப்பிட இயலாது.

எடுத்துக்காட்டு 4:
கீழ்க்கண்ட விவரங்களுக்கு கூறு பட்டை விளக்கப்படம் வரைக.

செலவினங்கள்	மாதச் செலவு (ரூபாயில்)	
	குடும்பம் A	குடும்பம் B
உணவு	75	95
உடை	20	25
கல்வி	15	10
வீட்டு வாடகை	40	65
இதர செலவுகள்	25	35

தீர்வு:



சதவீதப் பட்டை விளக்கப் படம்: இது கூறு பட்டை விளக்கப்படத்தின் மற்றொரு வடிவம். இங்கு புள்ளி விவரத்தின் வெவ்வேறு கூறுகள் மொத்த மதிப்பின் சதவீதமாக மாற்றப்பட்டு சதவீதப் பட்டை விளக்கப்படம் வரையப் படுகிறது.

கூறு பட்டை விளக்கப் படங்களுக்கும், சதவீதப் பட்டை விளக்கப் படங்களுக்கும் உள்ள முக்கிய வேறுபாடு என்னவெனில், முதலாவதில் விவரங்களே வெவ்வேறானவையாக இருப்பதால், பட்டைகள் வெவ்வேறு

உயரங்களைப் பெற்றிருக்கும். பின்னதில் எல்லா விவரங்களும் நூற்றுமானத்திற்கு மாற்றப்படுவதால், பட்டைகள் சம உயரத்தைப் பெற்றிருக்கும்.

எடுத்துக்காட்டு 5:

கீழே கொடுக்கப்பட்ட விவரங்களை சதவீதப் பட்டை விளக்கப் படத்தில் குறிக்கவும்.

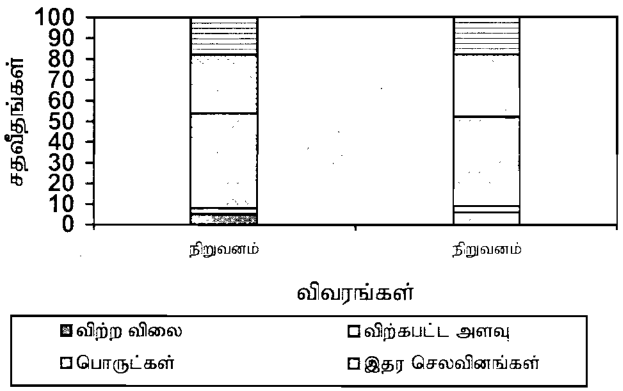
இனங்கள்	நிறுவனம் X	நிறுவனம் Y
விற்ற விலை	400	650
விற்கப்பட்ட அளவு	240	365
ஊதிய அளவு	3500	5000
பொருட்கள்	2100	3500
இதர செலவினங்கள்	1400	2100

தீர்வு:

கொடுக்கப்பட்ட மதிப்புகளை கீழ்க் கண்டவாறு சதவீதமாக மாற்றுக.

இனங்கள்	நிறுவனம் X		நிறுவனம் Y	
	Rs.	%	Rs.	%
விற்ற விலை	400	5	650	6
விற்கப்பட்ட அளவு	240	3	365	3
ஊதிய அளவு	3500	46	5000	43
பொருட்கள்	2100	28	3500	30
இதர செலவினங்கள்	1400	18	2100	18
மொத்தம்	7640	100	11615	100

சதவீதபட்டை விளக்கப்படம்



5.5.2 இருபரிமான விளக்கப் படங்கள்:

ஒரு பரிமாணப் படங்களில் நீளம் மட்டும் கணக்கில் எடுத்துக் கொள்ளப்பட்டது. ஆனால் இரு பரிமான விளக்கப்படங்களில் விவரங்களின் பரப்பு குறிப்பிடப் படுவதால் நீளம், அகலம் இரண்டுமே எடுத்துக்கொள்ளப்படுகிறது. இம்மாதிரியான படங்கள் பரப்பளவு விளக்கப்படங்கள் எனவும் அழைக்கப் படுகின்றன. இவையாவன.

1. செவ்வகங்கள் 2. சதுரங்கள் 3. வட்ட விளக்கப் படங்கள்.

செவ்வக விளக்கப்படம்:

இரண்டு அல்லது அதற்கு மேற்பட்ட மதிப்புகளின் எண்சார் தொடர்புகளைக் காட்டுவதற்கு செவ்வக விளக்கப் படங்கள் பயன்படுகின்றன. மதிப்புகளின் விகிதாச்சாரத்திற்கேற்ப, செவ்வகங்களின் பரப்பளவுகள் அமையும். விவரங்களை ஒப்பிடுவதற்காக செவ்வகங்கள் அடுத்தடுத்ததாக வரையப் படுகின்றன.

இரு தொகுதியின் விவரங்களை செவ்வகங்களில் குறிப்பிட கீழ்க்கணட இரு முறைகளில் எதை வேண்டுமானாலும் பயன்படுத்தலாம். கொடுக்கப்பட்ட விவரங்களை, கொடுக்கப் பட்டவாறோ அல்லது சதவீதங்களாக மாற்றியோ மொத்த நீளத்தை வெவ்வேறு பகுதிகளாகப் பிரித்து குறிப்பிடலாம். பகுதிகளாகப் பிரிக்கப்பட்ட செவ்வகங்களை விட, சதவீதங்களாகப் பிரிக்கப்பட்டவையே மிகவும் பழக்கத்தில் உள்ளது. ஏனெனில் சதவீதங்களடிப்படையில் உள்ளவற்றில் தான் ஒப்பிடுவது எளிது.

எடுத்துக்காட்டு 6:

கீழ்க்கண்ட விவரங்களை சதவீத செவ்வக விளக்கப் படங்களாகக் குறிக்கவும்.

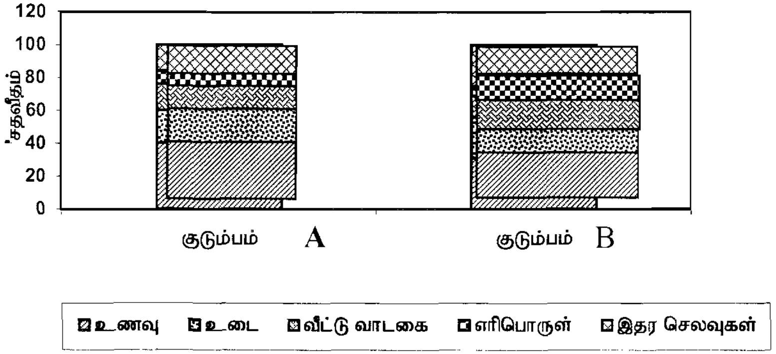
செலவினங்கள்	குடும்பம் A (வருமானம் ரூ.5000)	குடும்பம் B (வருமானம் ரூ.8000)
உணவு	2000	2500
உடை	1000	2000
வீட்டு வாடகை	800	1000
எரிபொருள், மின் செலவு	400	500
இதர செலவுகள்	800	2000
மொத்தம்	5000	8000

தீர்வு:

செலவினங்கள் கீழ்க்கண்டவாறு சதவீதங்களாக மாற்றப் படுகின்றன.

செலவினங்கள்	குடும்பம் A		குடும்பம் B	
	ரூ.	Y	ரூ.	Y
உணவு	2000	40	2500	31
உடை	1000	20	2000	25
வீட்டு வாடகை	800	16	1000	13
எரிபொருள், மின் செலவு	400	8	500	6
இதர செலவுகள்	800	16	2000	25
மொத்தம்	5000	100	8000	100

பகுதிகளாக பிரிக்கப்பட்ட சதவீத
செவ்வக விளக்கப் படம்



சதுரங்கள்:

கொடுக்கப்பட்ட மாறிகளின் மதிப்புகள் ஒன்றுக்கொன்று அதிக வித்தியாசத்திலிருந்தால் செவ்வக முறையில் குறிப்பிடுவதை விட சதுரங்களின் மூலம் மாறிகளுக்கிடையேயுள்ள ஒப்புமையை நன்கு காட்ட முடியும். ஏனெனில் சதுரங்கள் வரைவது மிக எளிது. சுதுரங்களின் பக்கங்களை அவை குறிப்பிடுகின்ற மாறிகளின் மதிப்புகளின் வர்க்க மூலங்களுக்கு விகித சமமாக எடுத்துக் கொண்டு சதுரங்கள் வரைவது ஒருவருக்கு எளிது.

எடுத்துக்காட்டு 7:

5 நாடுகளின் அரிசி உற்பத்தி (கிலோ கிராமில்) ஏக்கருக்கு கீழ்க்கண்டவாறு கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.

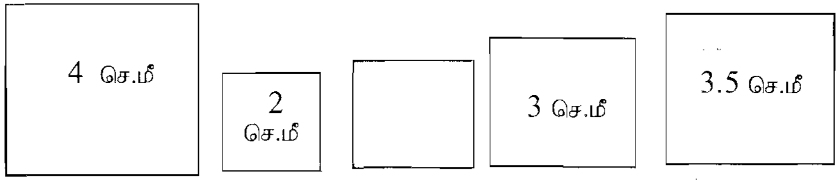
நாடு	U.S.A	ஆஸ்திரேலியா	U.K	கனடா	இந்தியா
அரிசி உற்பத்தி (ஏக்கரில்)	6400	1600	2500	3600	4900

மேற்கண்ட விவரத்திற்கு ஒரு சதுர விளக்கப்படம் வரைக.

தீர்வு:

சதுர விளக்கப்படம் வரைவதற்கான கணக்கீடு, பின் வருமாறு.

நாடுகள்	விளைச்சல்	வர்க்கமூலம்	சதுரத்தின் பக்க அளவு (செ.மீ)
U.S.A	6400	80	4
ஆஸ்திரேலியா	1600	40	2
U.K.	2500	50	2.5
கனடா	3600	60	3
இந்தியா	4900	70	3.5



வட்டவிளக்கப் படம்:

இரு பரிமானப் படங்களை வரைவதில் வட்டவடிவில் வரைவது மற்றொரு முறையாகும். இப்படங்களில் முழுப்பகுதியும், மற்ற கூறுகளும் வட்ட கோணப் பகுதிகளாக பிரித்துக் காட்டப்படுகின்றன. வட்டத்தின் பரப்பளவு: ஆரத்தின் வர்க்கத்தின் விகிதாச்சாரத்தில் உள்ளது.

விவரங்களை ஒப்பிடும்பொழுது, நேரடியான மதிப்புகளை ஒப்பிடாமல், சதவீதங்கள் அடிப்படையில் ஒப்பிட வட்ட வடிவ விளக்கப்படங்கள் பயன்படுத்தப்படுகின்றன.

விளக்கப்படம் வரைவதன் முதல் படியாக பல்வேறு மதிப்புகளும் அவற்றிற்கொத்த வட்ட கோணங்களாக மாற்றப்பட வேண்டும்.

அடுத்தபடியாக, கவராயம் (Compass) பயன்படுத்தி சரியான அளவிற்கு வட்டம் வரைய வேண்டும். கொடுக்கப்பட்ட இடம், மற்ற காரணிகளையும் பொறுத்து வட்டத்தின் ஆரம் தேர்ந்தெடுக்கப் பட வேண்டும்.

மூன்றாவது படியாக கோணமானியைப் பயன்படுத்தி வட்ட கோண அளவைக் குறித்து வட்ட கோண பகுதிகளை வரைய வேண்டும்.

எடுத்தக்காட்டு8:

கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள பல்வேறு நாடுகளின் சர்க்கரை உற்பத்தி விவரங்களுக்கு வட்ட விளக்கப்படம் வரைக.

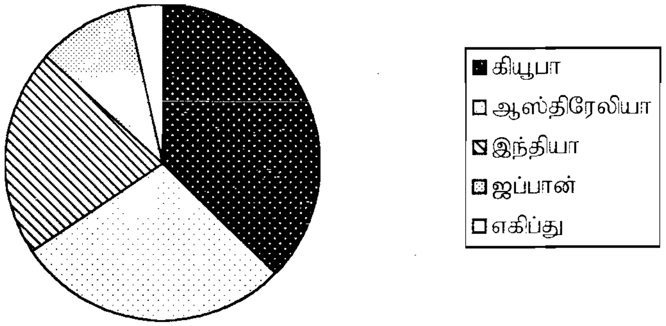
நாடுகள்	சர்க்கரை உற்பத்தி (குவின்டால்கள்)
கியூபா	62
ஆஸ்திரேலியா	47
இந்தியா	35
ஜப்பான்	16
எகிப்து	6

தீர்வு:

கொடுக்கப்பட்ட விவரங்கள் கீழ்க்கண்டவாறு கோணங்களாக மாற்றப்பட வேண்டும்.

நாடுகள்	சர்க்கரை உற்பத்தி (குவின்டால்கள்)	
	குவின்டால்	கோணங்களில்
கியூபா	62	134
ஆஸ்திரேலியா	47	102
இந்தியா	35	76
ஜப்பான்	16	35
எகிப்து	6	13
மொத்தம்	166	360

வட்ட விளக்கப்படம்



5.5.3 முப்பரிமான விளக்கப்படங்கள்:

முப்பரிமான படங்கள் என்பன கனவடிவப் படங்கள் என்றும் அழைக்கப்படுகின்றன. இவற்றில் கனசதுரங்கள், உருளைகள், கோளங்கள் ஆகியவை அடங்கும். இவ்வகைப் படங்களில் நீளம், அகலம், உயரம் என்ற மூன்றும் கணக்கில் எடுத்துக் கொள்ளப் படுகின்றன.

இவை அனைத்திலும் கன சதுரம் அமைப்பதே சுலபமானது. கொடுக்கப்பட்ட விவரங்களின் அளவின் கனசதுரத்தின் விகிதத்திற் கேற்றவாறு கனசதுரத்தின் பக்கம் அமையும். மடக்கை அட்டவணையைப் பயன்படுத்தி எண்களின் கனமூலம் காண இயலும். அம்மடக்கையை மூன்றால் வகுத்து எதிர் மடக்கைக் கண்டுபிடித்தால் அந்த எண்ணின் கன மூலம் கிடைக்கும்.

எடுத்துக்காட்டு 9:

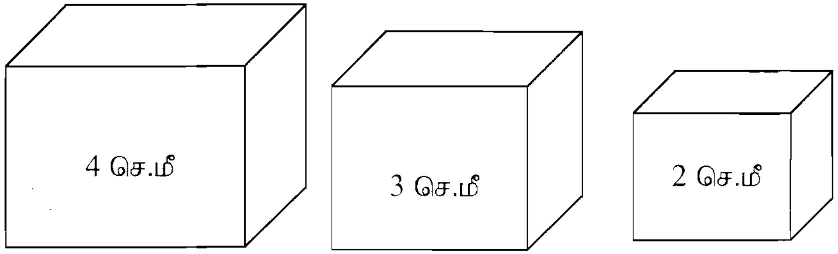
கீழ்க்கண்ட விவரங்களுக்கு கன உருவ விளக்கப் படம் வரைக.

பிரிவுகள்	மாணவர்களின் எண்ணிக்கை
பட்டதாரி	64000
முதுகலை பட்டதாரி	27000
தொழில் வல்லுநர்கள்	8000

தீர்வு:

கன சதுரத்தின் பக்க அளவுகள் கீழ்க்கண்டவாறு காணப் படுகின்றன.

பிரிவுகள்	மாணவர்களின் எண்ணிக்கை	கனமூலம்	கன சதுரத்தின் பக்கம்
பட்டதாரி	64000	40	4 செ.மீ
முதுகலை பட்டதாரி	27000	30	3 செ.மீ
தொழில் வல்லுநர்கள்	8000	20	2 செ.மீ



5.5.4 சித்திர விளக்கப் படம், மற்றும் உருவகப் படங்கள் (Cartograms):

சித்திர விளக்கப்படம் என்பது சில வகை விவரங்களை கோடுகள் மூலமாகவோ, பட்டைகளாகவோ குறிப்பிடாமல், சித்திரங்கள் மூலம் காட்டப்படுவது. சித்திரங்கள் கவன ஈர்ப்பு உடையனவாக இருப்பதால், இம்முறை பாமர மனிதனுக்கும் புள்ளி விவரங்களை தெளிவாக விளக்குகிறது. சித்திரப் படங்களைப் பயன்படுத்தும் பொழுது, விவரங்கள், சித்திர வடிவமாகக் காட்டப்படுவதால், சித்திரங்களை கவனமாகத் தேர்ந்தெடுக்கப் பட வேண்டும்.

உருவகப் படங்கள் (Cartograms) அல்லது புள்ளியியல் வரைபடங்கள் என்பன புவியியல் அடிப்படையிலான விவரங்களின் அளவைக் குறிக்கப் பயன்படுகின்றன. அவை இடம் சார் பரவலைக் குறிக்கப் பயன்படுகிறது. ஒவ்வொரு புவியியல் பகுதியின் வரைபட அளவுகளை, நிழலிட்டுக் காட்டியோ, வண்ணங்கள் தீட்டியோ புள்ளிகள் மூலமாகவோ காட்டலாம்.

5.6 வரைபடங்கள்:

புள்ளி விவரத்தை காட்சி வடிவில் தருவது வரைபடங்கள் ஆகும். எண் விவரங்களை அட்டவணைப் படுத்துதலை விட வரைபடமாகக் காட்டுவது கவன ஈர்ப்பு தன்மை உடையதாகவும், பாமர மனிதனாலும் புள்ளி விவரங்களை புரிந்து கொள்ளக் கூடியதாகவும் அமையும். வரைபடத்தின் உதவியால் இரண்டு அல்லது அதற்கு மேற்பட்ட விவரங்களை ஒப்பிட இயலும். எனினும் நாம் இங்கு வழக்கத்தில் உள்ள சில முக்கிய வரைபடங்களைப் பற்றி மட்டும் பார்க்கலாம்.

1. பரவல் செவ்வவகப் படம்
2. நிகழ்வெண் பல கோண வடிவம்
3. நிகழ்வெண் வளைகோடு
4. வளர் நிகழ் வளைவரைகள் (ஓகைவ்)
5. லாரன்ஸ் வளைவரை.

5.6.1 பரவல் செவ்வகப் படம்:

எடுத்துக் கொண்ட மாறிகளில் ஒவ்வொரு மதிப்பின் நிகழ்விற்குரிய அலைவெண்களை பட்டைவடிவமாக அல்லது வரைப்படமாக பரவல் செவ்வகப் படத்தில் குறிக்கப்படுகிறது. பரவல் செவ்வகப் படத்தில் விவரங்கள் தொடர்ச்சியான செவ்வகங்களாகக் குறிக்கப்படுகின்றன. இங்கு பிரிவு எல்லைகள் X அச்சிலும் அவற்றின் அலைவெண்கள் Y அச்சிலும் குறிக்கப்படுகின்றன. ஒவ்வொரு செவ்வகத்தின் உயரமும் பிரிவின் அலைவெண்ணைக் குறிக்கின்றது. ஒவ்வொரு செவ்வகமும் அடுத்தடுத்த செவ்வகத்துடன் இணைக்கப்பட்டு ஒரு தொடர்ச்சியான படம் கிடைக்கின்றது. இவ்வகை வரைபடங்கள் படிக்கட்டு படங்கள் அல்லது கட்ட விளக்கப் படங்கள் (Stair case or block diagram) என்று அழைக்கப்படுகின்றன.

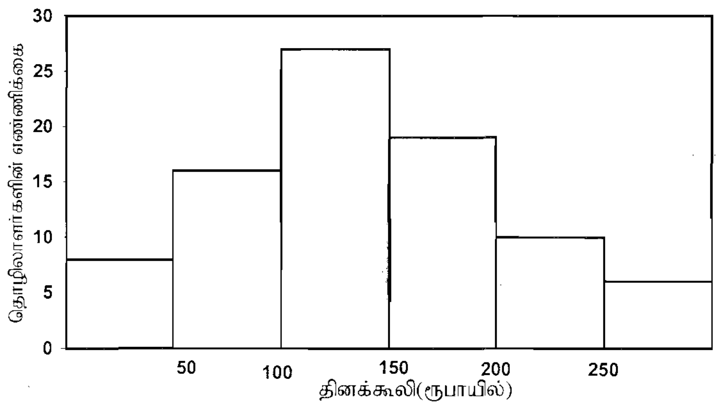
எடுத்துக்காட்டு 10:

கீழே கொடுக்கப்பட்ட விவரங்களுக்கு பரவல் செவ்வகப் படம் வரைக.

தினக்கூலி (ரூபாயில்)	தொழிலாளர்களின் எண்ணிக்கை
0-50	8
50-100	16
100-150	27
150-200	19
200-250	10
250-300	6

தீர்வு:

பரவல் செவ்வகபடம்



எடுத்துக்காட்டு 11:

கீழ்க்கண்ட விவரங்களுக்கு, பரவல் செவ்வகப் படம் வரைக.

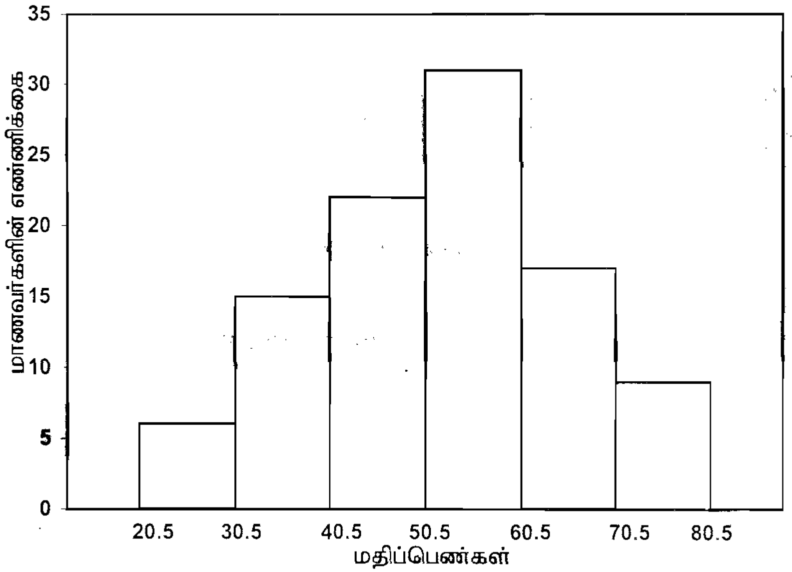
மதிப்பெண்கள்	மாணவர்களின் எண்ணிக்கை
21-30	6
31-40	15
41-50	22
51-60	31
61-70	17
71-80	9

தீர்வு:

பரவல் செவ்வகப் படம் வரைவதற்கு அலைவெண் பரவல் தொடர்ச்சியானதாக அமைய வேண்டும். அவ்வாறில்லையெனில் முதலில் அலைவெண் பரவலை கீழ்க்கண்டவாறு தொடர்ச்சியானதாக மாற்ற வேண்டும்.

மதிப்பெண்கள்	மாணவர்களின் எண்ணிக்கை
20.5-30.5	6
30.5-40.5	15
40.5-50.5	22
50.5-60.5	31
60.5-70.5	17
70.5-80.5	9

பரவல் செவ்வகபடம்



எடுத்துக்காட்டு 12:

கொடுக்கப்பட்ட விவரங்களுக்கு பரவல் செவ்வகப்படம் வரைக.

இலாபம்	நிறுவனங்களின் எண்ணிக்கை
0-10	4
10-20	12
20-30	24
30-50	32
50-80	18
80-90	9
90-100	3

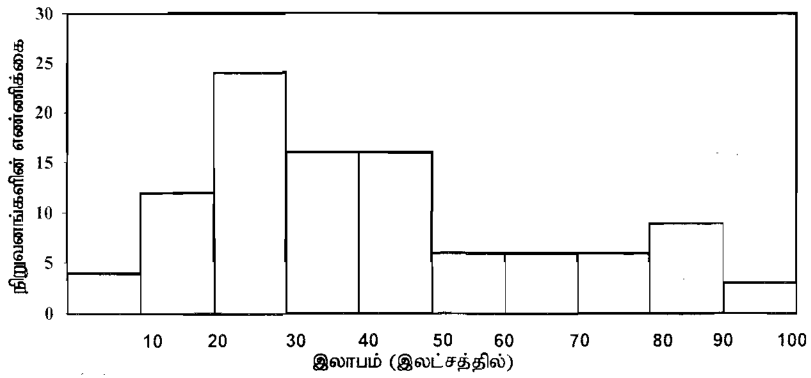
தீர்வு:

பிரிவு இடைவெளி சமமற்று இருப்பின் ஒரு திருத்தம் அவ்விடைவெளிகளில் ஏற்படுத்தி அலைவெண்களை கீழ்க் கண்டவாறு மாற்றி அமைக்க வேண்டும்.

30-50 இடைவெளியின் அகலம் இரு மடங்காக இருப்பதால் அலைவெண் இரண்டால் வகுக்கப்பட வேண்டும். இதே போல் 50-80 இடைவெளி மூன்றால் வகுக்கப்பட வேண்டும். அதன் பிறகு பரவல் செவ்வகப் படம் வரையப்பட வேண்டும்.

இலாபம்	நிறுவனங்களின் எண்ணிக்கை
0-10	4
10-20	12
20-30	24
30-40	16
40-50	16
50-60	6
60-70	6
70-80	6
80-90	9
90-100	3

பரவல் செவ்வகபடம்



5.6.2 நிகழ்வெண் பல கோணம்:

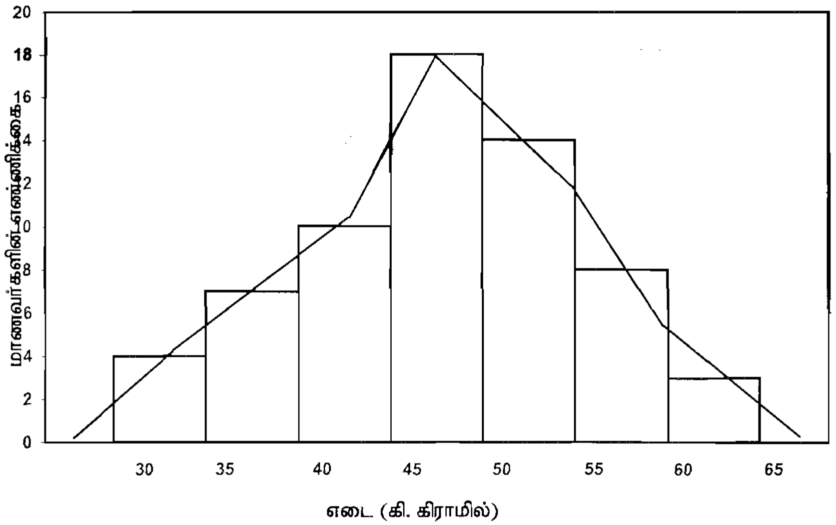
பரவல் செவ்வகப் படத்தில் உள்ள செவ்வகத்தின் மேல் பக்கத்தின் நடுப்புள்ளிகளை நேர்க்கோடுகளால் இணைத்து நிகழ்வெண் பல கோணம் உருவாக்கப் படுகிறது. ஒரு பிரிவில் உள்ள நிகழ்வெண் அந்தப் பிரிவு முழுவதும் ஒரே சீராகப் பரவி உள்ளது என்ற எடுகோளின் அடிப்படையில் இப்பல கோண வடிவம் பெறப்படுகிறது. இந்தப பல கோணத்தின் பரப்பு, பரவல் செவ்வகப் படத்தின் பரப்பிற்கு சமம். ஏனெனில் பல கோணத்திற்கு உட்பட்ட பரப்பு, பலகோணத்திற்கு உட்படாத பரப்பிற்கு சமம்.

எடுத்துக்காட்டு 13:

கீழ்க்கண்ட விவரங்களுக்கு நிகழ்வெண் பல கோணம் வரைக.

எடை (கி,கி)	மாணவர்களின் எண்ணிக்கை
30-35	4
35-40	7
40-45	10
45-50	18
50-55	14
55-60	8
60-65	3

நிகழ்வெண் பலகோணம்



5.6.3 நிகழ்வெண் வளைகோடு:

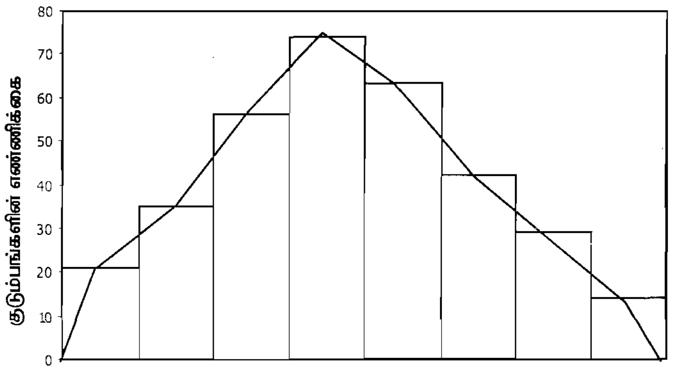
பரவல் செவ்வகத்தின் மேல் பகுதியின் நடுப்புள்ளிகளை தொடர்ச்சியான வளைகோட்டால் இணைக்கும் பொழுது கிடைக்கும் வளைவரை, நிகழ்வெண் வளைவரை எனப் படுகிறது. இவ்வளைவரை அடிக்கோட்டில் ஆரம்பித்து அடிக்கோட்டிலேயே முடிய வேண்டும்.

எடுத்துக்காட்டு 14:

மாதச் சம்பளம் (ரூ)	குடும்பங்களின் எண்ணிக்கை
0-1000	21
1000-2000	35
2000-3000	56
3000-4000	74
4000-5000	63
5000-6000	40
6000-7000	29
7000-8000	14

தீர்வு:

நிகழ்வெண் வளைகோடு



5.6.4 ஓகைவ்:

கண்டறியப்பட்ட விவரங்களில் இருந்து அலைவெண் பரவல் அமைப்பதைப் பற்றிப் பார்த்தோம். சில நிகழ்ச்சிகளில் கொடுக்கப்பட்ட மதிப்பை விட குறைவாக உள்ள நிகழ்வெண்கள் அல்லது அதிகமாக உள்ள நிகழ்வெண்கள் நமக்குத் தேவைப்படுகிறது. இது கொடுக்கப்பட்ட மதிப்பெண்கள் வரை உள்ள நிகழ்வெண்களைக் கூட்டுவதால் பெறப்படும். இவ்வாறு பெறப்படும் வளர் நிகழ்வெண்களை அட்டவணைப் படுத்திக் கிடைப்பது வளர் நிகழ்வெண் அட்டவணை எனப்படும். இவ்வட்டவணைப்படி வளர் நிகழ்வெண்கள் குறிக்கப்பட்டு பெறப்படும் வளைவரை வளர் நிகழ்வெண் வளைவரை அல்லது 'ஓகைவ்' எனப்படும். ஓகைவ் வரைவதற்கு இருமுறைகள் உள்ளன அவையாவன.

i) கீழின வளர் நிகழ்வெண் முறை

ii) மேலின வளர் நிகழ்வெண் முறை

கீழின வளர் நிகழ்வெண் முறையில் பிரிவு இடைவெளியின் மேல் எல்லையில் ஆரம்பித்து நிகழ்வெண்களைக் கூட்டிக் கொண்டே வர வேண்டும். இந் நிகழ்வெண்கள் வரைபடத்தில் குறிக்கப் படும் பொழுது ஒரு வளரும் வளைவரை கிடைக்கின்றது.மேலின வளர் நிகழ்வரையில், பிரிவு இடைவெளியின் கீழ் எல்லையில் ஆரம்பித்து மொத்த நிகழ்வெண்ணிலிருந்து ஒவ்வொரு பிரிவு இடைவெளியின் நிகழ்வெண்களை கழித்துக் கொண்டே வர வேண்டும். இந்நிகழ்வெண்கள் வரைபடத்தில் குறிக்கப்படும் பொழுது ஒரு குறை வளைவரை கிடைக்கிறது.

எடுத்துக்காட்டு 15:

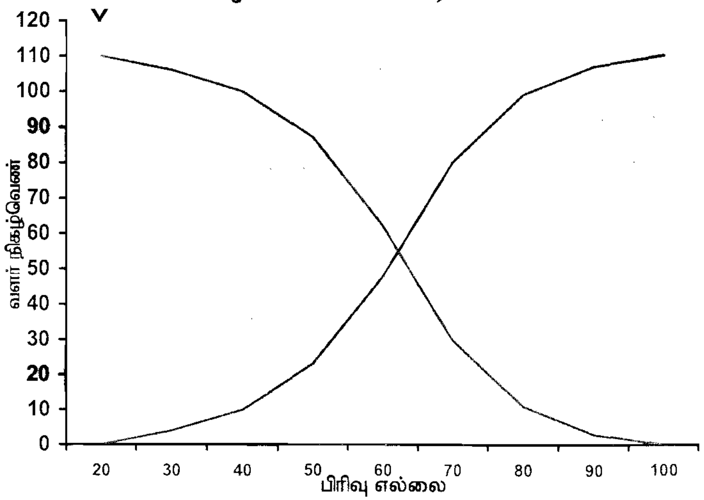
பின்வரும் விவரங்களுக்கு 'ஓகைவ்' வளைவரைகள் வரைக.

பிரிவு-இடைவெளி	அலைவெண்
20-30	4
30-40	6
40-50	13
50-60	25
60-70	32
70-80	19
80-90	8
90-100	3

தீர்வு:

பிரிவு எல்லை	கீழின வளர் ஓகைவ்	மேலின வளர் ஓகைவ்
20	0	110
30	4	106
40	10	100
50	23	87
60	48	62
70	80	30
80	99	11
90	107	3
100	110	0

ஓகைவ் வளைவரைகள்



5.6.5 லாரன்ஸ் வளைவரை:

மாறுபாட்டளவைகளை வரைபட மூலம் அறிய வைப்பது லாரன்ஸ் வளைவரை ஆகும். இது புகழ்பெற்ற பொருளியல் மற்றும் புள்ளியியல் நிபுணருமான மேக்ஸ் ஓ. லாரன்ஸ் என்பவரால் வருவாய் மற்றும் செல்வம் இவற்றின் பரவலைப் பற்றி தெளிவாக்க அறிமுகப்படுத்தப்பட்டது. மேலும் இலாபம், வருவாய், ஊதியம் இன்னும் பிற இவற்றிற்கிடையிலான மாறுபாட்டளவைகளை அறிந்து கொள்ளப் பயன்படுகிறது.

இது சிறப்பாக, நாடுகளுக்கிடையே வெவ்வேறு கால கட்டங்களில் வருவாய் மற்றும் செல்வம் இவற்றின் பங்கீடுகளின் சமனின்மையை அறிந்து கொள்ளப் பயன்படுத்தப் படுகிறது. ஒரு மாறியின் சதவீத வளர் மதிப்புகளை, மற்றொரு மாறியின் சதவீத வளர் மதிப்போடு இணைத்து லாரன்ஸ் வளைவரை வரையப் படுகிறது.

இவ்வளைவரை (0,0) வில் ஆரம்பித்து (100,100)ல் முடிவடைகிறது. செல்வம், வருவாய், நிலம், சமமாக நாட்டு மக்களிடையேயும் பரவியிருந்தால், லாரன்ஸ் வளைவரை ஒரு சதுரத்தின் மூலை விட்டமாக அமையும். ஆனால் இது நடைமுறையில் இயலாத ஒன்று.

மூலை விட்டத்தில் இருந்து விலகியிருக்கும் லாரன்ஸ் வளைவரை மூலம், செல்வம், வருவாய், நிலம் ஆகியன மக்களிடையே எவ்வாறு சமமின்றி பரவியுள்ளது என்பதை விளக்குகின்றது.

எடுத்துக்காட்டு 16:

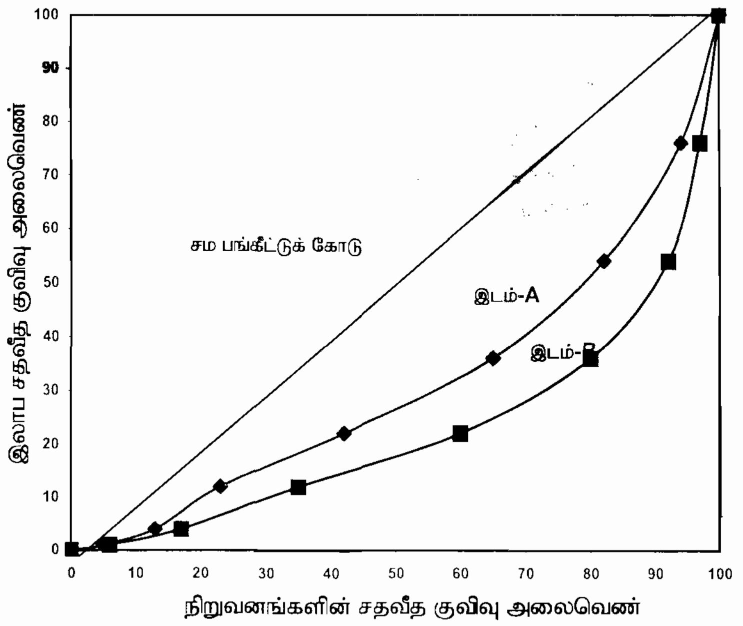
A,B என்ற இடங்களில் உள்ள நிறுவனங்களால் ஈட்டப்பட்ட இலாபம் பின்வருமாறு, ஒரே வரைபடத்தில் அவற்றிற்கு லாரன்ஸ் வளைவரை வரைந்து அதில் இருந்து கருத்து தெரிவிக்க.

ஈட்டிய இலாபம் (ரூ. ஆயிரத்தில்)	நிறுவனங்களின் எண்ணிக்கை	
	இடம் A	இடம் B
5	7	13
26	12	25
65	14	43
89	28	57
110	33	45
155	25	28
180	18	13
200	8	6

தீர்வு:

இலாபம்			இடம் A			இடம் B		
ரூபாயில்	இலாபத்தின் வளர் நிகழ்வுகள்	வளர் நிகழ்வெண் சதவீதம்	நிறுவனங்களின் எண்ணிக்கை	வளர் நிகழ்வெண்	வளர் நிகழ்வெண் சதவீதம்	நிறுவனங்களின் எண்ணிக்கை	வளர் நிகழ்வெண்	வளர் நிகழ்வெண் சதவீதம்
5	5	1	7	7	5	13	13	6
26	31	4	12	19	13	25	38	17
65	96	12	14	33	23	43	81	35
89	185	22	28	61	42	57	138	60
110	295	36	33	94	65	45	183	80
155	450	54	25	119	82	28	211	92
180	630	76	18	137	94	13	224	97
200	830	100	8	145	100	6	230	100

லாரன்ஸ் - வளைவரை



பயிற்சி - 5

I. சரியான விடையைத் தேர்ந்தெடுத்து எழுதுக:

1. பின்வருவனவற்றுள் எது ஒரு பரிமான விளக்கப்படம் ஆகும்
   (அ) பட்டை விளக்கப்படம் (ஆ) வட்டவடிவ விளக்கப்படம்
   (இ) உருளை (ஈ) பரவல் செவ்வகம்
2. சதவீத பட்டை விளக்கப் படமானது
   (அ) விவரங்கள் சதவீதத்தில் தரப்படுகின்றன
   (ஆ) சம அகலம் உடையவை
   (இ) சம இடைவெளிகள் உடையவை
   (ஈ) சம அகலம், சம இடைவெளி உடையவை
3. நிகழ்வெண் வளைகோடு
   (அ) ஆதியில் ஆரம்பிக்கும் (ஆ) ஆதிவழிச் செல்லும்
   (இ) அடிக்கோட்டில் ஆரம்பிக்கிறது
   (ஈ) அடிக்கோட்டில் ஆரம்பித்து அதிலேயே முடிவடைகிறது.
4. பரவல் செவ்வகப் படத்தின் மூலம், நாம் வரையலாம்
   (அ) நிகழ்வெண் பலகோணம் (ஆ) நிகழ்வெண் வளைகோடு
   (இ) நிகழ்வெண் பரவல் (ஈ) மேலே கூறிய அனைத்தும்
5. ஒரு பரவலின் கீழின வளர் மற்றும் மேலின வளர் ஓகைவ்கள் வெட்டிக் கொள்ளும் இடம்
   (அ) சராசரி (இ) முகடு
   (ஆ) இடைநிலை (ஈ) ஆதி

II. கோடிட்ட இடத்தை நிரப்புக:

6. கூறு பட்டை விளக்கப் படங்கள் ___________ விளக்கப் படங்கள் என்றும் அழைக்கப்படுகின்றன.
7. செவ்வக விளக்கப் படங்களில், ஒப்பிடல் செவ்வகங்களின் ___________ அடிப்படையாகக் கொண்டது.
8. சதுரங்கள் என்பன __________ பரிமான விளக்கப் படங்கள்.
9. கீழின வளர் நிகழ்வரையும், மேலின நிகழ் வளைவரையும் வெட்டிக் கொள்ளும் இடம் __________.
10. __________ வளைவரையானது, மாறுபாட்டளவை அறிந்து கொள்வதற்கான வரைபட முறையாகும்.

III. பின்வரும் வினாக்களுக்கு விடையளிக்க:

11. விளக்கப்படங்கள் என்றால் என்ன?
12. புள்ளியியல் விவரங்களைக் குறிப்பதில் விளக்கப் படங்கள் எவ்வாறு உதவுகின்றன?

13. விளக்கப்படங்களின் சிறப்புகள் யாவை?
14. விளக்கப்படங்கள் வரைவதற்கான பொதுவான விதிகள் யாவை?
15. பல்வேறு வகையான விளக்கப் படங்கள் யாவை?
16. (அ) பட்டை விளக்கப் படங்கள்
    (ஆ) நிகழ்வெண் பலகோணம்
    (இ) நிகழ்வெண் வளைகோடு
    (ஈ) ஓகைவ் ஆகியவைப் பற்றி குறிப்பு வரைக.
17. கீழின வளர் நிகழ்வரை, மேலின வளர் நிகழ்வரை என்றால் என்ன? அவை வரையப் படுவதன் நோக்கம் யாவை?
18. லாரன்ஸ் வளை வரை என்றால் என்ன? அதன் முக்கியத்துவம் பற்றி குறிப்பிடுக.
19. சிறு குறிப்பு வரைக
    (அ) சாதாரண பட்டை விளக்கப்படம்
    (ஆ) கூறுபட்டை விளக்கப்படம்
20. வட்ட விளக்கப்படம் என்றால் என்ன?
21. பின்வரும் விவரத்திற்கு பட்டை விளக்கபடம் வரைக

வருடம்	இலாபம் (ரூ. ஆயிரங்களில்)
1995	2
1996	6
1997	11
1998	15
1999	20
2000	27

22. பின்வரும் விவரத்திற்கு பல்அங்கப் பட்டை விளக்கபடம் வரைக

நிறுவனம்	தொழிலாளர்கள்	
	ஆண்	பெண்
A	125	100
B	210	165
C	276	212

23. பின்வரும் விவரத்தை கூறு சதவீத பட்டை விளக்கப்படத்தில் குறிக்க

உணவு பயிர்கள்	Area A (in 000,000 acres)	Area B (in 000,000 acres)
அரிசி	18	10
கோதுமை	12	14
பார்லி	10	8
சோளம்	7	6
மற்றவை	12	15

24. நாட்டிலுள்ள இறப்பிற்கான காரணங்களை வட்ட வடிவ படம் வரைந்து காட்டுக.

இறப்பிற்கான காரணங்கள்	எண்ணிக்கை
வயிற்றுப்போக்கு	60
குறை பிரசவம்	170
நெஞ்சு நோய்கள் மற்றும் நிமோனியா	90

25. பின்வரும் விவரத்திற்கு பரவல் செவ்வகப் படம் மற்றும் நிகழ்வெண் பல கோணம் வரைக.

எடைகள் (கி.கி)	ஆண்களின் எண்ணிக்கை
40-45	8
45-50	14
50-55	21
55-60	18
60-65	10

26. பின்வரும் விவரத்திற்கு நிகழ்வெண் வளைகோடு வரைக

மதிப்பெண்கள்	மாணவர்களின் எண்ணிக்கை
0-20	7
20-40	15
40-60	28
60-80	17
80-100	5

27. ஒரு நிறுவனத்தின் தினக்கூலியின் நிகழ்வெண் பரவல் பின்வருமாறு

கூலி (ரூபாயில்)	தொழிலாளர்களின் எண்ணிக்கை
0- 500	10
500-1000	19
1000-1500	28
1500-2000	15
2000-2500	6

28. இரு வெவ்வேறு பகுதிகளின் உள்ள குடும்பங்களின மாத வருமானம் கீழ்க்கண்ட பட்டியலில் தரப்பட்டுள்ளன. லாரன்ஸ் வளைவரை வரைந்து இரண்டு பகுதி வருமானங்களையும் ஒப்பிடுக.

வருமானம் (ரூ)	குடும்பங்களின் எண்ணிக்கை	
	பகுதி A	பகுதி B
1000	12	5
1250	18	10
1500	29	17
1750	42	23
2000	20	15
2500	11	8
3000	6	3

IV. செய்து பார்க்க :

29. முந்தைய பாடங்களின் செயல்முறைகளை அதற்கு உகந்த விளக்கப்படங்களில் குறிப்பிடுக.
30. உன் குடும்பத்தில் கடந்த மாத செலவிற்கு ஒரு பட்டை விளக்கப்படமும் மற்றும் வட்ட விளக்கப்படமும் வரைக. இவ்விவரங்களின் அடிப்படையில் அடுத்த மாதத்திற்குரிய வரவு, செலவுத் திட்டத்தை தயார் செய்து, அதற்கு பட்டை விளக்கப்படம், மற்றும் வட்ட விளக்கப்படத்தை வரைக.
    இரண்டு மாத செலவினங்களை இப்படங்களின் மூலமாக ஒப்பிடுக.

விடைகள்:

I. 1. (அ) 2. (அ) 3. (ஈ) 4. (ஈ) 5. (ஆ)

II.

6. பகுதிப் பட்டை விளக்கப்படம் 7. பரப்பளவு
8. இரண்டு 9. இடைநிலை அளவு 10. லாரன்ஸ்

பயிற்சி - 5

I. சரியான விடையைத் தேர்ந்தெடுத்து எழுதுக:

1. பின்வருவனவற்றுள் எது ஒரு பரிமான விளக்கப்படம் ஆகும்
   (அ) பட்டை விளக்கப்படம் (ஆ) வட்டவடிவ விளக்கப்படம்
   (இ) உருளை (ஈ) பரவல் செவ்வகம்
2. சதவீத பட்டை விளக்கப்படமானது
   (அ) விவரங்கள் சதவீதத்தில் தரப்படுகின்றன
   (ஆ) சம அகலம் உடையவை
   (இ) சம இடைவெளிகள் உடையவை
   (ஈ) சம அகலம், சம இடைவெளி உடையவை
3. நிகழ்வெண் வளைகோடு
   (அ) ஆதியில் ஆரம்பிக்கும் (ஆ) ஆதிவழிச் செல்லும்
   (இ) அடிக்கோட்டில் ஆரம்பிக்கிறது
   (ஈ) அடிக்கோட்டில் ஆரம்பித்து அதிலேயே முடிவடைகிறது.
4. பரவல் செவ்வகப் படத்தின் மூலம், நாம் வரையலாம்
   (அ) நிகழ்வெண் பலகோணம் (ஆ) நிகழ்வெண் வளைகோடு
   (இ) நிகழ்வெண் பரவல் (ஈ) மேலே கூறிய அனைத்தும்
5. ஒரு பரவலின் கீழின வளர் மற்றும் மேலின வளர் ஓகைவ்கள் வெட்டிக் கொள்ளும் இடம்
   (அ) சராசரி (இ) முகடு
   (ஆ) இடைநிலை (ஈ) ஆதி

II. கோடிட்ட இடத்தை நிரப்புக:

6. கூறு பட்டை விளக்கப் படங்கள் __________ விளக்கப் படங்கள் என்றும் அழைக்கப்படுகின்றன.
7. செவ்வக விளக்கப் படங்களில், ஒப்பிடல் செவ்வகங்களின் __________ அடிப்படையாகக் கொண்டது.
8. சதுரங்கள் என்பன __________ பரிமான விளக்கப் படங்கள்.
9. கீழின வளர் நிகழ்வரையும், மேலின நிகழ் வளைவரையும் வெட்டிக் கொள்ளும் இடம் __________.
10. __________ வளைவரையானது, மாறுபாட்டளவை அறிந்து கொள்வதற்கான வரைபட முறையாகும்.

III. பின்வரும் வினாக்களுக்கு விடையளிக்க:

11. விளக்கப்படங்கள் என்றால் என்ன?
12. புள்ளியியல் விவரங்களைக் குறிப்பதில் விளக்கப் படங்கள் எவ்வாறு உதவுகின்றன?

13. விளக்கப்படங்களின் சிறப்புகள் யாவை?
14. விளக்கப்படங்கள் வரைவதற்கான பொதுவான விதிகள் யாவை?
15. பல்வேறு வகையான விளக்கப் படங்கள் யாவை?
16. (அ) பட்டை விளக்கப் படங்கள்
    (ஆ) நிகழ்வெண் பலகோணம்
    (இ) நிகழ்வெண் வளைகோடு
    (ஈ) ஓகைவ் ஆகியவைப் பற்றி குறிப்பு வரைக.
17. கீழின வளர் நிகழ்வரை, மேலின வளர் நிகழ்வரை என்றால் என்ன? அவை வரையப் படுவதன் நோக்கம் யாவை?
18. லாரன்ஸ் வளை வரை என்றால் என்ன? அதன் முக்கியத்துவம் பற்றி குறிப்பிடுக.
19. சிறு குறிப்பு வரைக
    (அ) சாதாரண பட்டை விளக்கப்படம்
    (ஆ) கூறுபட்டை விளக்கப்படம்
20. வட்ட விளக்கப்படம் என்றால் என்ன?
21. பின்வரும் விவரத்திற்கு பட்டை விளக்கபடம் வரைக

வருடம்	இலாபம் (ரூ. ஆயிரங்களில்)
1995	2
1996	6
1997	11
1998	15
1999	20
2000	27

22. பின்வரும் விவரத்திற்கு பல்அங்கப் பட்டை விளக்கபடம் வரைக

நிறுவனம்	தொழிலாளர்கள்	
	ஆண்	பெண்
A	125	100
B	210	165
C	276	212

23. பின்வரும் விவரத்தை கூறு சதவீத பட்டை விளக்கப்படத்தில் குறிக்க

6. மையப்போக்கு அளவைகள்

மையப்போக்கு அளவைகள்:

முழுமைத் தொகுதி பற்றி அறிய பெரும் அளவிலான கண்டறிந்த புள்ளி விவரங்களை நாம் பெற முடியும். கண்டறிந்த எல்லா புள்ளி விவரங்களிலிருந்து அதன் சிறப்பியல்புகள் குறித்து எந்த முடிவுக்கு வருவதும் நமக்கு இயலாத ஒன்றாக உள்ளது. எனவே ஒரு தொகுதிக்காக ஒரு எண் பெறுதல் நல்லது. அந்த எண்ணானது கண்டறிந்த எல்லா புள்ளி விவரங்களின் சிறப்பு இயல்புகளைத் தெளிவாக படம் பிடித்து காட்ட கூடியதாக இருக்க வேண்டும். அந்த எண்ணே கண்டறிந்த எல்லா புள்ளி விவரங்களின் மைய மதிப்பாக இருக்க கூடும். இந்த மைய மதிப்பே மையப்போக்கு அளவைகள் அல்லது சராசரிகள் அல்லது அளவைகளின் இடம் என்று அழைக்கப்படுகின்றது. ஐந்து வகையான சராசரிகளில் கூட்டுச் சராசரி, இடைநிலை, முகடு எளிய சராசரிகள் என்றும், பெருக்குச் சராசரி மற்றும் இசைச்சராசரி சிறப்புச் சராசரிகள் என்றும் அழைக்கப்படுகின்றன.

சராசரி என்பதன் பொருள் பின்வரும் விளக்கங்களாக கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.

“சேகரிக்கப்பட்ட எண்களைச் சுற்றி அமைந்திருக்கும் மைய மதிப்பே மையப் போக்களவைகள்”.

“சராசரி என்பது முழுத் தொகுதியின் ஒரு பகுதியாக இருப்பினும் தொகுதி முழுமையையும் குறிப்பிடக் கூடியது.

“மிகப் பரவலாகப் பயன்படுத்தும் எண்களின் தொகுப்பே அளவைகளின் இடம்” என்றவாறு வரையறுக்கப்படுகிறது.

சிறந்த சராசரியின் முக்கிய சிறப்பியல்புகள்:

சிறந்த சராசரியானது பின்வரும் சிறப்பியல்புகளைப் பெற்றிருக்க வேண்டும்.

1. தெளிவான முறையில் வரையறை செய்யப்பட்டிருக்க வேண்டும்.
2. எளிதில் புரிந்து கொள்வதற்கும், கணக்கிடுவதற்கும் ஏற்ற வகையில் இருக்க வேண்டும்.
3. விவரங்களில் உள்ள எல்லா உறுப்புகளையும் அடிப்படையாக வைத்து கண்டுபிடிக்கப் படுவதாக இருக்க வேண்டும்.
4. சராசரியின் விளக்கமானது கணித வாய்ப்பாட்டின் வடிவில் இருக்க வேண்டும்.
5. இயற்கணித செயல்பாடுகளில் பயன்படுத்தக் கூடியதாக இருக்க வேண்டும்.
6. மாதிரி நிலைத் தன்மை பெற்றுள்ளதாய் இருக்க வேண்டும்.
7. சராசரியானது புள்ளியியல் கணக்கிடுதலுக்கு அல்லது அதன் செயல்முறைக்கும் பயன்படும் வகையில் இருக்க வேண்டும்.

சிறந்த சராசரியானது மேற்கூறிய சிறப்பியல்புகளை நிறைவு செய்வதோடு,விவரங்களின் பெரும்பாலான அம்சங்களை தெரியப்படுத் துவதாக இருக்க வேண்டும். அதன் மதிப்பு ஆனது கொடுக்கப்பட்ட தொடரில் உள்ள உறுப்புகளுக்கு அருகாமையில் இருக்க வேண்டும்.

கூட்டுச் சராசரி அல்லது சராசரி:

ஒரு மாறியின் கூட்டுச் சராசரி அல்லது சராசரி என்பது அம்மாறியின் மதிப்புகளின் மொத்தக் கூட்டுத் தொகையை மதிப்புகளின் மொத்த எண்ணிக்கையால் வகுக்கக் கிடைக்கும் எண் ஆகும். X என்ற மாறியின் n மதிப்புகள் $x_1, x_2 \ldots x_n$ எனவும், இதன் கூட்டுச்சராசரி, $\bar{x}$ எனவும் கொண்டால்

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \ldots + x_n}{n}$$

$$= \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i$$

இந்த வாய்ப்பாடு தொகுக்கப்படாத அல்லது செப்பனிடா விவரங்களுக்குப் பொருந்தும்.

எடுத்துக்காட்டு 1:

2, 4, 6, 8, 10 இவற்றின் சராசரி காண்க.

தீர்வு:

$$\bar{x} = \frac{2+4+6+8+10}{5}$$

$$= \frac{30}{5} = 6$$

சுருக்கு முறை:

இந்த முறையில் தனிப்பட்ட மதிப்புகளிலிருந்து விலக்கங்களைக் கணக்கிட்டு கூட்டுச் சராசரியைக் காண ஏதேனும் ஒரு மதிப்பை அல்லது உத்தேச முறையில் சராசரியை (A என்ற குறியீடு) எடுத்துக்கொள்ள வேண்டும். இதன் வாய்ப்பாடு $\bar{x} = A + \frac{\sum d}{n}$

இதில் A = உத்தேச சராசரி அல்லது X-ல் ஏதேனும் ஒரு மதிப்பு

d = உத்தேச கூட்டுச் சராசரியிலிருந்து ஒவ்வொரு மதிப்பின் விலக்கம்.

எடுத்துக்காட்டு 2:

5 பாடங்களில் மாணவன் பெற்ற மதிப்பெண்கள் 75, 68, 80, 92, 56 அவனுடைய சராசரி மதிப்பெண் காண்க.

தீர்வு:

X	d=x-A
75	7
A 68	0
80	12
92	24
56	-12
மொத்தம்	31

$$\bar{x} = A + \frac{\sum d}{n}$$

$$= 68 + \frac{31}{5}$$

$$= 68 + 6.2$$

$$= 74.2$$

வகைப்படுத்தப்பட்ட விவரம்:

பின்வரும் வாய்ப்பாட்டின் மூலம் வகைப்படுத்தப்பட்ட விவரத்திற்கு சராசரி காணலாம்

$$\bar{x} = \frac{\sum fx}{N}$$

இதில் x = பிரிவின் மைய மதிப்பு

f = பிரிவின் அலைவெண்

N=அலைவெண்களின் கூடுதல் அல்லது மொத்த அலைவெண்கள்

சுருக்கு முறை:

$$\bar{x} = A + \frac{\sum fd}{N} \times c$$

இதில் $d = \frac{x - A}{c}$

A = 'X' ல் ஏதேனும் அல்லது நடுமதிப்பு

N = மொத்த நிகழ்வெண்

c = பிரிவு இடைவெளியின் பிரிவுத் தூரம்

எடுத்துக்காட்டு 3:

கொடுக்கப்பட்ட அலைவெண் பரவலைக் கொண்டு கூட்டு சராசரியைக் கணக்கிடுக.

மதிப்பெண்கள்	64	63	62	61	60	59
மாணவர்களின் எண்ணிக்கை	8	18	12	9	7	6

தீர்வு:

X	f	fx	d = x-A	Fd
64	8	512	2	16
63	18	1134	1	18
62	12	744	0	0
61	9	549	−1	−9
60	7	420	−2	−14
59	6	354	−3	−18
	60	3713		- 7

நேரடி முறை :

$$\bar{x} = \frac{\sum fx}{N} = \frac{3713}{60} = 61.88$$

சுருக்கு முறை:

$$\bar{x} = A + \frac{\sum fd}{N} = 62 - \frac{7}{60} = 61.88$$

எடுத்துக்காட்டு 4:

வேறுபட்ட வருமானப் பிரிவுகளைக் கொண்ட நபர்களின் பரவல் பின்வருமாறு கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. இவற்றிற்கு கூட்டுச் சராசரியைக் கணக்கிடுக.

வருமானம் ரூபாயில் (100)	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60	60-70
நபர்களின் எண்ணிக்கை	6	8	10	12	7	4	3

தீர்வு:

வருமானம் பிரிவு இடைவெளி	நபர்களின் எண்ணிக்கை (f)	நடு மதிப்பு (x)	$d = \frac{x-A}{c}$	fd
0-10	6	5	-3	-18
10-20	8	15	-2	-16
20-30	10	25	-1	-10
30-40	12	**A** 35	0	0
40-50	7	45	1	7
50-60	4	55	2	8
60-70	3	65	3	9
	50			-20

சராசரி = $\bar{x} = A + \frac{\sum fd}{N}$

$= 35 - \frac{20}{50} \times 10$

$= 35 - 4$

$= 31$

கூட்டுச்சராசரியின் நிறை, குறைகள்:

1. திடமாக வரையறுக்கப்பட்டுள்ளது.
2. எளிதில் புரிந்து கொள்வதற்கும், கணக்கிடுவதற்கும் எளிதானது.
3. உறுப்புக்களின் எண்ணிக்கை அதிகமாக இருந்த போதிலும் இதன் மதிப்பு நம்பத் தகுந்ததாகவும், சரியாகவும் இருக்கும்.
4. சராசரியானது கணக்கிடப்பட்ட மதிப்பு மற்றும் இது தொடரில் உள்ள உறுப்புகளின் இடத்தை அடிப்படையாகக் கொண்டு அமைவதில்லை.
5. விவரங்களில் சில விடுபட்டு இருப்பினும் இவற்றை கணக்கிட இயலும்.
6. மாதிரியின் வேறுபாட்டால் எல்லா சராசரிகளை விட கூட்டுச் சராசரி குறைவாகவே பாதிக்கப்படுகின்றது.
7. ஒப்பிடுவதற்கு நல்ல அடிப்படையாக உள்ளது.

குறைகள்:

1. ஆய்வின் மூலமாகவோ அல்லது அலைவெண் வரைபட மூலமாகவோ இதனைப் பெற முடியாது.

2. அறிவுக் கூர்மை, அழகு, நேர்மை போன்ற எண் அளவுகளால் குறிக்க இயலாத பண்புகளை இக்கூட்டுச் சராசரியின் மூலம் காண இயலாது.
3. இதன் துல்லியத் தன்மைக்கு எற்றவாறு ஏதேனும் ஒரு மதிப்பை விட்டு விடலாம்.
4. சராசரியானது முனை உறுப்புகளால் பாதிக்கப்படக் கூடியது.
5. திறந்த பிரிவு இடைவெளிகளில் இதனை கணக்கிட இயலாது.
6. விவரங்கள் கணக்கிடப்பட்டதை விளக்கமாக கொடுக்கப் படவில்லை எனில் இது தவறான முடிவுக்கு வழிவகுக்கும்.

நிறையிட்ட கூட்டுச் சராசரி:

ஒரு விவரத்தின் கூட்டுச் சராசரி கணக்கிடும் போது அவ்விவரத்தின் மதிப்புகள் எல்லாமே சம முக்கியத்துவம் பெற்றுள்ளன என எடுத்துக் கொள்கிறோம். செயலளவில் அவ்விதம் இருக்க இயலாது. ஆகவே பரவலில் உள்ள சில மதிப்புகள் மற்ற மதிப்புகளை விட அதிக முக்கியத்துவம் வாய்ந்தவை எனில் ஒவ்வொரு மதிப்பிற்கும் அதன் முக்கியத்துவத்தைப் பொறுத்து நிறை அல்லது எடை கொடுக்கப்படுகிறது. எடுத்துக்காட்டாக ஒரு தொகுதி மக்களின் வாழ்க்கைத் தர மாற்றங்களைக்காணும் பொழுது, உபயோகப்படுத்தப்படும் பொருட்களின் விலைகளை எளிய சராசரி மட்டுமே நிர்ணயிக்க இயலாது. ஏனெனில் எல்லா பொருட்களும் சம முக்கியத்துவம் வாய்ந்ததில்லை. எடுத்துக்காட்டாக அரிசி, கோதுமை, பருப்பு வகை, டீ, மிட்டாய் வகைகளைக் காட்டிலும் அதிக முக்கியத்துவம் வாய்ந்தது. நிறையிட்ட கூட்டுச் சராசரியானது ஒவ்வொரு பிரிவுக்கும் சரியான எடை கொடுக்கப்பட்ட பின்னர், தொடரின் சராசரி மதிப்பைக் கணக்கிட பயன்படுகிறது.

வரையறை:

நிறையிட்ட கூட்டுச்சராசரியானது, மதிப்புகள் அதன் எடைகளால் பெருக்கப்பட்டு, பெருக்கி வரும் கூடுதலை எடைகளின் மொத்த கூடுதலால் வகுத்து கிடைப்பது ஆகும்.

$x_1, x_2 \ldots x_n$ என்ற மதிப்புகளுக்கு கொடுக்கப்படும் நிறைகள் முறையே $w_1, w_2 \ldots w_n$ எனில் அம்மதிப்புகளின் நிறையிட்ட கூட்டுச்சராசரி

$$\bar{x}_w = \frac{w_1x_1 + w_2x_2 + \ldots + w_nx_n}{w_1 + w_2 + \ldots + w_n}$$

$$= \frac{\sum w_i x_i}{\sum w_i}$$

நிறையிட்ட கூட்டுச்சராசரியின் பயன்கள்:

(அ) குறியீட்டு எண்களை அமைக்கவும்.

(ஆ) இரண்டு அல்லது அதற்கும் மேற்பட்ட பல்கலைக் கழகங்களில் உள்ள மாணவர்களின் எண்ணிக்கை வேறுபடுதலின் போது முடிவுகளை ஒப்பிடவும்.

(இ) இறப்பு, பிறப்பு விகிதங்களைக் கணக்கிடவும், நிறையிட்ட கூட்டுச்சராசரி பயன்படுகிறது.

எடுத்துக்காட்டு 5:

பின்வரும் விவரங்களுக்கு நிறையிட்ட கூட்டுச்சராசரியைக் காண்க.

பதவி	மாத வருமானம் (ரூபாயில்)	பிரிவின் எண்ணிக்கை
முதல் நிலை அலுவலர்	1500	10
இரண்டாம் நிலை அலுவலர்	800	20
சார்நிலை பணியாளர்	500	70
எழுத்தர் பணியாளர்	250	100
கடைநிலை ஊழியர்	100	150

தீர்வு:

பதவி	மாத வருமானம் ரூபாயில் (x)	பிரிவின் எண்ணிக்கை (w)	wx
முதல் நிலை அலுவலர்	1,500	10	15,000
இரண்டாம் நிலை அலுவலர்	800	20	16,000
சார்நிலை பணியாளர்	500	70	35,000
எழுத்தர் பணியாளர்	250	100	25,000
கடைநிலை ஊழியர்	100	150	15,000
		350	1,06,000

நிறையிட்ட கூட்டுச்சராசரி, $\bar{x}_w = \frac{\sum wx}{\sum w}$

$$= \frac{106000}{350}$$

= ரூ. 302.86

இசைச்சராசரி:

ஒரு மாறியின் மதிப்புகளின் தலைகீழிகளின் சராசரியின் தலைகீழ் அதன் இசைச்சராசரி எனப்படும். X என்ற மாறியின் n மதிப்புகள் $X_1, X_2 \ldots . X_n$ எனில்

$$\text{இசைச்சராசரி} = \frac{n}{\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{1}{x_i}\right)}$$

அலைவெண் பரவலுக்கான இசைச்சராசரி $HM = \dfrac{N}{\sum_{i=1}^{n} f\left(\frac{1}{x_i}\right)}$

எடுத்துக்காட்டு 6:

5, 10, 17, 24, 30 இவற்றின் இசைச்சராசரி காண்க.

X	$\frac{1}{x}$
5	0.2000
10	0.1000
17	0.0588
24	0.0417
30	0.0333
மொத்தம்	0.4338

$$\text{இசைச்சராசரி} = \frac{n}{\sum\left[\frac{1}{x}\right]}$$

$$= \frac{5}{0.4338} = 11.526$$

எடுத்துக்காட்டு 7:

ஒரு வகுப்பில் சில மாணவர்கள் பெற்ற மதிப்பெண்கள் கீழ்க்கண்டவாறு கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. இவற்றின் இசைச்சராசரி காண்க.

மதிப்பெண்கள்	20	21	22	23	24	25
மாணவர்களின் எண்ணிக்கை	4	2	7	1	3	1

தீர்வு:

மதிப்பெண்கள் x	மாணவர்களின் எண்ணிக்கை f	$\frac{1}{x}$	$f(\frac{1}{x})$
20	4	0.0500	0.2000
21	2	0.0476	0.0952
22	7	0.0454	0.3178
23	1	0.0435	0.0435
24	3	0.0417	0.1251
25	1	0.0400	0.0400
	18		0.8216

இசைச்சராசரி $= \frac{N}{\sum f\left[\frac{1}{x}\right]} = \frac{18}{0.8216} = 21.91$

இசைச்சராசரியின் நிறை, குறைகள்:

நிறைகள்:

1. இது தெளிவாக வரையறுக்கப்பட்டுள்ளது.
2. எல்லா மதிப்புகளுக்கும் இசைச் சராசரி வரையறுக்கப்பட்டுள்ளது.
3. இது இயற்கணித செயல்பாடுகளுக்கு இணக்கமாக உள்ளது.
4. இது சிறிய மதிப்புகளுக்கு அதிக முக்கியத்துவத்தையும், பெரிய மதிப்புகளுக்கு குறைந்த முக்கியத்துவத்தையும், கொடுக்கும் இடங்களில், மிக பொருத்தமான சராசரியாக உள்ளது.

குறைகள்:

1. இதனை எளிதில் புரிந்து கொள்ள இயலாது.
2. இதனைக் கணக்கிடுதல் கடினம்.
3. இது ஒரு சுருக்கமான எண்ணேத் தவிர அத்தொடரின் சரியான உறுப்பாக இருக்க இயலாது.
4. சிறிய மதிப்புகளுக்கு, அதிக முக்கியத்துவம் கொடுக்கும் இடங்களில் மட்டுமே பயன்படுத்தப்படுகிறது.

பெருக்குச்சராசரி:

'n' மதிப்புகளைக் கொண்ட தொடரின் பெருக்குச்சராசரி என்பது n மதிப்புகளின் பெருக்குத் தொகையின் n-வது படி மூலம் ஆகும்.

$x_1, x_2 \ldots\ldots x_n$ என்ற மதிப்புகளின் பெருக்குச்சராசரி $= \sqrt[n]{x_1 . x_2 \ldots x_n}$

$$= (x_1.x_2 \ldots\ldots x_n)^{1/n}$$

$$\log GM = \frac{1}{n} \log(x_1.x_2 \ldots x_n)$$

$$= \frac{1}{n} (\log x_1 + \log x_2 + \ldots + \log x_n$$

$$= \frac{\sum \log x_i}{n}$$

பெருக்குச்சராசரி $=$ எதிர் மடக்கை $\left[\frac{\sum \log x_i}{n}\right]$

வகைப்படுத்தப்பட்ட விவரத்திற்கான பெருக்குசராசரி

பெருக்குச்சராசரி $=$ எதிர் மடக்கை $\left[\frac{\sum f \log x_i}{N}\right]$

எடுத்துக்காட்டு 8:

குடும்பங்களில் ஒரு பிரிவின் மாதவருமானம் முறையே 180, 250, 490, 1400, 1050 எனில் பெருக்குச் சராசரியைக் காண்க.

X	logx
180	2.2553
250	2.3979
490	2.6902
1400	3.1461
1050	3.0212
	13.5107

பெருக்குச்சராசரி $=$ எதிர் மடக்கை $\left[\frac{\sum \log x}{n}\right]$

$=$ எதிர் மடக்கை $\frac{13.5107}{5}$

$=$ எதிர் மடக்கை 2.7021

$= 503.6$

எடுத்துக்காட்டு 9:

கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள விவரங்களிலிருந்து ஒரு நபரின் சராசரி வருமானத்தைக் கணக்கிடுக. பெருக்குச் சராசரியைப் பயன்படுத்துக.

மக்களின் பிரிவுகள்	குடும்பங்களின் எண்ணிக்கை	ஒருவரின் வருட வருமானம்
நிலக்கிழார்	2	5000
பயிரிடுபவர்கள்	100	400
நிலமில்லா தொழிலாளர்கள்	50	200
கடன் கொடுப்பவர்கள்	4	3750
அலுவலக உதவியாளர்	6	3000
கடை முதலாளிகள்	8	750
மரவேலை செய்பவர்கள்	6	600
நெசவாளர்கள்	10	300

தீர்வு:

மக்களின் பிரிவுகள்	ஒருவரின் வருட வருமானம் (ரூபாயில்) X	குடும்பங்களின் எண்ணிக்கை (f)	$\log x$	$f \log x$
நிலக்கிழார்	5000	2	3.6990	7.398
பயிரிடுபவர்கள்	400	100	2.6021	260.210
நிலமில்லா தொழிலாளர்கள்	200	50	2.3010	115.050
கடன் கொடுப்பவர்கள்	3750	4	3.5740	14.296
அலுவலக உதவியாளர்	3000	6	3.4771	20.863
கடை முதலாளிகள்	750	8	2.8482	22.786
மரவேலை செய்பவர்கள்	600	6	2.7782	16.669
நெசவாளர்கள்	300	10	2.4771	24.771
		186		482.043

பெருக்குச்சராசரி $= \text{எதிர் மடக்கை} \left[\frac{\sum f \log x}{N} \right]$

$= \text{எதிர் மடக்கை} \left[\frac{482.257}{186} \right]$

$= \text{எதிர் மடக்கை } (2.5928) = \text{ரூ. } 391.50$

பெருக்குச்சராசிரியின் நிறை குறைகள்:

நிறைகள்:

1. இது தெளிவாக வரையறுக்கப்பட்டுள்ளது.
2. இது எல்லா உறுப்புகளையும் சார்ந்துள்ளது.
3. விகிதங்கள், வீதங்கள், சதவீதங்கள் இவற்றின் சராசரி காண்பதில் இது பொருத்தமான ஒன்று.
4. இது மேன்மேலும் பல கணித செயல்பாடுகளுக்கு உகந்தது.
5. கூட்டுச் சராசரியைப் போல இது முனை உறுப்புக்களால் பாதிக்கப்படுவதில்லை.

குறைகள்:

1. ஏதேனும் ஒரு மதிப்பு பூச்சியமாகவோ அல்லது குறை மதிப்புகளாகவோ இருக்கும் இடங்களில் இதனைப் பயன்படுத்த இயலாது.
2. உறுப்புகள் அதிகமாக இருந்தாலோ அல்லது அலைவெண் பரவலாக இருந்தாலோ இதனைக் கணக்கிடுவது கடினம்.
3. விகிதங்களில் ஏற்படும் மாற்றத்தை அறிய இயலுமே தவிர, கூட்டுச் சராசரியைப் போல் மாற்றங்களில் ஏற்படும் சரியான வித்தியாசத்தை தர இயலாது.
4. தொடரில் உள்ள சரியான மதிப்பாக பெருக்குச் சராசரி இருக்க முடியாது.

இணைந்த கூட்டுச்சராசரி:

இரண்டு அல்லது அதற்கு மேற்பட்ட குழுக்களின் கூட்டுச் சராசரிகள் கொடுக்கப்பட்டிருந்தால் அக்குழுக்களின் இணைந்த தொகுதியின் கூட்டுச்சராசரியைப் பின்வருமாறு காணலாம்.

இணைந்த கூட்டுச்சராசரி $\overline{\overline{X}} = \left[\frac{n_1\overline{x_1} + n_2\overline{x_2}}{n_1 + n_2} \right]$

இணைந்த தொகுதியின் கூட்டுச் சராசரியின் பயனானது, மூல விவரத்திற்கு மறுபடியும் செல்லாமல் இணைந்த விவரங்கள் முழுமைக்கும் ஆன சராசரியைக் காண முடியும்.

எடுத்துக்காட்டு 10:

கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள விவரத்திற்கு இணைந்த கூட்டுச்சராசரியைக் காண்க.

$n_1 = 20$, $\overline{x_1} = 4$, $n_2 = 30$, $\overline{x_2} = 3$

தீர்வு:

இணைந்த கூட்டுச்சராசரி $\overline{\overline{X}} = \left[\dfrac{n_1\overline{x_1} + n_2\overline{x_2}}{n_1 + n_2}\right]$

$$= \left[\frac{20 \times 4 + 30 \times 3}{20 + 30}\right]$$

$$= \left[\frac{80 + 90}{50}\right] = \left[\frac{170}{50}\right] = 3.4$$

இடக்குறியிட்ட சராசரிகள்:

இச்சராசரிகள் ஒரு தொடரில் ஏறு வரிசையிலோ அல்லது இறங்கு வரிசையிலோ அமைக்கப்பட்ட மதிப்புகளின் இடத்தைச் சார்ந்துள்ளது. கூட்டுச் சராசரியைக் காண்பது போலவே மதிப்புகளின் எண்ணளவு அல்லது அளவினைப் பொருத்தது. இந்த அடிப்படை வேறுபாட்டின் காரணமாக இடைநிலை அளவு, முகடு சராசரியின் இடக்குறியிட்ட அளவுகள் என்று அழைக்கப்படுகிறது.

இடை நிலை அளவு:

கொடுக்கப்பட்ட விவரங்களை இரு சம பாகங்களாகப் பிரிக்கும் மதிப்பு இடைநிலை அளவு எனப்படும். ஒரு விவரத்தின் எந்த ஒரு மதிப்பானது, அம்மதிப்பின் கீழ் அவ்விவரத்தின் பாதி மதிப்புகளையும் அம்மதிப்பின் மேல் பாதி மதிப்புகளையும் கொண்டதாக சமமாகப் பிரிக்கின்றதோ அம்மதிப்பு அவ்விவரத்தின் இடைநிலை அளவு எனப்படும்.

வகைப்படுத்தப்படாத விவரம் அல்லது செப்பனிடா விவரம்:

இடைநிலை அளவைக் காண முதலில் கொடுக்கப்பட்ட மதிப்புகளை ஏறு அல்லது இறங்கு வரிசையில் எழுத வேண்டும். மதிப்புகளின் எண்ணிக்கை ஒற்றை எண் எனில், இடைநிலை அளவு நடு உறுப்பாகும். மதிப்புகளின் எண்ணிக்கை இரட்டைப் படை எனில் இடைநிலை அளவு இரு நடு உறுப்புகளின் சராசரி ஆகும்.

இடைநிலை $= \left(\dfrac{n+1}{2}\right)$ ஆவது உறுப்பு

எடுத்துக்காட்டு 11:

பின்வரும் விவரங்களுக்கு இடைநிலை அளவு காண்க.

25, 18, 27, 10, 8, 30, 42, 20, 53

தீர்வு:

கொடுக்கப்பட்ட விவரங்களை 8, 10, 18, 20, 25, 27, 30, 42, 53 என ஏறுவரிசையில் எழுதுக.

நடு மதிப்பு 5 ஆவது உறுப்பு. அதன் இடைநிலை 25.
வாய்ப்பாட்டை பயன்படுத்தி

இடைநிலை $= \left(\dfrac{n+1}{2}\right)$ ஆவது உறுப்பு.

$= \left(\dfrac{9+1}{2}\right)$ ஆவது உறுப்பு

$= \left(\dfrac{10}{2}\right)$ ஆவது உறுப்பு

$= 5$ ஆவது உறுப்பு $= 25$

எடுத்துக்காட்டு 12:

கொடுக்கப்பட்ட மதிப்புகள் இரட்டை எண்களில் உள்ளன. பின்வரும் விவரங்களுக்கு 5, 8, 12, 30, 18, 10, 2, 22 இடைநிலை காண்க.

தீர்வு:

கொடுக்கப்பட்ட விவரங்களை ஏறுவரிசையில் எழுதுக.

2, 5, 8, 10, 12, 18, 22, 30

இங்கு இரு நடு உறுப்புகளின் (10,12) சராசரி

$$= \left(\frac{10+12}{2}\right) = 11$$

$\therefore$ இடைநிலை $= 11.$

வாய்ப்பாட்டைப் பயன்படுத்தி இடைநிலை $= \left(\dfrac{n+1}{2}\right)$ ஆவது உறுப்பு.

$= \left(\dfrac{8+1}{2}\right)$ ஆவது உறுப்பு.

$= \left(\dfrac{9}{2}\right)$ ஆவது உறுப்பு

$= 4.5$ ஆவது உறுப்பு

$= 4$ ஆவது உறுப்பு $+ \left(\dfrac{1}{2}\right)(5^{th}$ ஆவது உறுப்பு $-$ 4 ஆவது உறுப்பு$)$

$$= 10 + \left(\frac{1}{2}\right)[12-10]$$

$$= 10 + \left(\frac{1}{2}\right) \times 2$$

$$= 10 + 1$$

$$= 11$$

எடுத்துக்காட்டு 13:

10 மாணவர்கள் வகுப்புத் தேர்வில் புள்ளியியலிலும், கணக்கியலிலும் பெற்ற மதிப்பெண்கள் பின்வரும் அட்டவணையில் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. அவர்களது அறிவுத் திறன் எந்த பாடப்பகுதியில் அதிகமாக உள்ளது என்பதனை சுட்டிக் காட்டுக.

வரிசை எண்	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
மதிப்பெண்கள் (புள்ளியியல்)	53	55	52	32	30	60	47	46	35	28
மதிப்பெண்கள் (கணக்குப் பதிவியல்)	57	45	24	31	25	84	43	80	32	72

தீர்வு:

வரிசை எண்	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
மதிப்பெண்கள் (புள்ளியியல்)	28	30	32	35	46	47	52	53	55	60
மதிப்பெண்கள் (கணக்குப் பதிவியல்)	24	25	31	32	43	45	57	72	80	84

மையப் போக்கு அளவைகளின் இடைநிலை பொருத்தமான அளவை ஆகும். இரு பாடங்களின் மதிப்பை முதலில் ஏறு வரிசையில் எழுதுக.

இடைநிலை = $\left(\frac{n+1}{2}\right)$ ஆவது உறுப்பு = $\left(\frac{10+1}{2}\right)$ ஆவது உறுப்பு

= 5.5ஆவது உறுப்பு

$$= \frac{\text{5வது உறுப்பின் மதிப்பு + ஆறாவது உறுப்பின் மதிப்பு}}{2}$$

இடைநிலை (புள்ளியியல்) $= \frac{46+47}{2} = 46.5$

இடைநிலை (கணக்குப் பதிவியல்) $= \frac{43+45}{2} = 44$

எனவே கணக்குப் பதிவியலைக் காட்டிலும் புள்ளியியலில் அறிவுத் திறன் அதிகமாக உள்ளது.

வகைப்படுத்தப்பட்ட விவரம்:

வகைப்படுத்தப்பட்ட பரவலில் மதிப்புகள் அலைவெண்ணுடன் சேர்ந்து இருக்கும். தொடர்ச்சியற்ற அலைவெண் பரவலாக அல்லது தொடர்ச்சியான அலைவெண் பரவலாக வகைப்படுத்தப்பட்டு இருப்பினும், உறுப்புகளின் மொத்த எண்ணிக்கையைக் காண குவிவு அலைவெண்களைக் கணக்கிட வேண்டும்.

குவிவு அலைவெண்:

ஒரு பிரிவின் குவிவு அலைவெண்ணானது அப்பிரிவு அலைவெண்ணுடன் முந்தைய பிரிவின் அலைவெண்ணும் சேர்ந்த கூடுதல் ஆகும். கடைசி குவிவு அலைவெண் என்பது மொத்த உறுப்புகளின் கூடுதல் ஆகும்.

தொடர்ச்சியற்ற வரிசைக்கு இடைநிலை அளவு காண படிகள்:

1. விவரங்களை ஏறுவரிசையிலோ, இறங்கு வரிசையிலோ எழுதுக.
2. குவிவு அலைவெண்களை எழுதுக.
3. $\left(\frac{N+1}{2}\right)$ ஆவது மதிப்பைக் காண்க.
4. $\left(\frac{N+1}{2}\right)$ ஆவது மதிப்பிற்கு அருகே உள்ள குவிவு அலைவெண்ணைக் காண்க.
5. அக்குவிவு அலைவெண்ணிற்கு எதிரே உள்ள X-இன் மதிப்பு இடைநிலை அளவு ஆகும்.

எடுத்துக்காட்டு 14:

ஒரு குடும்பத்தில் உள்ள நபர்களின் எண்ணிக்கை பின்வரும் விவரங்கள் தெரிவிக்கின்றன. அக்குடும்பத்தின் நபர்களின் இடைநிலை அளவைக் காண்க.

நபர்களின் எண்ணிக்கை x	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
அலைவெண் f	1	3	5	6	10	13	9	5	3	2	2	1

தீர்வு:

X	f	cf
1	1	1
2	3	4
3	5	9
4	6	15
5	10	25
6	13	38
7	9	47
8	5	52
9	3	55
10	2	57
11	2	59
12	1	60
	60	

இடைநிலை = $\left(\frac{N+1}{2}\right)$ ஆவது உறுப்பின் அளவு

= $\left(\frac{60+1}{2}\right)$ ஆவது உறுப்பின் அளவு = 30.5ஆவது உறுப்பு

30.5ஆவது உறுப்புக்கு சற்று அதிகமாக வரும் குவிவு நிகழ்வெண் 38. அதற்கு ஒத்த X- இன் மதிப்பு 6. எனவே ஒரு குடும்பத்திற்கான உறுப்பினர்களின் இடைநிலை அளவு 6.

குறிப்பு: இம்முறையே மிகப் பொருத்தமான முறையாகும். ஏனெனில் கூட்டுச்சராசரியால் பெறப்படும் பின்ன மதிப்பானது உறுப்பினர்களின் சரியான சராசரி அளவைக் குறிப்பதில்லை.

தொடர்ச்சியான வரிசைக்கு இடைநிலை அளவு காணல்:

தொடர்ச்சியான வரிசையில் இடைநிலை அளவு கணக்கிட பின்வரும் படிகள் கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளன.

படிகள்:

1. குவிவு அலைவெண்களைக் காண்க.
2. $\left(\frac{N}{2}\right)$ன் மதிப்பு காண்க.

3. $\left(\frac{N}{2}\right)$க்கு பக்கத்திலுள்ள அதிக குவிவு அலைவெண்ணைக் காண்க. அக்குவிவு அலைவெண்ணிற்கு எதிரே உள்ள பிரிவு இடைவெளி இடைநிலைப் பிரிவு ஆகும். பிறகு வாய்ப்பாட்டை பயன்படுத்தி இடைநிலை அளவைக் கணக்கிடலாம்.

இடைநிலை = $l+\left(\frac{\frac{N}{2}-m}{f}\right)\times c$

l = இடைநிலைப் பிரிவின் கீழ் எல்லை.

m = இடைநிலை பிரிவிற்கு முந்தைய குவிவு அலைவெண்.

c = இடைநிலை பிரிவின் பிரிவுத் தூரம்.

f = இடைநிலைப் பிரிவின் அலைவெண் N= மொத்த அலைவெண்

குறிப்பு: சேர்த்துக் கணக்கிடும் முறையில் பிரிவு இடைவெளிகள் கொடுக்கப்படின், அதனைத் தவிர்த்து கணக்கிடும் முறையாக மாற்ற வேண்டும். அதுவே உண்மைப் பிரிவு இடைவெளி எனப்படும். இடைநிலை அளவைக் காண உண்மைப் பிரிவு இடைவெளியின் கீழ் எல்லையை எடுத்துக் கொள்ள வேண்டும்.

எடுத்துக்காட்டு 15: பின்வரும் அலைவெண்பரவல் அட்டவணை ஒரு தொழிற்சாலையில் பணிபுரியும் 325 தொழிலாளர்களின் ஒரு வருடத்திற்குரிய சராசரி மாத வருமானத்தைக் குறிக்கிறது. இவற்றைக் கொண்டு இடைநிலை வருமானத்தைக் கணக்கிடுக.

வருமான பிரிவு (ரூபாயில்)	தொழிலாளர்களின் எண்ணிக்கை
100க்கு குறைவாக	1
100-150	20
150-200	42
200-250	55
250-300	62
300-350	45
350-400	30
400-450	25
450-500	15
500-550	18
550-600	10
600 மற்றும் அதற்கு மேல்	2
	325

தீர்வு:

வருமான பிரிவு (பிரிவு இடைவெளி)	தொழிலாளர்களின் எண்ணிக்கை (அலைவெண்)	குவிவு அலைவெண் c.f
100க்கு குறைவாக	1	1
100-150	20	21
150-200	42	63
200-250	55	118
250-300	62	180
300-350	45	225
350-400	30	255
400-450	25	280
450-500	15	295
500-550	18	313
550-600	10	323
600 மற்றும் அதற்கு மேல்	2	325
	325	

$$\frac{N}{2} = \frac{325}{2} = 162.5$$

இங்கு $l = 250$

$N = 325$

$f = 62$

$c = 50$

$m = 118$

$$\text{இடைநிலை} = 250 + \left(\frac{162.5 - 118}{62}\right) \times 50$$

$$= 250 + 35.89 \quad = 285.89$$

எடுத்துக்காட்டு 16:

பின்வரும் விவரங்களிலிருந்து இடைநிலை அளவைக் காணவும்.

மதிப்பு	0-4	5-9	10-14	15-19	20-24	25-29	30-34	35-39
அலைவெண்	5	8	10	12	7	6	3	2

தீர்வு:

மதிப்பு	f	உண்மையான பிரிவு இடைவெளி	c.f
0-4	5	0.5-4.5	5
5-9	8	4.5-9.5	13
10-14	10	9.5-14.5	23
15-19	12	14.5-19.5	35
20-24	7	19.5-24.5	42
25-29	6	24.5-29.5	48
30-34	3	29.5-34.5	51
35-39	2	34.5-39.5	53
	53		

$$\left(\frac{N}{2}\right) = \left(\frac{53}{2}\right) = 26.5$$

$$\text{இடைநிலை} = l + \frac{\frac{N}{2} - m}{f} \times c$$

$$= 14.5 + \frac{26.5 - 23}{12} \times 5 = 14.5 + 1.46 = 15.96$$

எடுத்துக்காட்டு 17: ஒரு துணிக்கடையில் பணிபுரியும் தொழிலாளர்களின் நாள் கூலி பின்வருமாறு: இதிலிருந்து இடைநிலை அளவைக் காண்க.

ஊதியம் (ரூபாயில்)	தொழிலாளர்களின் எண்ணிக்கை
100 க்கு குறைவாக	5
200 க்கு குறைவாக	12
300 க்கு குறைவாக	20
400 க்கு குறைவாக	32
500 க்கு குறைவாக	40
600 க்கு குறைவாக	45
700 க்கு குறைவாக	52
800 க்கு குறைவாக	60
900 க்கு குறைவாக	68
1000 க்கு குறைவாக	75

தீர்வு:

இதில் பிரிவின் மேல் எல்லை மற்றும் குறைந்த நிலை குவி அலைவெண் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. முதலில் பிரிவு இடைவெளிகள் மற்றும் அலைவெண்களைக் காண்க. மதிப்புகள் நூறு நூறாக அதிகரிப்பதால் பிரிவு இடைவெளியின் அகலம் 100 க்கு சமம்.

பிரிவு இடைவெளி	f	c.f
0-100	5	5
100-200	7	12
200-300	8	20
300-400	12	32
400-500	8	40
500-600	5	45
600-700	7	52
700-800	8	60
800-900	8	68
900-1000	7	75
	75	

$$\left(\frac{N}{2}\right) = \left(\frac{75}{2}\right) = 37.5 \quad \text{இடைநிலை} = l + \left(\frac{\frac{N}{2} - m}{f}\right) \times c$$

$$= 400 + \left(\frac{37.5 - 32}{8}\right) \times 100 = 400 + 68.75 = 468.75$$

எடுத்துக்காட்டு 18: கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள விவரத்திற்கு இடைநிலை அளவைக் காண்க.

மதிப்பெண்கள்	மாணவர்களின் எண்ணிக்கை
10 க்கு மேல்	70
20 க்கு மேல்	62
30 க்கு மேல்	50
40 க்கு மேல்	38
50 க்கு மேல்	30
60 க்கு மேல்	24
70 க்கு மேல்	17
80 க்கு மேல்	9
90 க்கு மேல்	4

தீர்வு:

இதில் பிரிவின் கீழ் எல்லை மற்றும் உயர்ந்த நிலை குவிவு அலைவெண் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.

பிரிவு இடைவெளி	F	உயர்ந்த நிலை குவிவு அலைவெண்	குறைந்த நிலை குவிவு அலைவெண்
10-20	8	70	8
20-30	12	62	20
30-40	12	50	32
40-50	8	38	40
50-60	6	30	46
60-70	7	24	53
70-80	8	17	61
80-90	5	9	66
90-100	4	4	70
	70		

$$\left(\frac{N}{2}\right) = \left(\frac{70}{2}\right) = 35$$

$$\text{இடைநிலை} = l + \left(\frac{\frac{N}{2} - m}{f}\right) \times C$$

$$= 40 + \left(\frac{35 - 32}{8}\right) \times 10$$

$$= 40 + 3.75$$

$$= 43.75$$

எடுத்துக்காட்டு 19:

பின்வரும் விவரங்களுக்கு இடைநிலை அளவைக் கணக்கிடுக.

நடுமதிப்பு	5	15	25	35	45	55	65	75
அலைவெண்	7	10	15	17	8	4	6	7

தீர்வு:

இதில் மதிப்புகள் 10 இன் மடங்காக இருப்பதால் பிரிவு இடைவெளியின் அகலம் 10 ஆக உள்ளது.

நடுமதிப்பு	பிரிவு இடைவெளி	F	c.f
5	0-10	7	7
15	10-20	10	17
25	20-30	15	32
35	30-40	17	49
45	40-50	8	57
55	50-60	4	61
65	60-70	6	67
75	70-80	7	74
		74	

$$\left(\frac{N}{2}\right) = \left(\frac{74}{2}\right) = 37$$

$$\text{இடைநிலை} = l + \frac{\left(\frac{N}{2} - m\right)}{f} \times c$$

$$= 30 + \left(\frac{37-32}{17}\right) \times 10 = 30 + 2.94 = 32.94$$

இடைநிலை அளவை வரைபடம் மூலம் காணல்:

குவிவு அலைவெண் வளைவரை அல்லது ஓகைவ் மூலம் இடைநிலை அளவைப் பெற முடியும். வகைப்படுத்தப்பட்ட விவரங்களில் இடைநிலை அளவை பின்வரும் வழிமுறைகளில் காணலாம்.

படிகள்:

1. அடுத்தடுத்த பிரிவுகளுக்கு இடையில் இடைவெளி இல்லாமல் தொடர்ச்சியாக அமைந்துள்ள பிரிவு எல்லைகள் X-அச்சில் குறிக்கப்பட வேண்டும்.
2. குவிவு நிகழ்வெண்கள் Y-அச்சில் குறிக்கப்பட வேண்டும்.
3. புள்ளிகளைச் சேர்த்து கையை எடுக்காமல் ஒரு வளைவரை வரையப்பட வேண்டும். அவ்வளைவரைக்கு ஓகைவ் என்று பெயர். இவ்வளைவரையானது கீழின குவிவு வளைவரையாகவோ அல்லது மேலின குவிவு வளைவரையாகவோ இருக்கலாம்.

4. $\frac{N}{2}$ அல்லது $\frac{N+1}{2}$ வின் மதிப்பு Y-அச்சில் குறிக்கப்பட வேண்டும். இங்கு N என்பது மொத்த நிகழ்வெண்கள்.
5. $\frac{N}{2}$ அல்லது $\frac{N+1}{2}$ என்ற புள்ளியிலிருந்து X-அச்சிற்கு இணையாக, Y அச்சிலிருந்து கிடைமட்டமாக ஒரு நேர்க்கோடு ஓகைவை வெட்டுமாறு வரைய வேண்டும்.
6. வெட்டும் புள்ளியிலிருந்து X-அச்சிற்கு செங்குத்தாக ஒரு குத்துக்கோடு வரைய வேண்டும்.
7. X-அச்சிலிருந்து வரையப்படும் குத்துக்கோடு X-அச்சை வெட்டும் புள்ளி இடைநிலை அளவைக் குறிக்கும்.

குறிப்பு:

1. கீழின, மேலின குவிவு வளைவரை வெட்டும் புள்ளியில் இருந்து X-அச்சிற்குச் செங்குத்தாக வரையப்படும் கோடு, X-அச்சை வெட்டும் புள்ளி இடைநிலை அளவைக் கொடுக்கிறது.
2. குவிவு சதவிகித அலைவெண்ணைக் கொண்டு ஓகைவ் வரையப்படும் போது, Y அச்சில் 50 சதவித குவிவு அலைவெண்ணைக் கொண்ட புள்ளியில் இருந்து X-அச்சிற்கு இணையாக ஒரு நேர்க்கோடு ஓகைவை வெட்டுமாறு வரைய வேண்டும். வெட்டும் புள்ளியில் இருந்து வரையப்பட்ட ஒரு குத்துக்கோடு X-அச்சை வெட்டும் புள்ளி இடைநிலை அளவைக் கொடுக்கிறது.

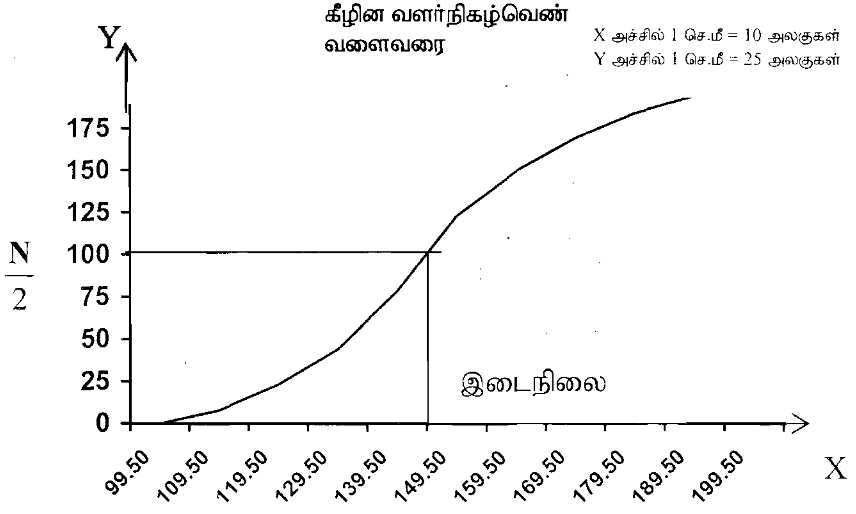
எடுத்துக்காட்டு 20:

கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள விவரங்களைக் கொண்டு கீழின ஓகைவ் வரைந்து இடைநிலை அளவைக் காண்க.

எடை (பவுண்டில்)	நபர்களின் எண்ணிக்கை
100-109	8
110-119	15
120-129	21
130-139	34
140-149	45
150-159	26
160-169	20
170-179	15
180-189	10
190-199	6

தீர்வு:

பிரிவு இடைவெளி	நபர்களின் எண்ணிக்கை	உண்மையான பிரிவு இடைவெளி	குறைந்த நிலை குவிவு அலைவெண்
100-109	8	99.5-109.5	8
110-119	15	109.5-119.5	23
120-129	21	119.5-129.5	44
130-139	34	129.5-139.5	78
140-149	45	139.5-149.5	123
150-159	26	149.5-159.5	149
160-169	20	159.5-169.5	169
170-179	15	169.5-179.5	184
180-189	10	179.5-189.5	194
190-199	6	189.5-199.5	200



எடுத்துக்காட்டு 21:
பின்வரும் அலைவெண் பரவலைக் கொண்டு ஓகைவ் வரைந்து இடைநிலை அளவைக் காண்க.

மதிப்பெண்கள்	மாணவர்களின் எண்ணிக்கை
0-10	5
10-20	4
20-30	8
30-40	12
40-50	16
50-60	25
60-70	10
70-80	8
80-90	5
90-100	2

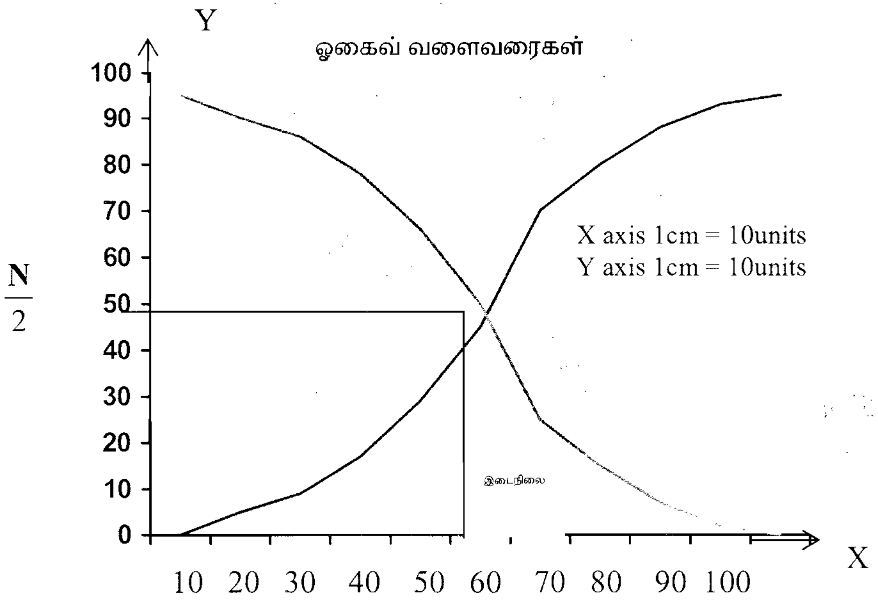
தீர்வு:

பிரிவு எல்லை	குவிவு அலைவெண்	
	குறைந்த நிலை	உயர்ந்த நிலை
0	0	95
10	5	90
20	9	86
30	17	78
40	29	66
50	45	50
60	70	25
70	80	15
80	88	7
90	93	2
100	95	0

இடைநிலை அளவின் நிறை குறைகள்:

1. இடைநிலை முனை உறுப்புகளால் பாதிக்கப்படுவதில்லை. ஏனெனில் இது ஒரு இடக் குறியீட்டு சராசரி ஆகும்.
2. திறந்த பிரிவு இடைவெளிக்கான பரவலுக்கு கூட இடைநிலை அளவைக் கணக்கிடலாம்.
3. விவரமானது முழுமையற்றதாக இருந்தாலும் கூட இடைநிலை அளவைக் காணலாம்.

4. திறன், நேர்மை போன்ற பண்பளவு காரணிகளுக்கு இடைநிலை அளவைக் கணக்கிடலாம்.



குறைகள்:

1. தொடரில் சிறு மாற்றம் இருப்பினும் இடைநிலை அளவின் மதிப்பில் பெரிய அளவில் மாற்றம் ஏற்படும்.
2. தொடர்ச்சியான வரிசை அல்லது இரட்டை எண்ணிக்கை உறுப்புக்களாக இருக்கும்போது இடைநிலையானது, மதிப்பீடு செய்யப்பட்ட மதிப்பே தவிர தொடரில் உள்ள ஏதேனும் ஒரு மதிப்பு ஆகாது.
3. சராசரி விலக்கம் காண மட்டுமே பயன்படுகிறதே தவிர மற்ற கணித செயல்பாடுகளுக்கு இது பயன்படுத்தப்படுவதில்லை.

கால்மானங்கள்:

கொடுக்கப்பட்ட ஒரு விவரத்தை நான்கு சமபாகங்களாகப் பிரிக்கும் மூன்று அளவைகள் கால்மானங்கள் எனப்படும். இரண்டாம் கால்மானம் விவரத்தை இரு சமபாகங்களாகப் பிரிப்பதால் இடைநிலை எனப்படும். முதல் (கீழ்) கால்மானம் (Q_1) முதல் கால் பகுதியையும், மூன்றாம் (மேல்) கால்மானம் (Q_3) மூன்று கால் பகுதியையும் குறிக்கின்றது.

செப்பனிடா அல்லது வகைப்படுத்தப்படாத விவரம்:

கொடுக்கப்பட்ட விவரத்தை ஏறு வரிசையில் அமைத்து, பிறகு Q_1 மற்றும் Q_3க்கான வாய்ப்பாட்டை பயன்படுத்தி கால்மான விலக்கத்தைப் பின்வருமாறு கணக்கிடலாம்.

கால்மான விலக்கம் $= \dfrac{Q_3 - Q_1}{2}$

இதில் $Q_1 = \left(\dfrac{n+1}{4}\right)$ ஆவது உறுப்பு

மற்றும் $Q_3 = 3\left(\dfrac{n+1}{4}\right)$ ஆவது உறுப்பு

எடுத்துக்காட்டு 22:

கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள விவரங்களுக்கு கால்மானங்களைக் காண்க

25,18,30, 8, 15, 5, 10, 35, 40, 45

தீர்வு:

5, 8, 10, 15, 18,25, 30,35,40, 45

$Q_1 = \left(\dfrac{n+1}{4}\right)$ ஆவது உறுப்பு

$= \left(\dfrac{10+1}{4}\right)$ ஆவது உறுப்பு

$= (2.75)$ ஆவது உறுப்பு

$= 2$ஆவது உறுப்பு $+ \left(\dfrac{3}{4}\right)$(3ஆவது உறுப்பு -2ஆவது உறுப்பு)

$= 8 + \dfrac{3}{4}\ (10-8)$

$= 8 + \dfrac{3}{4} \times 2$

$= 8 + 1.5 = 9.5$

$Q_3 = 3\left(\dfrac{n+1}{4}\right)^{th}$ உறுப்பு

$= 3 \times (2.75)$ ஆவது உறுப்பு $= (8.25)$ ஆவது உறுப்பு